第 23 卷 第 3 期 控 制 与 决 策 2008 年 3 月
Vol. 23 No. 3 Control and Decision Mar. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)03-0315-05

一类不确定非线性时变时滞系统的鲁棒 H∞滤波器设计

郭亚锋, 李少远
(上海交通大学 自动化研究所, 上海 200240)

摘 要: 研究一类不确定非线性时变时滞系统的鲁棒 H_∞滤波问题,其中假定非线性项满足全局 Lipschitz 条件. 利用 S-procedure 方法处理非线性项,避免了在 Lyapunov-Krasovskii 泛函导数中对非线性项和其他交叉项的界定. 所提出方法具有更低的保守性,仿真实例证明了该方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 时变时滞系统; 滤波器设计; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust H∞ filter designing for a class of uncertain nonlinear time-varying delay systems

GUO Ya-feng, LI Shao-yuan
(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China. Correspondent: LI Shao-yuan, E-mail: syli @sjtu. edu. cn)

Abstract: The problem of robust H_∞ filtering for a class of uncertain nonlinear systems with time-varying delay is studied. The nonlinearities are assumed to satisfy global Lipschitz conditions. S-procedure is applied to process the nonlinearities, and avoid bounding of the cross terms of nonlinearities and other terms in derivative of Lyapunov-Krasovskii functional. So the proposed method has less conservativeness. Simulation example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: Nonlinear systems; Time-varying delay systems; Filter design; Linear matrix inequalities

1 引 言

在过去的几十年中,鲁棒滤波问题一直受到人们的普遍关注. 当前对鲁棒滤波的研究主要集中在两个方面: Kalman 滤波和 H_∞滤波. Kalman 滤波适用于系统的扰动为高斯白噪声且其统计信息已知的情况;当噪声为任意能量有限的信号时, H_∞滤波能保证给定的噪声抑制水平. 文献[1]利用 H_∞滤波器消除海浪干扰,取得了稳定的滤波效果. 在实际工业系统中,如电力网、化学反应过程、核反应堆等,经常含有时滞和非线性扰动[2]. 时滞状态是导致系统性能下降和不稳定的主要因素,而非线性给系统镇定、滤波、故障检测等带来更大的困难. 因此,研究时滞非线性系统的鲁棒滤波问题具有重要的理论意义和应用价值.

近年来,时滞线性系统滤波的研究取得了丰富的成果[3-6]. 对于非线性时滞系统,文献[7,8]研究了一类范数有界的非线性时滞系统的滤波问题. 文献[2,9-11]将非线性时滞系统滤波问题拓展到比范数有界更具一般性的情形:满足全局 Lipschitz 条件的非线性,但所提出的方法都需要在 Lyapunov-Krasovskii 泛函的导数中,对非线性扰动和其他项的交叉项进行界定,而这种界定本身只是充分条件而非必要条件,因而得到的结果比较保守.

本文受文献[11]的启发,研究不确定非线性时变时滞的鲁棒 H_∞滤波问题,其中非线性扰动满足全局 Lipschitz 条件. 与现有方法不同的是,利用 S-procedure 对非线性扰动进行处理,以充要条件替代充分条件,减少了保守性,使结果得到改善. 仿真实例证明了本文方法的有效性.

2 问题描述

考虑如下不确定状态时滞系统:

收稿日期: 2006-12-05; **修回日期**: 2007-04-16.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60774015,60534020,60604018); 国家 863 计划项目(2006AA04Z173); 高等学校博士点专项基金项目(20060248001).
作者简介: 郭亚锋(1978 —),男,河北深泽人,博士生,从事时滞系统、网络控制等研究; 李少远(1965 —),男,河北枣强人,教授,博士生导师,从事预测控制、智能控制等研究.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + \sum_{j=1}^{q} A_j x_{d_j} + Ff(t) + Bw(t), \\ y(t) = C_0 x(t) + \sum_{j=1}^{q} C_j x_{d_j} + Gg(t) + Dw(t), \\ z(t) = Hx(t),\ x(t) = \phi(t),\ \forall t \in [-d_{\max}, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中:$x(t) \in R^n$ 是状态向量;$y(t) \in R^m$ 是测量输出;$z(t) \in R^p$ 是被估计信号;$w(t) \in R^l$ 是噪声输入;x_{d_j} 表示 $x(t - d_j(t))$, $d_j(t)$ $(j = 1, 2, \cdots, q)$ 是时变时滞,满足 $0 < d_j(t) \leq \overline{d}_j < \infty$, $\dot{d}_j(t) \leq \tau_j < 1$;$\phi(t)$ 是连续的初始向量函数;$d_{\max} = \max(\overline{d}_j)$;$f(t) = f(x(t), x_{d_1}, \cdots, x_{d_q})$;$g(t) = g(x(t), x_{d_1}, \cdots, x_{d_q})$ 是已知非线性函数.

现作如下假定:

假定 1 系统(1) 是渐近稳定的.

假定 2 系统矩阵

$$\chi := (A_0, \cdots, A_q, F, B, C_0, \cdots, C_q, G, D, H) \in \Sigma,$$

其中 Σ 是给定的凸多面体

$$\Sigma := \Big\{\chi(\lambda) = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i \chi_i;\ \sum_{i=1}^{s} \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0\Big\},$$

χ_i 表示多面体的顶点.

假定 3 非线性函数满足下列两个条件:

1) $f(0, 0, \cdots, 0) = 0$, $g(0, 0, \cdots, 0) = 0$;

2) Lipschitz 条件:对于所有的 x_j 和 y_j,存在适当维数的已知矩阵 M_j 和 N_j, $j = 1, 2, \cdots, q$,满足

$$\| f(x_0, \cdots, x_q) - f(y_0, \cdots, y_q) \| \leq \sum_{j=0}^{q} \| M_j (x_j - y_j) \|,$$

$$\| g(x_0, \cdots, x_q) - g(y_0, \cdots, y_q) \| \leq \sum_{j=0}^{q} \| N_j (x_j - y_j) \|.$$

本文的目的是设计一个全阶滤波器,其动态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_F(t) = A_F x_F(t) + B_F y(t),\ x_F(0) = 0, \\ z_F(t) = C_F x_F(t). \end{cases} \tag{2}$$

合并系统(1) 和(2) 的状态,增广的滤波误差系统为

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = \overline{A_0}\xi(t) + \sum_{j=1}^{q} \overline{A_j} K \xi_{d_j} + \overline{F}\eta(t) + \overline{B} w(t), \\ e(t) = \overline{C}\xi(t),\ \xi(t) = \{\phi^{\mathrm{T}}(t), 0\}^{\mathrm{T}}, \\ \forall t \in [-d_{\max}, 0]. \end{cases} \tag{3}$$

其中

$\xi(t) = [x^{\mathrm{T}}(t)\quad x_F^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $\xi_{d_j} = \xi(t - d_j(t))$,

$\eta(t) = [f^{\mathrm{T}}(t)\quad g^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, $e(t) = z(t) - z_F(t)$,

$$\overline{A_0} = \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ B_F C_0 & A_F \end{bmatrix},\ \overline{A_j} = \begin{bmatrix} A_j \\ B_F C_j \end{bmatrix},\ K = [I\quad 0],$$

$$\overline{F} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ 0 & B_F G \end{bmatrix},\ \overline{B} = \begin{bmatrix} B \\ B_F D \end{bmatrix},\ \overline{C} = [H\quad -C_F].$$

本文的目标是设计形如式(2) 的鲁棒滤波器,使得对于满足容许条件的不确定性,滤波误差系统(3) 渐近稳定,且在零初始条件下,对于所有非零的 $w \in L_2[0, \infty)$,有 $\| e \|_2^2 < \gamma^2 \| w \|_2^2$.

为了表达简便,令

$\overline{A}_{di} = [\overline{A_{1i}}\ \cdots\ \overline{A_{qi}}]$, $A_{di} = [A_{1i}\ \cdots\ A_{qi}]$, $A_d = [A_1\ \cdots\ A_q]$.

引理 1[12] 对于适当维数的向量 a 和 b,矩阵 N 和适当维数的矩阵 X, Y, Z,其中 X 和 Z 是对称的,如果 $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix} \geq 0$,则

$$-2a^{\mathrm{T}} N b \leq \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X & Y - N \\ (Y - N)^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}.$$

3 主要结果

本节研究 H_∞ 滤波问题. 滤波误差系统(3) 的 H_∞ 性能判据由下述定理给出:

定理 1 考虑系统(1),如果存在矩阵 $0 < P \in R^{2n \times 2n}$, $0 < Q_j \in R^{n \times n}$, $X_j \in R^{2n \times 2n}$, $Y_j \in R^{2n \times n}$, $0 < Z_j \in R^{n \times n}$,标量 $\delta > 0$,满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{1,1} & P\overline{A}_{di} - Y_d & P\overline{F}_i & P\overline{B}_i & \overline{A}_{0i}^{\mathrm{T}} K^{\mathrm{T}} Z_\Sigma \\ * & -Q_d + \delta\gamma_d & 0 & 0 & \overline{A}_{di}^{\mathrm{T}} K^{\mathrm{T}} Z_\Sigma \\ * & * & -\delta I & 0 & \overline{F}_i^{\mathrm{T}} K^{\mathrm{T}} Z_\Sigma \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \overline{B}_i^{\mathrm{T}} K^{\mathrm{T}} Z_\Sigma \\ * & * & * & * & -Z_\Sigma \end{bmatrix} < 0,$$

$$\forall i = 1, 2, \cdots, s; \tag{4}$$

$$\begin{bmatrix} X_j & Y_j \\ * & Z_j \end{bmatrix} \geq 0,\ \forall j = 1, 2, \cdots, q. \tag{5}$$

其中

$$\tilde{\Omega}_{1,1} = \Omega_{1,1} + \delta\gamma_0 + \overline{C}_i^{\mathrm{T}} \overline{C}_i,$$

$$\Omega_{1,1} = \overline{A}_{0i}^{\mathrm{T}} P + P\overline{A}_{0i} + \sum_{j=1}^{q} (\overline{d}_j X_j + K^{\mathrm{T}} Y_j^{\mathrm{T}} + Y_j K + K^{\mathrm{T}} Q_j K),$$

$$Y_d = [Y_1\quad Y_2\quad \cdots\quad Y_q],$$

$$Z_\Sigma = \sum_{j=1}^{q} (\overline{d}_j Z_j / (1 - \tau_j)),$$

$$\gamma_0 = (q + 1) K^{\mathrm{T}} (\widetilde{M}_0 + \overline{N_0}) K,$$

$$\gamma_d = (q + 1)\,\mathrm{diag}[(\widetilde{M}_1 + \overline{N_1})\ \cdots\ (\widetilde{M}_d + \overline{N}_d)],$$

$$Q_d = \mathrm{diag}[(1 - \tau_1) Q_1\ \cdots\ (1 - \tau_q) Q_q],$$

$$\widetilde{M}_i = M_i^{\mathrm{T}} M_i,\ \overline{N_i} = N_i^{\mathrm{T}} N_i,\ i = 0, 1, \cdots, q.$$

则滤波误差系统(3) 是渐近稳定的,并且满足 H_∞ 噪

声抑制水平 γ.

证明　应用牛顿 - 莱布尼茨公式,系统(3) 可写成

$$\dot{\xi}(t)=\Big(\bar{A}_0+\sum_{j=1}^{q}\bar{A}_jK\Big)\xi(t)-\sum_{j=1}^{q}\bar{A}_jK\int_{t-d_j(t)}^{t}\dot{\xi}(s)\,\mathrm{d}s+\bar{F}\eta(t)+\bar{B}w(t).\qquad(6)$$

选择 Lyapunov 泛函

$$V(t)=V_1+V_2+V_3,\ V_1=\xi^{\mathrm{T}}(t)P\xi(t),$$

$$V_2=\sum_{j=1}^{q}\int_{t-d_j(t)}^{t}\xi(s)K^{\mathrm{T}}Q_jK\xi(s)\,\mathrm{d}s,$$

$$V_3=\sum_{j=1}^{q}\frac{1}{1-\tau_j}\int_{-d_j(t)}^{0}\int_{t+\sigma}^{t}\dot{\xi}^{\mathrm{T}}(s)K^{\mathrm{T}}Z_jK\dot{\xi}(s)\,\mathrm{d}s\mathrm{d}\sigma,$$

其中 P 和 Q_j 是待定的正定矩阵. 沿式(6) 的解轨迹求 V_1 对时间的导数,得

$$\dot{V}_1=\xi^{\mathrm{T}}(t)\Big[\bar{A}_0^{\mathrm{T}}P+P\bar{A}_0+\sum_{j=1}^{q}(K^{\mathrm{T}}\bar{A}_j^{\mathrm{T}}P+P\bar{A}_jK)\Big]\xi(t)+2\xi^{\mathrm{T}}(t)P\bar{B}w(t)+2\xi^{\mathrm{T}}(t)P\bar{F}\eta(t)+\sum_{j=1}^{q}\kappa(j),\qquad(7)$$

其中

$$\kappa(j)=-2\int_{t-d_j(t)}^{t}\xi^{\mathrm{T}}(t)P\bar{A}_jK\dot{\xi}(s)\,\mathrm{d}s.$$

注意到式(5),由引理 1 得

$$\kappa(j)\le\xi^{\mathrm{T}}(t)(\bar{d}_jX_j+K^{\mathrm{T}}Y_j^{\mathrm{T}}-K^{\mathrm{T}}\bar{A}_j^{\mathrm{T}}P+Y_jK-P\bar{A}_jK)\xi(t)-2\xi^{\mathrm{T}}(t)(Y_j-P\bar{A}_j)K\xi_{d_j}+\int_{t-d_j(t)}^{t}\dot{\xi}^{\mathrm{T}}(s)K^{\mathrm{T}}Z_jK\dot{\xi}(s)\,\mathrm{d}s.\qquad(8)$$

同理可得

$$\dot{V}_2+\dot{V}_3\le\sum_{j=1}^{q}[\xi^{\mathrm{T}}(t)K^{\mathrm{T}}Q_jK\xi(t)-(1-\tau_j)\xi_{d_j}^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}Q_jK\xi_{d_j}]+\Phi^{\mathrm{T}}Z_\Sigma\Phi-\sum_{j=1}^{q}\int_{t-d_j(t)}^{t}\dot{\xi}^{\mathrm{T}}(s)K^{\mathrm{T}}Z_jK\dot{\xi}(s)\,\mathrm{d}s,\qquad(9)$$

其中

$$\Phi=K\Big(\bar{A}_0\xi(t)+\sum_{j=1}^{q}\bar{A}_jK\xi_{d_j}+\bar{B}w(t)+\bar{F}\eta(t)\Big).$$

当 $w(t)=0$ 时,由式(7) ～ (9) 得

$$\dot{V}(t)=\dot{V}_1+\dot{V}_2+\dot{V}_3\le\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\Omega\bar{\xi}(t).\qquad(10)$$

其中

$$\bar{\xi}(t)=[\xi^{\mathrm{T}}(t)\quad\bar{\xi}_d^{\mathrm{T}}\quad\eta^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{\xi}_d=[(K\xi_{d_1})^{\mathrm{T}}\quad\cdots\quad(K\xi_{d_q})^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\Omega=\begin{bmatrix}\Omega_{1,1}&P\bar{A}_d-Y_d&P\bar{F}\\ *&-Q_d&0\\ *&*&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\bar{A}_0^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\\ \bar{A}_d^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\\ \bar{F}^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}Z_\Sigma\begin{bmatrix}\bar{A}_0^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\\ \bar{A}_d^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\\ \bar{F}^{\mathrm{T}}K^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

如果不等式

$$\bar{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\Omega\bar{\xi}(t)<0,\qquad(11)$$

则滤波误差系统(3) 是渐近稳定的. 由假定 2,利用与文献[11] 相似的讨论,可得

$$\eta^{\mathrm{T}}(t)\eta(t)=f^{\mathrm{T}}(t)f(t)+g^{\mathrm{T}}(t)g(t)\le\xi^{\mathrm{T}}(t)\gamma_0\xi(t)+\bar{\xi}_d^{\mathrm{T}}\gamma_d\bar{\xi}_d.\qquad(12)$$

利用 S-procedure[13] ,不等式(11) 在约束(12) 下成立,当且仅当存在标量 $\delta\ge0$,使得

$$\Omega+\mathrm{diag}\{\delta\gamma_0,\delta\gamma_d,-\delta I\}<0.\qquad(13)$$

由于 $\delta\ge0$,不等式(13) 是非严格的 LMI. 在非严格 LMI 约束下,最小解等价于在严格 LMI 约束下的最小解[14]. 因此可用 $\delta>0$ 代替式(13) 中的 $\delta\ge0$. 通过 Schur 补变换,式(4) 蕴含着式(13) 在包含不确定性的域 Σ 都成立. 因此滤波误差系统(3) 的渐近稳定性得以证明.

仿照文献[11] 的证明过程,易证滤波误差系统(3) 的 H_∞ 噪声抑制水平为 γ. □

注 1　从定理 1 的证明过程可以看出,本文方法不需要对非线性项 $\eta(t)$ 和其他项的交叉项进行任何界定,从而减少了稳定性判据的保守性.

H_∞ 滤波器的设计方法由如下定理给出:

定理 2　考虑系统(1),如果存在矩阵 $R\in R^{n\times n}$, $W\in R^{n\times n}$, $0<Q_j\in R^{n\times n}$, $\bar{X}_{1j}\in R^{n\times n}$, $\bar{X}_{2j}\in R^{n\times n}$, $\bar{X}_{3j}\in R^{n\times n}$, $\bar{Y}_{1j}\in R^{n\times n}$, $\bar{Y}_{2j}\in R^{n\times n}$, $0<Z_j\in R^{n\times n}$, $\bar{A}_F\in R^{n\times n}$, $\bar{B}_F\in R^{n\times m}$, $\bar{C}_F\in R^{p\times n}$,标量 $\delta>0$,满足如下矩阵不等式:

$$\left[\begin{array}{ccccc}(1,1)&(1,2)&(1,3)&RF_i&E\bar{B}_FG_i\\ *&(2,2)&(2,3)&WE^{\mathrm{T}}F_i&\bar{B}_FG_i\\ *&*&-Q_d+\delta\gamma_d&0&0\\ *&*&*&-\delta I&0\\ *&*&*&*&-\delta I\ \rightarrow\\ *&*&*&*&*\\ *&*&*&*&*\\ *&*&*&*&*\\ *&*&*&*&*\end{array}\right.$$

$$\leftarrow \begin{matrix} (1,6) & A_{0i}^{\mathrm{T}} Z\Sigma & H_i^{\mathrm{T}} & (1,9) \\ (2,6) & 0 & -\bar{C}_F^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & A_{di}^{\mathrm{T}} Z\Sigma & 0 & 0 \\ 0 & F_i^{\mathrm{T}} Z\Sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma^2 I & B_i^{\mathrm{T}} Z\Sigma & 0 & 0 \\ * & -Z\Sigma & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & -\delta^{-1} I \end{matrix} \Bigg] < 0,$$

$$\forall i = 1,2,\cdots,s. \tag{14}$$

其中

$$(1,1) = A_{0i}^{\mathrm{T}} R + C_{0i}^{\mathrm{T}} \bar{B}_F^{\mathrm{T}} + R A_{0i} + \bar{B}_F C_{0i} + \sum_{j=1}^{q} (\bar{d}_j \bar{X}_{1j} + \bar{Y}_{1j} + \bar{Y}_{1j}^{\mathrm{T}} + Q_j),$$

$$(1,2) = A_{0i}^{\mathrm{T}} W + C_{0i}^{\mathrm{T}} \bar{B}_F^{\mathrm{T}} + \bar{A}_F + \sum_{j=1}^{q} (\bar{d}_j \bar{X}_{2j} + \bar{Y}_{2j}^{\mathrm{T}}),$$

$$(1,3) = R A_{di} + \bar{B}_F C_{di} - \bar{Y}_{1d},$$

$$(2,2) = \bar{A}_F^{\mathrm{T}} + \bar{A}_F + \sum_{j=1}^{q} \bar{d}_j \bar{X}_{3j},$$

$$(2,3) = W A_{di} + \bar{B}_F C_{di} - \bar{Y}_{2d},$$

$$(1,6) = R B_i + \bar{B}_F D_i,$$

$$(1,9) = \sqrt{q+1}\,[M_0^{\mathrm{T}} \quad N_0^{\mathrm{T}}],$$

$$(2,6) = W B_i + \bar{B}_F D_i.$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{1j} & \bar{X}_{2j} & \bar{Y}_{1j} \\ * & \bar{X}_{3j} & \bar{Y}_{2j} \\ * & * & Z_j \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall j = 1,2,\cdots,q. \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} R & W \\ * & W \end{bmatrix} > 0. \tag{16}$$

则滤波器的一个实现为

$$A_F = W^{-1} \bar{A}_F,\ B_F = W^{-1} \bar{B}_F,\ C_F = \bar{C}_F. \tag{17}$$

证明 由式(16)可得 $R > 0$ 和 $W > 0$,因此总能找到非奇异矩阵 $S \in R^{n \times n}$ 和 $0 < T \in R^{n \times n}$,满足 $W = S T^{-1} S^{\mathrm{T}}$. 引入与文献[11]相似的矩阵

$$L = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T^{-1} S^{\mathrm{T}} \end{bmatrix},\quad P = \begin{bmatrix} R & S \\ S^{\mathrm{T}} & T \end{bmatrix}, \tag{18}$$

$$\begin{bmatrix} A_F & B_F \\ C_F & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_F & \bar{B}_F \\ \bar{C}_F & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (S^{-1})^{\mathrm{T}} T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S^{-1} \bar{A}_F (S^{-1})^{\mathrm{T}} T & S^{-1} \bar{B}_F \\ \bar{C}_F (S^{-1})^{\mathrm{T}} T & 0 \end{bmatrix}, \tag{19}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{1j} & \bar{X}_{2j} \\ \bar{X}_{2j}^{\mathrm{T}} & \bar{X}_{3j} \end{bmatrix} = L^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X_{1j} & X_{2j} \\ X_{2j}^{\mathrm{T}} & X_{3j} \end{bmatrix} L, \tag{20}$$

$$\bar{Y}_j = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{1j} \\ \bar{Y}_{2j} \end{bmatrix} = L^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} Y_{1j} \\ Y_{2j} \end{bmatrix}. \tag{21}$$

利用 Schur 补变换,由式(16)可得 $R - W = R - S T^{-1} S^{\mathrm{T}} > 0$. 注意到 $T > 0$,因此得到 $P > 0$.

定义 $\Delta = \mathrm{diag}\{L, I, I, I, I\}$, $\Delta_1 = \mathrm{diag}\{L, I\}$. 式(4)两边左乘 Δ^{T} 和右乘 Δ,经过适当的 Schur 补变换,代入矩阵 L 的值可得式(14);式(5)两边左乘 Δ_1^{T} 和右乘 Δ_1,代入矩阵 L 的值可得式(15). 由滤波器从 $y(t)$ 到 $z_F(t)$ 的传递函数,并注意到式(18)和(19),可得式(17)是滤波器的一个实现. □

定理 2 给出的条件为带逆矩阵等式约束的线性矩阵不等式,可用文献[15]提出的 CCL 有效地求解. CCL 算法的具体求解步骤参见文献[15].

注 2 利用 CCL 算法并结合常用的二分法,可以迭代求解最优 H_∞ 滤波器.

4 仿真实例

考虑文献[11]中的一个例子,系统(1)的参数矩阵如下:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 3+\rho \\ -4 & -5 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 \\ 0.2 & -0.2+\sigma \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ -0.2 & -0.3+\sigma \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} -0.454\,5 \\ 0.909\,0 \end{bmatrix},$$

$$C_0 = [0 \quad 100],\ C_1 = [0 \quad 10],\ C_2 = [0 \quad 2],$$

$$F = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix},\ G = [0.3 \quad 0.4],\ D = 1,$$

$$H = [0 \quad 100],\ -0.3 \leq \rho \leq 0.3,$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 1.2\sin x_1 \\ 1.2\sin x_2 \end{bmatrix},\ g(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.2\sin x_2 \end{bmatrix},$$

$$-0.1 \leq \sigma \leq 0.1,\ d_1(t) = 0.1\,|\sin 3(t)|,$$

$$d_2(t) = 0.2\,|\cos 2.5t|.$$

由 $d_1(t), d_2(t), f(t), g(t)$ 可以估计得到

$$\tau_1 = 0.3,\ \tau_2 = 0.5,\ \bar{d}_1 = 0.1,\ \bar{d}_2 = 0.2,$$

$$M_0 = 1.2I,\ M_1 = M_2 = 0,$$

$$N_0 = [0 \quad 1.2],\ N_1 = N_2 = 0.$$

利用文献[11]方法求解,得到最优 H_∞ 性能指标 $\gamma^* = 5.734\,7$,相应的最优 H_∞ 滤波器参数为

$$\begin{bmatrix} A_F & B_F \\ C_F & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.6 & 3\,534.4 & 31.022\,8 \\ 0 & -690.6 & -6.169\,2 \\ 0 & -100 & 0 \end{bmatrix}.$$

利用本文方法求解,得到最优 H_∞ 性能指标 $\gamma^* = 3.000\,0$,相应的最优 H_∞ 滤波器参数为

$$\begin{bmatrix} A_F & B_F \\ C_F & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.131\,4 & 514.032\,9 & 4.529\,5 \\ -1.685\,8 & -528.490\,7 & -4.675\,8 \\ 0 & -100 & 0 \end{bmatrix}.$$

从最优 H_∞ 性能指标可以看出,本文方法具有更小的保守性.

假定 $\rho = 0.2$, $\sigma = 0$, $\phi(t)^{\mathrm{T}} = [0.001 \quad 0.001]$, 噪声输入为 $w(t) = \dfrac{1}{10 + t^2}$. 此时滤波误差的响应如图 1 所示.

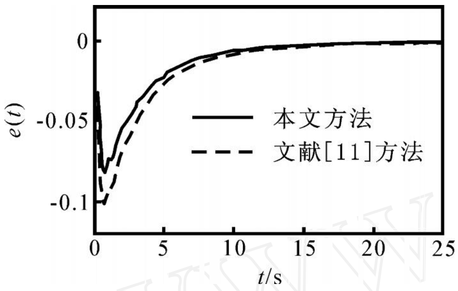

图 1　滤波误差响应

从图 1 可以看出,本文设计的滤波器具有更好的干扰抑制能力.

5　结　论

本文研究含有状态时变时滞的非线性不确定性系统的鲁棒 H_∞ 滤波器设计问题. 这类非线性系统满足更一般的假定,即满足全局 Lipschitz 条件. 不同于现有的结果,本文提出一种保守性更小的方法,改善了滤波器的最优性能指标. 所求的滤波器可由求解带逆矩阵等式约束的线性矩阵不等式而得到. 仿真实例证明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

[1] 张显库, 王新屏. 一种具有鲁棒性的海浪干扰滤波器[J]. 中国造船, 2004, 45(4): 17-22.
(Zhang Xian-ku, Wang Xin-ping. A kind of filter for wave disturbance with robustness[J]. Shipbuilding of China, 2004, 45(4): 17-22.)

[2] Wu L G, Wang C H, Zeng Q S, et al. Robust sliding-mode filtering for a class of uncertain nonlinear discrete-time state-delayed systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(1): 96-100.

[3] Wang Z, Huang B, Unbehauen H. Robust H_∞ observer design of linear state delayed systems with parametric uncertainty: The discrete-time case[J]. Automatica, 1999, 35(6): 1161-1167.

[4] Wang Z, Huang B. Robust H_2/H_∞ filtering for linear systems with error variance constraints[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(8): 2463-2467.

[5] De Souza C E, Palhares R M, Peres P L D. Robust H_∞ filtering design for uncertain linear systems with multiple time-varying state delays[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(3): 569-576.

[6] Fridman E, Shaked U. A new H_∞ filter design for linear time delay systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(11): 2839-2843.

[7] Wang Z, Buranham K J. Robust filtering for a class of stochastic uncertain nonlinear time-delay systems via exponential state estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(4): 794-804.

[8] 蔡云泽, 何星, 许晓鸣, 等. 非线性不确定状态时滞系统的鲁棒 H_∞ 滤波[J]. 自动化学报, 2004, 30(4): 592-596.
(Cai Yun-ze, He Xing, Xu Xiao-ming, et al. Robust H_∞ filter design of a class of nonlinear systems with state delay and parameter uncertainty[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4): 592-596.)

[9] Xu S Y, Dooren P V. Robust H_∞ filtering for a class of non-linear systems with state delay and parameter uncertainty[J]. Int J of Control, 2002, 75(10): 766-774.

[10] Wang Z, Goodall D P, Burnham K J. On designing observers for time-delay systems with nonlinear disturbances[J]. Int J of Control, 2002, 75(11): 803-811.

[11] Gao H J, Wang C H. Delay-depentdent robust H_∞ and L_2-L_∞ filtering for a class of uncertain nonlinear time-delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(9): 1661-1666.

[12] Moon Y S, Park P, Kwon W H, et al. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems[J]. Int J of Control, 2001, 74(14): 1447-1455.

[13] Yakubovich V A. The S-procedure in nonlinear control theory[J]. Vestnik Leningrad Univ Math, 1977, 4: 73-93.

[14] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[15] Ghaoui L E, Oustry F, Aitrami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1171-1176.