

文章编号: 1001-0920(2008)03-0320-05

## 一种新的六自由度并联机器人分散控制方法

傅绍文, 姚 郁

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 哈尔滨 150080)

**摘 要:** 结合六自由度并联机器人机构的特点, 提出一种新的分散控制方法. 首先依据机构特点指出了关节空间内惯性矩阵块对角占优特性, 从而将耦合强烈的邻近支路加以整体考虑, 即分散控制 3 个两输入两输出子系统; 然后将惯性矩阵的逆分解为块对角矩阵与耦合矩阵之和, 从而得到每个子系统的动力学方程; 最后针对子系统负载随机机构运动而变化的特点引入线性变参数 (LPV) 控制方法, 降低了使用线性定常控制器的保守性. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

**关键词:** 并联机器人; 关节空间; 分散控制; LPV 控制

**中图分类号:** TP242.2      **文献标识码:** A

## A new decentralized control for six degrees of freedom parallel robot

FU Shaowen, YAO Yu

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China. Correspondent: FU Shaowen, E-mail: shaowenfu@sohu.com)

**Abstract:** Coinciding with the manipulator's configuration, a new decentralized control method is proposed for six degrees of freedom parallel robot. The inertia matrix's block diagonal dominance is analyzed and the whole system is divided into three double inputs and double outputs (DIDO) subsystems. Thus the strong coupled struts are considered together for less conservativeness. The inverse of inertia matrix is decomposed into a block diagonal matrix and a coupled matrix, thus each subsystem's dynamic model is obtained. The linear parameter varying (LPV) control method is adopted for the DIDO subsystem according to the varying load, so the control strategy can exploit the dynamic model's varying to have better performance than LTI control. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** Parallel robot; Joint workspace; Decentralized control; LPV control

### 1 引 言

六自由度并联机器人, 即 Stewart 平台, 较传统的串联机构精度更高、刚度更大、载重比也更大, 成为近年来的研究热点. 平台的闭链机械结构决定其动力学模型具有高度非线性和强耦合特性, 这给控制方法的研究带来了极大的挑战. 其控制方法主要分为两类: 一类是基于机构动力学模型的多输入多输出的集中控制方法, 另一类是将控制对象分解成多个相关子系统的分散控制方法.

基于机构动力学模型的集中控制方法<sup>[1-3]</sup>, 从系统角度考虑平台的动态特性, 可以期望获得更好的性能, 但存在动力学计算复杂、不确定性处理保守性大、控制器设计复杂、暂态性能描述困难等不足. 分

散控制方法先将复杂的控制对象分解成多个相关联的子系统, 再设计分散控制器稳定各子系统, 并抑制子系统间的关联作用. 其优点是控制系统复杂性从系统级变为分系统级, 使得控制系统结构、算法等都大为简化, 容错能力增强. 并联机器人分散控制一般在关节空间内进行. 文献[4]将原系统分解为多个线性定常 (LTI) 单输入单输出子系统, 通过顺馈以及超前滞后环节设计线性定常控制器. 该方法可得到简单的控制器, 但需要保留足够的稳定裕度, 性能提高也很有限. [5]将单支路等效负载和耦合干扰视为两个不确定参数, 设计滑模控制器对其加以抑制. 其特点是控制器设计简单, 但存在控制器高增益以及抖颤问题. [6, 7]设计了单支路自抗扰控制器,

收稿日期: 2006-11-30; 修回日期: 2007-04-16.

作者简介: 傅绍文 (1978 →), 男, 吉林松原人, 博士生, 从事并联机器人运动控制方法的研究; 姚郁 (1963 →), 男, 黑龙江阿城人, 教授, 博士生导师, 从事先进飞行器控制等研究.

优点是不需考虑平台复杂的动力学特性,控制器实现简单,但需要调节的参数较多,要获得较好性能需要丰富的经验.对于 Stewart 平台分散控制方法,现有工作往往将单支路负载变化和耦合干扰视为未知不确定性,未能充分利用平台结构和动力学信息.

本文针对工程中广泛应用的对称 Stewart 平台,提出了分散控制 3 个两输入两输出子系统的方法.对于耦合强烈支路加以整体考虑,降低了 SISO 方式将耦合作用视为未知干扰的保守性;同时针对 DIDO 子系统负载随平台运动而变化的特点,引入线性变参数(LPV)控制方法,控制器对支路负载变化具有自适应功能,可以取得更好的性能.

### 2 动力学模型建立及分析

Stewart 平台结构如图 1 所示.固定在下平台的惯性坐标系  $O-XYZ$  原点为下平台几何中心,上平台体坐标系  $p-xyz$  原点为上平台几何中心,初始位置时两坐标系平行.

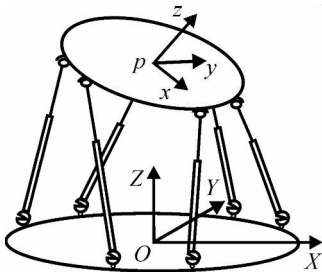


图 1 对称 6-UPS Stewart 平台

#### 2.1 拉格朗日方法建模

拉格朗日方法从能量的角度建立机械系统的刚体动力学模型,其计算公式为

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial K}{\partial q} + \frac{\partial P}{\partial q} = J^T f. \tag{1}$$

其中:  $f$  为 6 个支路的轴向驱动力矢量;  $K$  为平台动能;  $P$  为平台势能;  $q$  为上平台的广义坐标,包括上平台的体坐标系原点位置  $t = [x \ y \ z]^T$  和转动 Euler 角  $l \ \phi \ \ \ J^T$ ;  $J$  为系统的雅可比矩阵.

平台动能具有规范形式  $K = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$ , 通过计算

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^6 \frac{1}{2} \left( \frac{\partial M_{ii}}{\partial q_k} + \frac{\partial M_{ik}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ki}}{\partial q_j} \right) \dot{q}_k,$$

$$G = \partial P / \partial q, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6,$$

可得平台任务空间内刚体动力学方程

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = J(q) f. \tag{2}$$

平台运动速度存在如下关系:

$$\dot{l} = J^T(q) \dot{q}, \tag{3}$$

其中  $l$  为 6 个支路长度向量.由式(2)和(3)可得 Stewart 平台关节空间动力学模型

$$M_J(q) \ddot{l} + C_J(q, \dot{q}) \dot{l} + G_J(q) = f. \tag{4}$$

其中

$$M_J = J^{-1} M J^{-T}, \quad G_J = J^{-1} G,$$

$$C_J = -J^{-1} M \dot{J}^{-T} J^{-T} + J^{-1} C J^{-T}.$$

不同于任务空间动力学模型,关节空间动力学模型(4)不具有解析形式,这是由于机构位置正解过程不是解析的.

#### 2.2 平台耦合特性分析

由式(4)可知,平台关节空间动力学模型存在复杂的耦合关系.在平台运动速度不高的情况下,式(4)左端第二项很小,可以忽略不计,而重力项可用前馈进行补偿,不影响系统的耦合性.因此,考虑支路粘性摩擦,式(4)可简化为

$$M_J(q) \ddot{l} + B_m \dot{l} = f, \tag{5}$$

其中  $B_m$  为支路粘性摩擦系数.此时,支路间耦合作用体现在惯性矩阵  $M_J$  上.

对称 Stewart 平台铰点分布为规则的六边形,如图 2 所示.结合这种几何特征,通过仿真计算可知,在一定工作空间内,矩阵  $M_J$  一般是块对角占优的,其元素大小分布如图 3 所示,其中元素  $\otimes$  较元素  $\times$  绝对值大.

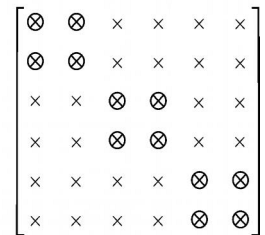
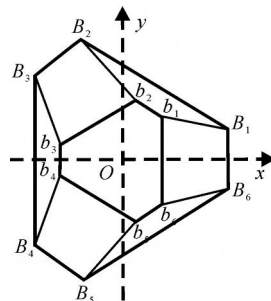


图 2 Stewart 平台几何结构 图 3 惯性矩阵元素分布

将惯性矩阵  $M_J$  分为

$$M_J = \begin{bmatrix} M_{J11} & M_{J12} & M_{J13} \\ M_{J21} & M_{J22} & M_{J23} \\ M_{J31} & M_{J32} & M_{J33} \end{bmatrix},$$

定义平台惯性矩阵块对角占优指标

$$r_i = \frac{\sum_{j \neq i} M_{Jij}}{M_{Jii}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

其中矩阵范数为 Frobenius 范数.在给定工作空间内,如果  $r_i < 1, i = 1, 2, 3$ ,则意味着惯性矩阵  $M_J$  主对角块元素值大于非对角块元素值,即每个支路与其邻近支路耦合最为强烈.因此可将平台分解为 3 个独立的 DIDO 子系统,此时子系统间耦合作用较小,可以视为未知扰动,降低了 SISO 处理方式的保守性.这种 DIDO 对象仍然便于控制系统的分析与综合.

### 2.3 子系统动力学模型的构建

式(5)可写成

$$\ddot{l} = -B_m M_J^{-1} \dot{l} + M_J^{-1} f,$$

当  $M_J$  在给定工作空间是块对角占优时,  $M_J^{-1}$  同样具有块对角占优特性. 设  $M_J^{-1} = \begin{bmatrix} Q & & \\ & Q & \\ & & Q \end{bmatrix} + Q$ , 式中

$$Q = \begin{bmatrix} A_{11} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & A_{22} & 0_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & A_{33} \end{bmatrix},$$

则有

$$\ddot{l} = -B_m \dot{l} + f + d_c. \quad (6)$$

其中  $d_c = -B_m Q \dot{l} + Q f$  为子系统间的耦合作用, 可视为未知干扰.

### 3 DIDO 子系统 LPV 控制器设计

考虑式(6)中 DIDO 的控制对象, 以 #1 和 #2 支路为例, 其动力学方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_1 \\ \dot{l}_2 \end{bmatrix} = -B_m A_{11} \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} + A_{11} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

令

$$x = [l_1 \quad l_2 \quad \dot{l}_1 \quad \dot{l}_2]^T, \\ v = [f_1 \quad f_2]^T, \quad d = [d_1 \quad d_2]^T,$$

则式(7)可写成状态空间形式

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_2 \\ 0_{2 \times 2} & -B_m A_{11} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ I_2 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} \\ A_{11} \end{bmatrix} v, \quad (8)$$

其中  $I_2$  表示二阶单位矩阵. 当上平台在较大工作空间内运动时, 式(8) 状态矩阵中  $A_{11}$  元素也在较大范围内变化. 将  $A_{11}$  元素引入控制器, 使得所设计控制器对负载变化具有自适应功能, 这便是 LPV 控制方法的基本思想. 设

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix},$$

令  $\theta = [ \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 ]^T$ , 则式(8) 可写成 LPV 系统的形式

$$\dot{x} = A(\theta) x + B_1 d + B_2(\theta) v, \quad (9)$$

其中时变参数  $\theta$  以仿射形式依赖于系统状态矩阵.

#### 3.1 时变参数计算以及独立性分析

Stewart 平台 6 个支路长度实时可测, 而上平台位置姿态难以直接测量, 因此需要由 6 个支路长度实时计算. 为减少计算量, 可以使用神经网络方法. 从 6 个支路长度到时变参数  $\theta$  是一个非线性静态映射, 因此在给定工作空间内使用神经网络, 能以足够的精度逼近这种非线性映射关系. 其计算只涉及若干个指数函数, 可以满足实时性的要求.

在 LPV 系统控制中, 要求时变参数是独立变化

的, 即与系统状态无关, 但是 6 个支路长度的非线性函数, 图 4 表示了这种映射关系. 所以假设时变参数与系统状态无关具有局限性, 但由图 4 可见, 这种假设又有一定的合理性.

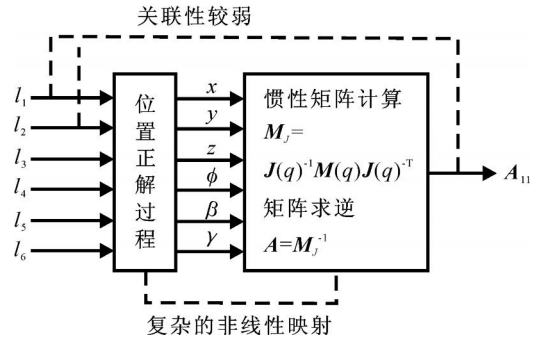


图4 时变参数与系统状态的关联

#### 3.2 考虑性能要求的 LPV 广义对象

考虑系统性能要求, 闭环系统结构如图 5 所示. 其中:  $K$  为控制器;  $z_e$  为跟踪性能的评价输出;  $z_u$  为控制输入量的评价输出;  $W_e$  为跟踪性能评价的频率域加权函数, 具有低通特性;  $W_u$  为控制输入评价的频率域加权函数, 具有高通特性.

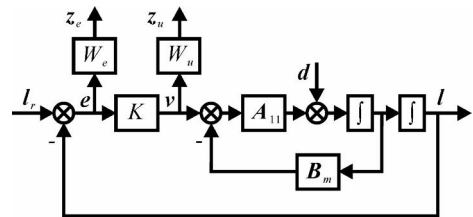


图5 带有评价输出的 DIDO 闭环系统结构

考虑  $W_e$  和  $W_u$  的状态空间实现, 有

$$\dot{x}_e = A_e x_e + B_e e, \quad z_e = C_e x_e + D_e e; \\ \dot{x}_u = A_u x_u + B_u v, \quad z_u = C_u x_u + D_u v.$$

定义

$$x_p = [x \quad x_e \quad x_u]^T, \quad d = [d \quad l_r]^T, \\ z = [z_e \quad z_u]^T, \quad y = e,$$

则广义 LPV 对象为

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p(\theta) x_p + B_{p1} d + B_{p2}(\theta) v, \\ z = C_{p1} x_p + D_{p11} d + D_{p12} v, \\ y = C_{p2} x_p + D_{p21} d. \end{cases} \quad (10)$$

其中时变参数  $\theta$  以仿射形式依赖于  $A_p$  和  $B_{p2}$ .

#### 3.3 LPV 控制器设计

在广义对象(10)中, 时变参数  $\theta$  以仿射形式出现在状态矩阵中. 参照文献[8]设计 LPV 控制器, 其基本思想是在时变参数  $\theta$  的变化范围内, 找到一个定常二次型李雅普诺夫函数, 满足有界实引理条件. 由于参数仿射的依赖特性, 可只在其变化顶点处求解有限个线性矩阵不等式(LMI). 这种方法要求广义对象中  $B_{p2}, C_{p2}, D_{p12}, D_{p21}$  与时变参数  $\theta$  无关, 且

$D_{p22} = 0$ , 因此需要在控制输入端加上一个严格的低通滤波器环节  $v = G_f(s)u$ . 此时系统的广义对象为

$$\begin{cases} \dot{x}_t = A_t(\cdot) x_t + B_{t1} v + B_{t2} u, \\ z = C_{t1} x_t + D_{t11} v + D_{t12} u, \\ y = C_{t2} x_t + D_{t21} v. \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $x_t$  为  $x_p$  与滤波器状态的增广,  $D_{t12} = 0$ . 时变参数在由  $p_{1\min}, p_{1\max}, p_{2\min}, p_{2\max}, p_{3\min}, p_{3\max}$  组成的长方体区域内变化, 其 8 个顶点为  $p_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ , 且有

$$p_i = \left[ \begin{matrix} p_{1\min} & \dots & p_{1\max} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{3\min} & \dots & p_{3\max} \end{matrix} \right] \quad (12)$$

其中  $\alpha_i$  为凸分解系数.

使在闭环系统内稳定且  $z$  的  $L_2$  增益小于 1 的控制器求取过程如下:

1) 求出两个实对称定常矩阵  $(R, S) \in R^{n \times n}$ , 满足如下线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} N_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{ii} R + R A_{ii}^T & R C_{i1}^T & B_{i1} \\ C_{i1} R & -I & D_{i11} \\ B_{i1}^T & D_{i11}^T & -I \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} N_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} N_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{ii}^T S + S A_{ii} & S B_{i1} & C_{i1}^T \\ B_{i1}^T S & -I & D_{i11}^T \\ C_{i1} & D_{i11} & -I \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} N_S & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0.$$

其中:  $N_R$  和  $N_S$  分别是子空间  $\ker([B_{i1}^T \ D_{i12}^T])$  和  $\ker([C_{i2} \ D_{i21}])$  中任意一组基向量作为列向量所构成的矩阵,  $i = 1, 2, \dots, 8$ .

2) 由  $R$  和  $S$  以及每个顶点处的系统状态矩阵求取相应的 LTI 控制器  $(A_{Ki}, B_{Ki}, C_{Ki}, D_{Ki})$ . 控制器实现时, 由实时可测的 6 个支路长度计算出时变参数, 再计算出凸分解系数  $\alpha_i$ . 控制器状态空间矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_K(\cdot) & B_K(\cdot) \\ C_K(\cdot) & D_K(\cdot) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \alpha_i \begin{bmatrix} A_{Ki} & B_{Ki} \\ C_{Ki} & D_{Ki} \end{bmatrix}.$$

### 3.4 稳定性分析

在 3 个 DIDO 控制器作用下, 整个平台应保持稳定. 考虑参考指令为 0 的闭环系统

$$\begin{cases} M_J \ddot{x}_k + (B_m I + C_f) \dot{x}_k = f, \\ \dot{x}_k = A_K x_k + B_K (-1), \\ f = C_K x_k + D_k (-1). \end{cases} \quad (13)$$

令  $x_c = [I^T \ \dot{x}_k^T \ x_k^T]^T$ , 则有  $\dot{x}_c = A_c x_c$ . 其中

$$A_c = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_J^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I & \mathbf{0} \\ -D_K & -(B_m I + C_f) & C_K \\ -B_K & \mathbf{0} & A_K \end{bmatrix} = A_m A_{c0}.$$

选取候选李雅普诺夫函数  $V = x_c^T P x_c$ , 其中

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \mathbf{0} & P_{13} \\ \mathbf{0} & pI & \mathbf{0} \\ P_{13}^T & \mathbf{0} & P_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_J & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I \end{bmatrix} = P_0 P_m.$$

李雅普诺夫函数对时间的导数为  $\dot{V} = x_c^T Q x_c$ , 其中  $Q = A_{c0}^T P_0 + P_0 A_{c0} + \dot{P}$ . 矩阵  $A_{c0}$  可分解为

$$A_{c0} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I & \mathbf{0} \\ -D_K & -B_m I & C_K \\ -B_K & \mathbf{0} & A_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -C_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = A_{c01} + A_{c02}.$$

利用平台的物理特性:  $M_J - C_f - C_f^T$  为斜对称矩阵, 可知  $Q < 0$  等价于  $A_{c01}^T P_0 + P_0 A_{c01} < 0$ . 该矩阵不等式含有参数仿射依赖的 LPV 控制器, 因此等价于有限个 LMI. 设计出 LPV 控制器后, 上述 LMI 有对称正定解  $P_0$ , 可保证整个平台的稳定性.

### 4 仿真分析

给定 Stewart 平台参数如下: 上平台半径为 0.2 m, 下平台半径为 0.4 m, 上平台邻近铰链点圆心角为  $10^\circ$ , 下平台邻近铰链点圆心角为  $25^\circ$ , 平台处于中位时高度为 1.2 m, 上平台质量为 15 kg, 绕三坐标轴转动惯量分别为  $0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 1.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . 则平台处于中位点处惯性矩阵为

$$M_J = \begin{bmatrix} 51.3 & -46.8 & -3.3 & 8.3 & -3.3 & -3.6 \\ -46.8 & 51.3 & -3.6 & -3.3 & 8.3 & -3.3 \\ -3.3 & -3.6 & 51.3 & -46.8 & -3.3 & 8.3 \\ 8.3 & -3.3 & -46.8 & 51.3 & -3.6 & -3.3 \\ -3.3 & 8.3 & -3.3 & -3.6 & 51.3 & -46.8 \\ -3.6 & -3.3 & 8.3 & -3.3 & -46.8 & 51.3 \end{bmatrix}.$$

限定平台工作空间如下: 位移范围为  $\pm 0.2 \text{ m}$ , 转角范围为  $\pm 0.2 \text{ rad}$ . 上平台运动轨迹参考指令为

$$\begin{aligned} x_r &= 0.15 \sin(0.314t), \\ y_r &= -0.15 \sin(0.471t), \\ z_r &= 0.15 \sin(0.659t); \\ \phi_r &= 0.15 \sin(0.314t), \\ \psi_r &= -0.15 \sin(0.377t), \\ \theta_r &= 0.15 \sin(0.502t). \end{aligned}$$

性能加权矩阵选为

$$W_e = \begin{bmatrix} \frac{400}{s^2 + 6s + 9} & 0 \\ 0 & \frac{400}{s^2 + 6s + 9} \end{bmatrix},$$

$$W_u = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}.$$

本文分别得到3种情况下的仿真结果:1)平台化为6个SISO子系统方式下,LPV控制方法的仿真结果;2)平台化为3个DIDO子系统方式下,二次稳定控制得到LTI控制器的仿真结果;3)平台化为3个DIDO子系统方式下,LPV控制方法的仿真结果.

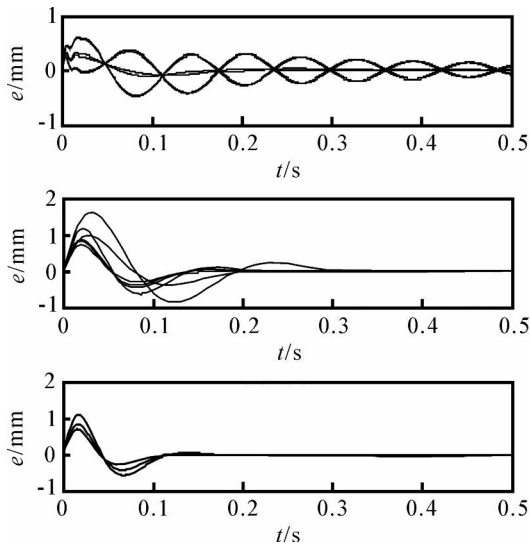


图6 3种情况下的跟踪误差

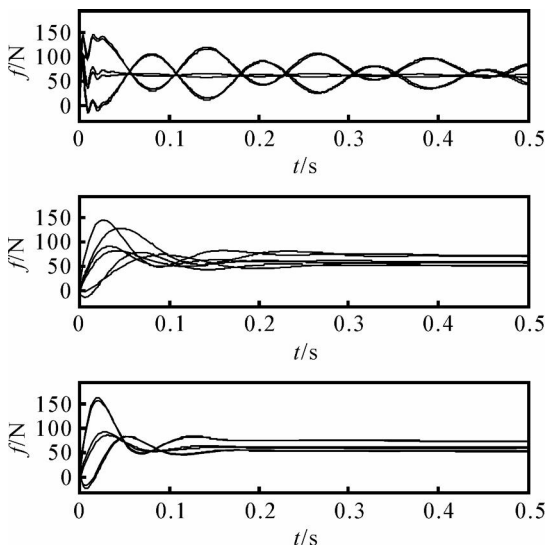


图7 3种情况下的控制输入量

3种情况的跟踪误差如图6所示,控制输入量如图7所示.由仿真结果可见,本文所提出方法跟踪误差 $L_2$ 范数最小,即控制系统性能最好.

## 5 结论

本文将六自由度并联机器人划分为3个DIDO子系统进行分散控制,对应了惯性矩阵块对角占优特性,从而降低了划分为6个SISO子系统方式的保守性.引入LPV控制方法后,控制器参数可以随着负载变化而变化,这样就能适应上平台位置姿态的变化,有助于提高系统的性能.

## 参考文献(References)

- [1] Hag Seong Kim, Young Man Cho, Kyo-Il Lee. Robust nonlinear task space control for 6 DOF parallel manipulator[J]. Automatica, 2005, 41(9):1591-1600.
- [2] Se-han Lee, Jae-bok Song, Woo-chun Choi, et al. Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics [J]. Mechatronics, 2003, 13(6): 605-619.
- [3] Koekebakker S H. Model based control of a flight simulator motion system [D]. Netherlands: Delft University of Technology, 2001.
- [4] Pasquale C, Francois P, Lorenzo S, et al. Robust design of independent joint controllers with experimentation on a high-speed parallel robot[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1993, 40(4): 393-403.
- [5] 郭洪波. 液压驱动六自由度平台的动力学建模与控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006.  
(Guo Hong-bo. Dynamic modeling and control of hydraulically driven 6-DOF platform [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2006.)
- [6] 苏玉鑫, 段宝岩, 张永芳, 等. 并联机器人的非线性PID控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 490-493.  
(Su Yu-xin, Duan Bao-yan, Zhang Yong-fang, et al. Nonlinear PID control of a parallel manipulator [J]. Control and Decision, 2003, 18(4): 490-493.)
- [7] Su Y X, Duan B Y, Zheng C H, et al. Disturbance rejection high-precision motion control of a Stewart platform [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2004, 12(3): 364-374.
- [8] Pierre Apkarian, Pascal Gahinet, Greg Beekers. Self-scheduled  $H$  control of linear parameter-varying systems: A design example[J]. Automatica, 1995, 31(9): 1251-1261.