

文章编号: 1001-0920(2008)03-0241-05

## 小子样统计理论及 IC 可靠性评估

邹心遥, 姚若河

(华南理工大学 电子与信息工程学院, 广州 510640)

**摘要:** 小子样 IC 可靠性评估方法显得越来越重要. 传统的小子样可靠性评估是基于 Bayes 方法, 其主要特点是可充分利用先验信息进行统计推断. 近年来发展的支持向量机(SVM)在小子样可靠性评估中具有独特的优势, 已在软件可靠性评估和可靠性预测方面取得了重要应用. 将 SVM 与 Bayes 方法相结合并应用于小子样 IC 的可靠性评估, 将大大节省 IC 可靠性评估的时间, 有效地提高工作效率.

**关键词:** 可靠性评定; 小子样; Bayes 方法; 支持向量机

**中图分类号:** TP202      **文献标识码:** A

### Small sample statistical theory and IC reliability assessment

ZOU Xin-yao, YAO Ruo-he

(School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China. Correspondent: YAO Ruo-he, E-mail: phrhyao@scut.edu.cn)

**Abstract:** Small sample reliability assessment methods are becoming more and more important. The traditional small sample reliability assessment is based on Bayes method, which can use prior information to evaluate the reliability. A new approach, support vector machine (SVM), can be used to assess the reliability of IC with small sample. Bayes method and SVM are used widely in software reliability assessment and reliability forecasting nowadays. It will decrease the test time and improve efficiency for IC reliability assessment if Bayes method is integrated with SVM.

**Key words:** Reliability assessment; Small sample; Bayes method; Support vector machine

### 1 引言

传统的可靠性评估方法即经典法, 是建立在渐进理论基础之上的, 依据中心极限定理, 认为被估参数是一个与观测过程无关的确定量, 当测量数据样本量达到一定数目以后, 估计值将接近于被估参数的真值. 运用经典法进行系统可靠性评估时, 需要较大数目的测试样本量, 才能得到置信度较高的评估结论. 现代一些复杂系统往往因为造价昂贵、实验周期长, 不可能获得大量的现场实验样本数据. 在现实问题中, 人们所面对的样本数目通常都是有限的, 有时还十分有限, 一些成熟的统计学方法已不适用于这种小子样的情况. 尤其是在航空、航天、武器等领域, 所用的集成电路(IC)生产批次小、数量少, 使用范围窄, 整机系统实验费用昂贵, 不可能通过大量的实验对其可靠性进行评估. 然而, 这些领域的集成电路的可靠性至关重要, 一块电路的失效也可能是灾难性的. 另一方面随着技术的进步, 芯片的可靠性越

来越高, 一般 IC 的失效率可低至 0.1 FIT (1 FIT =  $10^{-9}$  / h). 如果继续采用常规的寿命实验方法, 则需用几万到几百万个样品进行 1 000 小时的寿命实验, 这显然是不可能的. 因此, 迫切需要探索小子样可靠性分析评估方法. 其基本思想是研究在现场实验样本有限的条件下, 如何综合利用多种信息或选取有效的模型, 对 IC 的可靠性进行评估.

在现有小子样统计理论中, Bayes 方法以其能充分利用先验信息而备受重视. 国内外对 Bayes 方法的运用作了种种努力, 如先验信息的获取及表示, 统计决策理论的发展, 不同信息的 Bayes 融合方法, 线性模型参数估计及其改进等, 为 Bayes 理论的运用创造了有利的条件. 另外, 在机器智能研究领域, Vapnik 等提出了统计学习理论 (SLT)<sup>[1]</sup>, SLT 具有完备的理论基础和严格的理论体系, 首次强调了小样本统计学的问题, 被认为是目前针对小样本统计估计和学习预测的最佳理论. Vapnik 在这一理

收稿日期: 2006-12-15; 修回日期: 2007-03-16.

作者简介: 邹心遥 (1978 →), 女, 湖南衡阳人, 博士生, 从事小子样 IC 可靠性评估的研究; 姚若河 (1961 →), 男, 广东揭阳人, 教授, 博士生导师, 从事微电子学等研究.

论基础上,提出一种新的通用学习方法——支持向量机(SVM)<sup>[2]</sup>,在样本数有限的情况下,SVM出色的推广能力使其在小子样可靠性评估方面具有独特的优势.目前,SVM在软件可靠性评估和可靠性预测方面已取得一定的成果<sup>[3-11]</sup>.将SVM应用于IC可靠性领域,有可能实现IC可靠性评估的自动化.

## 2 小子样可靠性评估的主要方法

### 2.1 Bayes方法

Bayes方法解决统计问题的思路不同于经典的统计方法,它的一个显著特点就是充分运用各种信息(包括验前信息和现场实验信息)进行统计推断.其密度函数表示为

$$p(\theta/x) = \frac{f(x|\theta) p(\theta)}{\int f(x|\theta) p(\theta) d\theta} \quad (1)$$

其中: $\theta$ 为参数空间; $\theta$ 为分布参数,Bayes方法假定为随机变量; $p(\theta)$ 为先验密度,即验前信息的先验分布表示;似然函数 $f(x|\theta)$ 表示观测信息 $x$ 提供的现场实验信息; $p(\theta/x)$ 是在样本 $x$ 给定下的条件分布,称为的后验分布.它集中了总体、样本和先验3种信息中有关 $\theta$ 的一切信息,也是排除一切与 $\theta$ 无关的信息之后所得到的结果,故基于后验分布 $p(\theta/x)$ 对 $\theta$ 进行统计推断更为有效,也更为合理.

由Bayes理论的密度函数公式可知,要得到后验分布 $p(\theta/x)$ 并用其进行统计推断,除了现场的实验信息外,还必须得到先验信息,并将先验信息用先验分布的形式表示出来.因而获取大量可信的先验信息并对其进行科学、合理的处理,便成为运用Bayes方法的前提和关键.

#### 2.1.1 先验信息的获取

在小子样实验的条件下,需要获取的验前信息包括验前数据(寿命或成败数据等)、性能参数的统计特性(如验前均值、方差、分位数、置信区间或上下限等)以及其他相关信息.通常,验前信息包括客观验前信息和主观验前信息.客观验前信息是指:从产品设计到定型实验以前历次实验积累下的历史数据,这是获取验前信息最重要的途径;此外,还有通过理论分析或仿真而获得的验前信息.主观验前信息主要是指专家通过长期的实践积累下来的经验知识.

先验信息的获取大致有以下几条途径:

1) 单元及子系统实验信息.对于大型复杂系统而言,可预先对单元和子系统进行大量的可靠性实验,从而得到大量的实验数据.可将一个IC系统分成几个单元或子系统,在设计阶段对各个单元或子系统进行可靠性实验.例如对于集成运放而言,可将

其分成偏置电路、输入级、中间级和输出级4个单元,进而分析判断哪个单元是引起IC失效的主要原因,从而在设计和制造阶段更有效地加以控制.

2) 相似系统的信息.在航空、航天及武器系统中,很多新型系统都是在原有产品的基础上加以改型后得到的,因而可充分利用原型号的信息进行可靠性评估.当然,原型号的实验信息是否可以利用,关键是要确定相关型号系统之间的可靠性关系.如果是可交换的,则可直接利用相关型号的信息;否则,就需要对信息进行折合或转换.

3) 系统在不同应力条件下的实验信息.对于IC而言,在进行加速寿命实验的过程中,可通过在不同的热应力、电应力等条件下得到的实验信息,并考虑环境因子加以合理的利用.

4) 通过理论分析或仿真实验获取验前信息.这是一种在工程实践中常用的方法.仿真信息能否作为验前信息用于系统的可靠性评估,关键取决于仿真模型的可信性.随着仿真技术和系统建模技术的发展,仿真结果的可信性会越来越高.

5) 专家信息.最典型的是专家评分方法.由于这种方法不能避免主观成分,由此得出的验前信息将因人而异.因此,对专家经验知识的应用必须合理收集、科学运用.文献[12-15]针对工程中存在大量专家经验知识的情况,分别提出了对主观经验知识如何收集、整理和合理利用的方案.

#### 2.1.2 先验分布的表示

目前,对于如何表示先验分布的研究比较深入,Berger在其著作中总结了先验分布的表示方法.现有的研究方法主要有:Jaynes的最大熵先验分布,Raiffa等的共扼先验分布,Jeffreys的无信息先验分布.

最大熵方法有现成公式可以套用,其最大熵验前密度由下式确定:

$$p(\theta) = \frac{\exp\left[-\sum_{k=1}^m \lambda_k g_k(\theta)\right]}{\int \exp\left[-\sum_{k=1}^m \lambda_k g_k(\theta)\right] d\theta} \quad (2)$$

其中: $g_k(\theta)$ 为已知函数; $\lambda_k$ 为常数,由关于 $\theta$ 的约束条件

$$E[g_k(\theta)] = \int g_k(\theta) p(\theta) d\theta = \mu_k \quad (3)$$

决定.它适合的验前信息形式有参数的各阶矩、分位数、参数的置信区间或上下限等.

应用最大熵方法确定验前分布,最大困难在于有时验前密度函数 $p(\theta)$ 可能为零<sup>[16]</sup>,这是必须提起注意的问题.共扼先验分布的优点在于验后分布计算方便,因而在很多场合都被采用.但在应用中发

现,共扼先验分布的假设并不总是合适,此时可运用共扼先验分布的线性组合来作出验前分布的逼近.无信息先验分布的应用应尽量避免人为因素的影响,但要完全避免是很困难的.对于存在一定量的历史数据的情况,为减少 Bayes 方法中过多主观因素的引入,Martiz 提出了经验 Bayes 的思想<sup>[17-21]</sup>.经验 Bayes 方法强调对验前分布的形式不作假定,由历史信息直接确定验前分布,先验密度  $f(x)$  可通过下列积分求出:

$$f(x) = \int p(x|\theta) \pi(\theta) d\theta. \quad (4)$$

其中  $f(x)$  为子样  $X$  的边缘密度; $p(x|\theta)$  为子样的条件密度,实际上就是经典统计中的似然函数.只要知道总体分布,便可计算出  $p(x|\theta)$ .因此从理论上说,按照经验 Bayes 的思想便可确定先验密度  $\pi(\theta)$ ,只是求解积分并不是一件容易的事情,在计算可操作性上还需进一步探索.

### 2.1.3 先验信息的融合

先验信息具有多种来源,既有历史数据、相似系统信息、不同应力条件下的实验信息,又有专家经验信息等.这些信息来源不同,种类不同,结构也有很大的差异.因此需要引入一些融合准则,对多源验前信息进行融合,以便得到一种合理的综合验前分布表示.例如引起 IC 失效的机理有多种,如栅氧化层击穿、热载流子效应、电迁移、门锁效应等.由每种失效机理得到的寿命分布都不一样,需要将这些先验分布融合得到一种综合的验前分布,才能进行后验分布的统计推断.

目前,对于从各单一的验前分布得到合理的融合验前分布,所用的加权方法主要有以下几种:基于可信度的多源验前信息融合方法<sup>[22]</sup>,采用 Bayes 相继律<sup>[23]</sup>融合多组寿命数据或多个专家的信息,最大熵准则融合方法,专家设定融合权重<sup>[24]</sup>等.这些方法各具特色和适用范围:可信度融合方法比较合理,但计算较为困难;最大熵方法随着验前信息的增多,推导出的验前分布的形式更加复杂,给验后分布的求取及 Bayes 推断带来一定的困难,但只要验前信息可信并且充分,得到的验前分布会逼近实际的验前分布;专家设定融合权重的方法简便易行,但具有难以克服的主观随意性.

### 2.1.4 Bayes 理论与模糊数学和粗糙集理论

可靠性评定中存在不确定因素,除了随机不确定性,还有模糊不确定性.传统的可靠性评定主要考虑随机性的影响,但在面对小子样问题时,大量的专家经验信息具有一定的模糊性,系统工作有时也存在模糊性.因此需要将模糊数学引入可靠性理论,将

模糊数学与 Bayes 理论结合起来,这样可利用专家经验和模糊信息,并用模糊推理理论对系统的可靠性进行推理.基于模糊集的隶属度理论,可将由专家经验得到的验前分布表示成模糊集的形式,这样得到的可靠性评价能更好地反映实际情况.

粗糙集理论作为处理不完全信息的数据工具,其最大特点是不需要已知先验概率和后验概率,而是直接从已知数据出发,在不损失信息的前提下提取有用特征,分析数据之间潜在的关系,进行决策规则分析.它大大简化了计算的复杂性,但也存在一些缺陷,主要表现在收集数据的过程中,缺乏一些关键的数据和信息支持,也没有考虑历史数据,决策效率相对较低.尤其是当关键信息缺省较多时,粗糙集不能精确地进行属性约简和分类.如果将粗糙集方法与 Bayes 理论相结合,利用粗糙集对数据进行约简,再用 Bayes 理论训练约简后的数据,则得到的粗糙集-Bayes 规则挖掘模型,不仅能提高对不完全数据的分类能力,而且可提高决策效率.这样既克服了粗糙集刚性推理的弱点,也避免了单纯 Bayes 理论计算繁琐的弊端.

从概念上看,基于 Bayes 方法的决策理论与统计推断比非 Bayes 统计推断要直接得多,对于任何先验分布只需计算相应的验后分布性质即可,但在实际上,Bayes 理论的计算一直是一大难题.目前已研究出多种方法,如解析方法、Monte Carlo 积分技术、各种近似分析技术等.尽管如此,Bayes 小子样理论计算问题仍是其广泛应用的主要障碍.

### 2.2 支持向量机

相对于 Bayes 方法的计算困难,支持向量机(SVM)的一大优点是可通过对已知数据的学习,找到数据内在的相互依赖关系,从而对未知数据进行预测或对其性质进行判断,实现对系统可靠性评估的自动化.SVM 由根植于 VC 维理论的结构风险最小化原则导出,其基本思想是通过某种事先选择的非线性映射,将输入向量  $x$  映射到一个高维特征空间  $Z$ ,在这个空间中构造最优分类超平面.将 SVM 应用于 IC 系统的可靠性评估,是一种有意义、有前途的尝试,尤其是针对小子样的情况.

SVM 研究的重点在于以下两个方面:1) 最优超平面的构造:统计学习理论通过结构风险最小化原则,把最优超平面的构造转化为二次优化问题,从而求得全局最优解,这是 SVM 的核心内容;2) 非线性问题的处理:SVM 解决这一问题的基本思想是将样本空间映射到更高维的特征空间,在特征空间中求出最优超平面,该超平面实际上对应于原样本空间中的非线性超平面.SVM 通过具有特殊性质的核函

数,巧妙地避开了直接在高维空间中处理问题,因而没有增加计算的复杂性.

### 2.2.1 基于回归分析的可靠性评估

SVM在IC可靠性评估方面的应用,主要是利用回归分析和聚类分析的思想.支持向量回归机能从测量数据中找出系统与各因子以及各因子之间的内在联系,利用这种联系可对系统的可靠性进行预测评定和控制.在实际应用中,面对特定的问题,重点是解决根据训练样本集如何选择合适的核函数,以及确定SVM中模型参数的问题,从而保证支持向量回归机具有良好的推广性能.

例如,对一批IC样本进行测试,如果采用常规方法进行加速寿命测试,则需要大量的测试样本和时间;而采用SVM回归机,则可只测试少部分样本,然后对这些测量数据选择合适的核函数进行训练,得到合适的训练模型便可用来对其他样本进行推广,对IC产品的寿命特性分布曲线进行回归分析.研究表明,IC失效率分布主要包括二项分布、高斯分布、泊松分布以及威布尔分布.可用已有的数据及分布来验证支持向量回归机,如果符合,则说明支持向量回归机的训练结果可行,将其进行推广;否则,便修改模型,调整核函数继续训练.

目前,最常用的核函数有3种:多项式核、径向核、多层感知机核<sup>[25]</sup>.此外,还有Fourier级数核、B-样条核等.在SVM中应用最广泛的是径向核函数.它是一种普适的核函数,通过参数的选择可用于任意分布的样本.

作为一种新兴的技术,尽管对核函数已有不少的研究<sup>[26-32]</sup>,但目前还没有一种针对具体问题构造出合适的核函数的有效方法,因此需要继续深入的研究.

### 2.2.2 基于聚类思想的可靠性评估

利用聚类的思想对系统的可靠性进行评估,基本思想是通过对影响系统可靠性的因素进行分析,如果影响系统可靠性的因素相似,则其可靠性也大体相同.在采用内建可靠性技术之后,对于高可靠度的IC,很难再用失效率来表征其可靠性水平,判断产品可靠性的根据只能是微电路设计和制造中的可靠性保证策略.比如对各种失效机理的预处理,对关键输入工艺变量的控制情况(包括关键输入变量的确定、监测手段、控制方法)等措施.

对于这些影响IC可靠性的因素,本文认为在对它们进行编码的基础上,可将其送入支持向量机的分类器进行聚类,分为同一类的,可认为其芯片的可靠性评估结果是一致的.比如考察几种IC,对其某种失效机理进行聚类分析,若几种IC被分为一

类,则说明它们具有相似的生命分布.这种思想尤其适用于采用可靠性设计技术的各种系统.被评估的对象除了硬件系统之外,还可以是软件系统.

## 3 未来研究展望

小子样统计技术已广泛应用于航空、航天、武器等领域的可靠性评估,并取得了一定的研究成果<sup>[33]</sup>.在IC可靠性评估领域的应用,近期展开的研究工作主要有以下几方面:

1) 探索适合IC系统的先验信息分布的表示方法,以及多源先验信息的融合方法.

2) Bayes小子样理论广泛应用的主要障碍是计算问题,可深入研究如何将粗糙集理论与Bayes方法结合起来,以减少计算的复杂度.

3) 根据IC系统的实验样本数据,选择合适的核函数并建立支持向量回归机模型,对其可靠性进行预测评定.

4) 根据芯片制造过程中的可靠性保证因素,选择合适的编码方式并构造合适的分类器,对其进行可靠性分类评定.

5) 将模糊集理论(模糊数学)、粗糙集理论与支持向量机理论相结合,以推广现有的支持向量机.

6) Bayes方法已成功应用于传统的神经网络的学习训练,最近又应用于标准的支持向量机<sup>[34]</sup>和最小二乘支持向量机模型参数的调整<sup>[35]</sup>,因而Bayes方法与SVM的结合也是一个值得深入研究的方向.

## 参考文献(References)

- [1] Vapnik V N. Statistical learning theory [M]. New York: Springer, 1998.
- [2] Cortes C, Vapnik V. Support vector networks [J]. Machine Learning, 1995, 20(3): 273-297.
- [3] Pai P F, Hong W C. Software reliability forecasting by support vector machines with simulated annealing algorithms [J]. J of Systems and Software, 2006, 79(6): 747-755.
- [4] Ping-feng Pai. System reliability forecasting by support vector machines with genetic algorithms [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2006, 43(3/4): 262-274.
- [5] Wei-chiang Hong, Ping-feng Pai, Chen-tung Chen, et al. Recurrent support vector machines in reliability prediction [C]. Proc of the 1st Int Conf on Natural Computation. Changsha, 2005: 619-629.
- [6] Travieso C M, Alonso J B, Ferrer M A. Strategy for improving the reliability in the facial identification [C]. Proc of the 39th Annual 2005 Int Carnahan Conf of Security Technology. Las Palmas, 2005: 149-152.

- [7] Torres D E D, Rocco C M S. Reliability assessment of complex networks using rules extracted from trained ANN and SVM models[C]. Proc of the 5th Int Conf on Hybrid Intelligent Systems. Brazil, 2006: 347-352.
- [8] Wei-chiang Hong, Ping-feng Pai. Predicting engine reliability by support vector machines [J]. Int J of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 28(1/2): 154-161.
- [9] Zeng Y, Jiang W, Zhu C G, et al. Prediction of equipment maintenance using optimized support vector machine[C]. Proc of the 19th Australian Joint Conf on Artificial Intelligence. Hobart, 2006: 570-579.
- [10] Wang A, Liu B M, Qiu Z, et al. Fault diagnosis of circuits with tolerance based on support vector machines [C]. Proc of the 4th Int Conf on Communications, Circuits and Systems. Guilin, 2006: 2235-2238.
- [11] Hai-hua Gao, Xing-yu Wang, Hui-hua Yang. LS-SVM based intrusion detection using kernel space approximation and kernel-target alignment[C]. Proc of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006: 4214-4218.
- [12] Pate Cornell M E. Uncertainties in rich analysis: Six level of treatment [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1996, 54(2/3): 95-111.
- [13] Coolen F P A. On Bayesian reliability analysis with informative priors and censoring [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1996, 53(11): 91-98.
- [14] Bousquet N, Bertholon H, Celeux G. An alternative competing risk model to the weibull distribution for modelling aging in lifetime data analysis[J]. Lifetime Data Analysis, 2006, 12(4): 481-504.
- [15] Coolen F P A, Newby M J. Bayesian reliability analysis with imprecise prior probabilities [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1994, 43(11): 75-85.
- [16] 张金槐, 唐雪梅. Bayes 方法[M]. 修订版. 长沙: 国防科技大学出版社, 1993.  
(Zhang Jin-huai, Tang Xue-mei. Bayes method [M]. Revised ed. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1993.)
- [17] Quigley J, Bedford T. Estimating rate of occurrence of rare events with empirical Bayes: A railway application [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92(5): 619-627.
- [18] Tsai-hung Fan, Kuo-ching Chang, Chung-bow Lee. Bayesian estimation of the number of change points in simple linear regression models[J]. Communications in Statistics Theory and Methods, 2006, 35(4-6): 689-710.
- [19] Zou Xin-yao, Yao Ruo-he. Building-in reliability for VLSI[C]. The Proc of the 8th Int Conf on Electronic Materials and Packaging. Hong Kong, 2006: 450-455.
- [20] Martz H F, Kvam P H, Abramson L R. Empirical Bayes estimation of the reliability of nuclear power plant emergency diesel generators[J]. Technometrics, 1996, 38(1): 11-24.
- [21] Candel M J J M. Empirical Bayes estimators of the random intercept in multilevel analysis: Performance of the classical, morris and rao version[J]. Computational Statistics and Data Analysis, 2007, 51(6): 3027-3040.
- [22] 张金槐. 多种验前信息源情况下的融合验后分布[J]. 飞行器测控技术, 1998, 17(3): 28-35.  
(Zhang Jin-huai. Fusion posterior distribution using prior information of multiple sources [J]. Spacecraft T & C Technology, 1998, 17(3): 28-35.)
- [23] Xie M, Hong G Y, Wohlin C. Software reliability prediction incorporating information from a similar project[J]. J of System and Software, 1999, 49(1): 43-48.
- [24] Lesley W, John Q. Building prior distributions to support Bayesian reliability growth modeling using expert judgement [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2001, 74(2): 117-128.
- [25] Zhang Xue-gong. Introduction to statistical learning theory and support vector machines [J]. Acta Automation Sinica, 2000, 26(1): 32-41.
- [26] Scholkopf B, Smola A. Learning with kernels: Support vector machines, regularization and beyond [M]. Cambridge: MIT Press, 2002.
- [27] Cherkassky V, Shao X, Mulier F M, et al. Model complexity control for regression using VC generalization bounds [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1999, 10(5): 1075-1089.
- [28] Cherkassky V, Yur-qian Ma. Practical selection of SVM parameters and noise estimation for SVM regression[J]. Neural Networks, 2004, 17(1): 113-126.
- [29] Chalimourda A, Scholkopf B, Smola A. Experimentally optimal in support vector regression for different noise models and parameter settings[J]. Neural Networks, 2004, 17(1): 127-141.
- [30] Chapelle O, Vapnik V, Bousquet O, et al. Choosing kernel parameters for support vector machines [J]. Machine Learning, 2002, 46(1-3): 131-160.
- [31] Duan K, Keerthi S, Poo A. Evaluation of simple performance measures for turning SVM hyperparameters[J]. Neurocomputing, 2003, 51(4): 41-59.

(下转第 250 页)

- (6) : 954-960.)
- [2] Abou Kandil H, Smet O D, Freiling G, et al. Flow control in a failure-prone multi-machine manufacturing system[C]. Proc of INRIA/IEEE Symp on Emerging Technologies & Factory Automation. Paris, 1995, 2: 575-583.
- [3] Boukas E K, Shi P, Andijani A. Robust inventory-production control problem with stochastic demand [J]. Optimal Control Applications Methods, 1999, 20(11): 1-20.
- [4] Ji Y, Chizeck H J. Controllability, stabilizability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(7): 777-788.
- [5] Costa O, Fragoso M D, Marques R P. Discrete-time Markov jump linear systems [M]. London: Springer-Verlag, 2005.
- [6] Xue F, Guo L. Necessary and sufficient conditions for adaptive stabilizability of jump linear systems [J]. Communications in Information and Systems, 2001, 1(2): 205-224.
- [7] 张利军, 李春文, 程代展. 参数不确定马尔可夫跳变系统的鲁棒适应控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 1030-1033.  
(Zhang Li-jun, Li Chun-wen, Cheng Dai-zhan. Robust adaptive control of Markov jump systems with parameter uncertainties[J]. Control and Decision, 2005, 20(9): 1030-1033.)
- [8] 刘飞. 不确定跳变系统鲁棒  $L_2-L$  滤波[J]. 控制与决策, 2005, 20(1): 32-35.  
(Liu Fei. Robust  $L_2-L$  filtering for uncertain jump systems[J]. Control and Decision, 2005, 20(1): 32-35.)
- [9] 刘飞, 张曦煌.  $L_2$  增益约束下跳变系统鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(3): 1030-1037.  
(Liu Fei, Zhang Xi-huang. Robust control for jump systems with  $L_2$  gain constraints[J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(3): 1030-1037.)
- [10] 刘飞, 苏宏业, 褚健. 含参数不确定性的马尔可夫跳变过程鲁棒正实控制[J]. 自动化学报, 2003, 29(5): 761-766.  
(Liu Fei, Su Hong-ye, Chu Jian. Robust positive real control of Markov jump systems with parametric uncertainties[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(5): 761-766.)
- [11] Ji Y, Chizeck H J. Optimal quadratic control of jump linear system with separately controlled transition probabilities[J]. Int J of Control, 1989, 49(2): 481-491.
- [12] Boukas E K, Liu Z K. Jump linear quadratic regulator with controlled jump rates [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(2): 301-305.
- [13] Xu Y K, Chen X, Cao X R. Optimization for controlled jump rates of JLQG problem [C]. Proc of Chinese Control Conf. Guangzhou, 2005: 378-383.
- [14] Cao X R. From perturbation analysis to Markov decision processes and reinforcement learning [J]. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications, 2003, 13(1): 9-39.
- [15] Hernandez Lerma O, Lasserre J B. Policy iteration for average cost Markov control processes on borel spaces [J]. Acta Applicande Mathematicae, 1997, 47(2): 125-154.

(上接第 245 页)

- [32] Wang W, Xu Z, Lu W, et al. Determination of the spread parameter in the Gaussian kernel for classification and regression [J]. Neurocomputing, 2003, 55(3/4): 643-663.
- [33] 张恒喜, 郭基联, 朱家元, 等. 小样本多元数据分析方法及应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2002.  
(Zhang Heng-xi, Guo Ji-lian, Zhu Ji-a-yuan, et al. Multivariate data analysis methods and applications with small sample [M]. Xi'an: Northwest Polytechnical University Press, 2002.)
- [34] Kowk J. The evidence framework applied to support vector machines[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2000, 11(5): 1162-1173.
- [35] Van Gestel T, Suykens J A, Baesaens D, et al. Financial time series prediction using least squares support vector machines within the evidence framework [J]. IEEE Trans on Neural Networks: Special Issue on Neural Networks in Financial Engineering, 2001, 12(4): 809-821.