

文章编号: 1001-0920(2008)03-0333-04

多变量自适应极点配置对偶控制的研究

高振斌, 钱富才, 刘 丁

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048)

摘 要: 针对参数未知的多变量差分方程形式的系统, 首先利用 Kalman 滤波器进行参数辨识, 根据确定性等价原理对系统进行极点配置; 然后利用极点配置得到的非对偶控制器作为标称输入, 其对应的输出作为标称输出, 进而根据双准则进行对偶控制器的设计; 最后给出一个仿真实例, 验证该算法的可行性和有效性.

关键词: 对偶控制; 自适应控制; 随机系统

中图分类号: TP275 **文献标识码:** A

Dual control for multivariable adaptive pole placement

GAO Zhen-bin, QIAN Fu-cai, LIU Ding

(School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China.

Correspondent: GAO Zhen-bin, E-mail: gzhenbin824@163.com)

Abstract: The dual control of multivariable unknown parameter difference equation system is studied. Firstly, by using Kalman filter, the unknown parameter is estimated. Based on certainty equivalence principle, the pole placement is made to the original system. Then the controller, which is obtained through the pole placement, is regarded as the nominal input, the corresponding output is named for the nominal output and the dual controller is designed with bicriterion. Finally, the simulation example shows the feasibility and effectiveness of the method.

Key words: Dual control; Adaptive control; Stochastic system

1 引 言

20 世纪 60 年代初, Feldbaum 在研究具有不确定参数随机系统的自适应控制问题时, 提出了对偶控制的思想^[1]. 控制器的对偶作用表现在: 一方面要对系统进行学习(或探测), 以减少系统中参数不确定性的影响; 另一方面要对系统进行控制(或调节), 使其输出趋向期望的目标. 前者需要较大的扰动信号对系统进行探测, 以提高系统未知参数的估计精度; 后者需要较小的信号对系统进行谨慎控制, 以减少性能指标中由于参数不确定性带来的影响. 设计此类控制器, 不仅影响系统的状态, 而且影响估计的精度, 即所谓的对偶控制. 对偶作用即估计和控制, 二者之间存在耦合, 不能分开进行, 导致最优控制的解析解无法获得.

Milito 等根据 Kalman 滤波器的新息序列包含参数真值与估计之间的误差信息, 在控制指标的基础上, 通过学习因子引入新息序列方差, 实现了控制

作用与估计作用的良好折衷, 这就是著名的 IDC 控制策略^[2]. Filatov 提出了双重指标的单输入单输出对偶自适应控制, 两个指标反映了对偶控制的两个目标: 控制作用和学习作用, 从而简化了计算^[3]. Li Duan 等对于参数的不确定性仅存在于测量方程, 提出了方差最小化方法, 获得了具有主动学习特点的对偶控制律; 随后, 他们还用方差最小化和度量系统参数不确定的方法, 给出了参数不确定性存在于状态方程与量测方程的对偶控制律^[4-6], 但这些方法仅适用于被控系统的模型为状态空间描述. 钱富才等针对描述系统的模型为差分方程且参数为未知常数, 提出了对偶控制律的两级优化算法, 使得次优对偶控制律的求解更加容易^[7]. Li Duan 等总结了其研究成果, 提出了参数不确定性对偶控制求解的一般性框架^[8]. 钱富才等将预测控制中滚动优化的思想引入具有未知参数的状态方程的对偶控制策略^[9].

本文针对多输入多输出差分方程形式的随机系

收稿日期: 2006-12-12; 修回日期: 2007-03-13.

基金项目: 教育部高等学校博士点基金项目(20060700007); 陕西省自然科学基金项目(2005F15).

作者简介: 高振斌(1966—), 男, 陕西华县人, 博士生, 从事随机系统、自适应控制的研究; 钱富才(1963—), 男, 陕西蓝田人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统、最优控制等研究.

统,无论原系统开环是否稳定,都可根据确定性等价原理设计出使闭环系统具有稳定极点的非对偶控制器,以其对应的输出作为系统的标称输出,使实际系统的输出跟踪标称输出,系统具有更好的鲁棒性,并且得到性能更优的对偶控制器。

2 问题的提出

考虑如下多输入多输出自回归滑动平均 (ARMA) 模型:

$$\begin{cases} y_1(k+1) + a_{11}y_1(k) + \dots + a_{1n}y_n(k) = \\ b_{11}u_1(k) + \dots + b_{1m}u_m(k) + e_1(k+1), \\ y_2(k+1) + a_{21}y_1(k) + \dots + a_{2n}y_n(k) = \\ b_{21}u_1(k) + \dots + b_{2m}u_m(k) + e_2(k+1), \\ \dots \\ y_n(k+1) + a_{n1}y_1(k) + \dots + a_{nm}y_n(k) = \\ b_{n1}u_1(k) + \dots + b_{nm}u_m(k) + e_n(k+1). \end{cases} \quad (1)$$

式(1)可写成差分方程的形式,有

$$A(q^{-1})y(k+1) = B(q^{-1})u(k+1) + e(k+1). \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} y(k+1) &= [y_1(k+1), y_2(k+1), \dots, y_n(k+1)]^T \quad R^{n \times 1}, \\ u(k+1) &= [u_1(k+1), u_2(k+1), \dots, u_m(k+1)]^T \quad R^{m \times 1}, \\ e(k+1) &= [e_1(k+1), e_2(k+1), \dots, e_n(k+1)]^T \quad R^{n \times 1}. \end{aligned}$$

式中: $y(k+1)$ 和 $u(k+1)$ 分别是输出和输入向量; $e(k+1)$ 是均值为零、方差为 W 的白噪声向量,即 $e(k+1) \sim N(0, W)$; $A(q^{-1}) \in R^{n \times n}$, $B(q^{-1}) \in R^{n \times m}$ 均为后移算子 q^{-1} 矩阵的多项式,且

$$A(q^{-1}) = I_n + A_1 q^{-1}, B(q^{-1}) = B_1 q^{-1}.$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix},$$

I_n 为 n 维单位矩阵.于是,式(1)可写成

$$y(k+1) = -A_1 y(k) + B_1 u(k) + e(k+1). \quad (3)$$

定义

$$x(k) = [b_1^T, a_1^T | b_2^T, a_2^T | \dots | b_n^T, a_n^T]^T.$$

其中 b_i^T 和 a_i^T ($i = 1, 2, \dots, n$) 分别为矩阵 B_1 和 A_1 的

第 i 行元素,即

$$A_1 = [a_1, a_2, \dots, a_n]^T, B_1 = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T.$$

定义

$${}^T(k) = [u^T(k), -y^T(k)],$$

测量阵为

$$H(k) = \text{diag}[{}^T(k), {}^T(k), \dots, {}^T(k)],$$

则式(3)可写成

$$y(k+1) = H(k)x(k) + e(k+1). \quad (4)$$

假定参数未知且保持不变,即

$$x(k+1) = x(k), \quad (5)$$

则可利用递推 Kalman 滤波器进行估计,有

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k+1) &= \\ \hat{x}(k|k) &+ K(k+1)[y(k+1) - \\ &H(k)\hat{x}(k|k)], \\ K(k+1) &= \\ P(k|k)H^T &[HP(k|k)H^T + W]^{-1}, \\ P(k+1|k+1) &= \\ P(k|k) &- K(k+1)HP(k|k). \end{aligned}$$

具有初始条件

$$\hat{x}(0|0) = \hat{x}(0), P(0|0) = P(0).$$

3 以确定性等价原理为基础的极点配置控制器

根据确定性等价原理,由式(2)得

$$A(q^{-1})y(k+1) = B(q^{-1})u(k+1). \quad (6)$$

引入线性控制器方程

$$G(q^{-1})u(k) = -F(q^{-1})y(k) + H(q^{-1})r(k). \quad (7)$$

其中: $G(q^{-1}) \in R^{n \times m}$, $F(q^{-1}) \in R^{n \times n}$, $H(q^{-1}) \in R^{n \times n}$ 均为待定的后移算子 q^{-1} 的矩阵多项式; $r(k)$ 是已知的时变有界的参考输入向量。

将式(7)代入式(6),并满足伪互换性条件

$$A(q^{-1})\bar{B}(q^{-1}) = B(q^{-1})\bar{A}(q^{-1}),$$

可得到系统的闭环方程

$$\begin{aligned} y(k+1) &= \\ \bar{B}(q^{-1}) &[G(q^{-1})\bar{A}(q^{-1}) + F(q^{-1})\bar{B}(q^{-1})]^{-1} \times \\ &H(q^{-1})r(k+1). \end{aligned} \quad (8)$$

设 $T^*(q^{-1}) \in R^{n \times n}$ 是事先给定的稳定多项式阵(即 $|\det T^*(q^{-1})| = 0$ 的根位于单位圆外),且满足 Diophantine 方程

$$T^*(q^{-1}) = G(q^{-1})\bar{A}(q^{-1}) + F(q^{-1})\bar{B}(q^{-1}). \quad (9)$$

取 $T^*(q^{-1}) = I_n + T_1^* q^{-1}$,用等式两边同次幂系数相等的方法解恒等式(9),可求得待定矩阵多项式 $F(q^{-1})$ 和 $G(q^{-1})$.同时, $F(q^{-1})$ 和 $G(q^{-1})$ 阶的选择必须使式(9)右边的阶大于或等于左边的阶,这样式(9)才可能有解. $H(q^{-1})$ 通常取为定常矩阵,即

$$H(q^{-1}) = h_0 = T^*(1)\bar{B}^{-1}(1).$$

于是,当系统达到稳态时(即 $q^{-1} = 1$ 或 $k \rightarrow \infty$ 时),可消除稳态跟踪误差(即稳态时 $y(k) = r(k)$).

4 对偶控制器的设计

由式(7)得到以确定等价原理为基础的极点配置控制器称为非对偶控制器,表示为 $u_N(k+1)$. 如果以它作为标称输入,则与其对应的标称系统的输出有如下形式:

$$y_N(k+1) = -A_1 y(k) + B_1 u_N(k), \quad (10)$$

其中 A_1 和 B_1 为 A_1 和 B_1 的参数估计值.

如果控制器使系统输出尽可能接近标称输出,则控制性能将得到提高. 根据两指标优化准则,引入下面两个指标泛函:

$$J_k^c = E\{ (y_N(k+1) - y(k+1))^T \times (y_N(k+1) - y(k+1)) / I^k \}, \quad (11)$$

$$J_k^a = -E\{ (y(k+1) - H(k)\hat{x}(k/k))^T \times (y(k+1) - H(k)\hat{x}(k/k)) / I^k \}. \quad (12)$$

其中 I^k 为 k 时刻前的已知信息.

上述两个指标泛函与对偶控制的两个目的相关:追踪系统输出;减小系统参数的不确定性,提高估计精度. 对偶的自适应极点配置控制器通过解式(11)和(12)的两目标最优问题而获得,即

$$u(k) = \arg \min_{u(k)} J_k^a. \quad (13)$$

其中

$$c(k) = [u_c(k) - (k) \dots u_c(k) + (k)],$$

$$u_c(k) = \arg \min_{u(k)} J_k^c,$$

$$(k) = f_k\{P(k)\} = \{\text{tr}(P(k))\}, \quad 0.$$

式中: $P(k)$ 为由 Kalman 滤波方程得到的参数估计的协方差矩阵, $u_c(k)$ 为使指标(11)极小化的谨慎控制律,对偶控制律 $u(k)$ 在以 $u_c(k)$ 为中心的 k 区间内取值.

对参数估计协方差矩阵 $P(k)$ 和高斯白噪声的方差 W 分块,有

$$P(k) = \text{diag}(P_1(k), P_2(k), \dots, P_n(k)),$$

$$W = \text{diag}(W_{e_1}, W_{e_2}, \dots, W_{e_n}).$$

其中

$$P_i(k) = \begin{bmatrix} P_{b_i}(k) & P_{a_i b_i}^T(k) \\ P_{a_i b_i}(k) & P_{a_i}(k) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

由式(11)得

$$J_k^c = u^T(k) [(P_{b_1} + \dots + P_{b_n}) + B_1^T B_1] u(k) - 2u^T(k) [P_{a_1 b_1} + \dots + P_{a_n b_n} + B_1^T A_1] y(k) - 2u^T(k) B_1^T y_N(k) + y^T(k) (P_{a_1} + \dots + P_{a_n}) y(k) + (W_{e_1} + \dots + W_{e_n}) + [y^T(k) A_1^T - y_N(k)] [y^T(k) A_1^T - y_N(k)]^T. \quad (14)$$

其中

$$A_1 = [\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_n]^T, \quad B_1 = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T.$$

令

$$1 = (P_{b_1} + P_{b_2} + \dots + P_{b_n}) + B_1^T B_1,$$

$$2 = (P_{a_1 b_1} + P_{a_2 b_2} + \dots + P_{a_n b_n}) + B_1^T A_1,$$

$$3 = (P_{a_1} + P_{a_2} + \dots + P_{a_n}) + A_1^T A_1,$$

$$y_N(k+1) = -A_1 y(k) + B_1 u_N(k).$$

则式(14)可简化为

$$J_k^c = u^T(k) 1 u(k) - 2u^T(k) 2 y(k) - 2u^T(k) B_1^T y_N(k) + y^T(k) 3 y(k) + (W_{e_1} + W_{e_2} + \dots + W_{e_n}) + y^T(k) A_1^T y_N^T + y_N(k) A_1 y(k) + y_N(k) y_N^T(k). \quad (15)$$

对于式(15),令 $\partial J_k^c / \partial u(k) = 0$,可得到谨慎控制器

$$u_c(k) = i^{-1} (B_1^T B_1 u_N(k) - (P_{a_1 b_1} + P_{a_2 b_2} + \dots + P_{a_n b_n}) y(k)). \quad (16)$$

在 k 中,由式(13)的最小化可得到对偶控制器

$$u(k) = u_c(k) + (k) \text{sign}\{c(k)\}. \quad (17)$$

其中

$$c(k) = J_k^a (u_c(k) - (k)) - J_k^a (u_c(k) + (k)) = 2^{-T}(k) (P_{b_1} + \dots + P_{b_n}) u_c(k) + 2u_c^T (P_{b_1} + \dots + P_{b_n}) (k) - 2^{-T}(k) (P_{b_1 a_1} + \dots + P_{b_n a_n}) y(k) - 2y^T(k) (P_{b_1 a_1} + \dots + P_{b_n a_n}) (k).$$

5 仿真研究

考虑如下模型:

$$A(q^{-1}) y(k+1) = B(q^{-1}) u(k+1) + e(k+1).$$

其中

$$y(k+1) = \begin{bmatrix} y_1(k+1) \\ y_2(k+1) \end{bmatrix},$$

$$u(k+1) = \begin{bmatrix} u_1(k+1) \\ u_2(k+1) \end{bmatrix},$$

$$e(k+1) = \begin{bmatrix} e_1(k+1) \\ e_2(k+1) \end{bmatrix},$$

$$A(q^{-1}) = I_2 + \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ -0.4 & -0.7 \end{bmatrix} q^{-1},$$

$$B(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} q^{-1},$$

$$e(k+1) \sim N\left(0, \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}\right).$$

取稳定矩阵多项式 $T = I_2 + T_1 q^{-1}$, 其中

$$T_1 = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix},$$

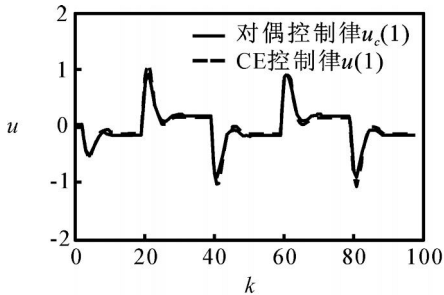
其特征值为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$, 它们都在单位圆外. 由伪互换性易得

$$\bar{A}(q^{-1}) = A(q^{-1}), \bar{B}(q^{-1}) = B(q^{-1}).$$

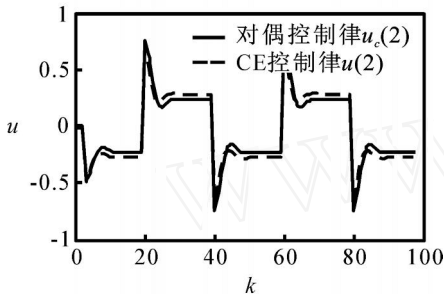
由式(9)可得

$$F(q^{-1}) = F_0 = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.4 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$G(q^{-1}) = I_2,$$

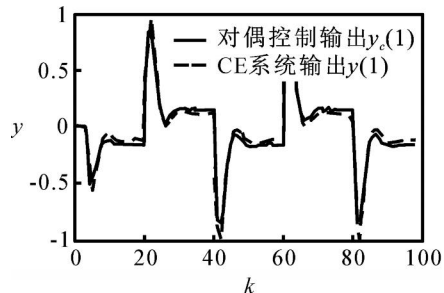


(a) 控制律 $u(1)$ 和 $u_c(1)$

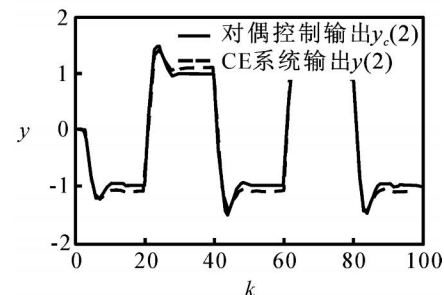


(b) 控制律 $u(2)$ 和 $u_c(2)$

图1 控制律变化趋势比较



(a) 系统输出 $y(1)$ 和 $y_c(1)$



(b) 系统输出 $y(2)$ 和 $y_c(2)$

图2 系统输出变化趋势比较

且有

$$H(q^{-1}) = h_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

于是

$$u_N(k) = -G^{-1}(q^{-1})F(q^{-1})y(k) + G^{-1}(q^{-1})H(q^{-1})r(k) - F_0y(k) + h_0r(k),$$

其中 $r(k)$ 为周期为 20, 幅值为 ± 1 的方波信号. 将 $u_N(k)$ 代入式(16), 得

$$u_c(k) = -i^{-1}(B_1^T B_1 u_N(k) - (P_{a_1 b_1}^T + P_{a_2 b_2}^T)y(k)).$$

其中: $i = (P_{b_1} + P_{b_2}) + B_1^T B_1$, B_1 为差分方程中矩阵 B_1 的参数估计值, P_{b_i} 和 $P_{a_i b_i}$ ($i = 1, 2$) 为矩阵 A_1 和 B_1 参数估计协方差阵中的对应项. 取 $\lambda(k) = \text{tr}(P(k))$, 由式(17)可得极点配置对偶控制律.

由确定性等价原理和本文算法得到的极点配置控制律的比较如图 1 所示; 两种控制律对应的系统输出的比较如图 2 所示.

6 结 语

本文研究基于双指标的多变量极点配置对偶自适应控制问题. 两个指标泛函 J_k^c 和 J_k^a 与对偶控制的两个目的相关: 使系统输出达到期望的输出值; 对系统进行探测, 减小系统参数的不确定性, 提高估计精度. 对于多变量自适应系统, 根据给定的满足一定的极点要求的稳定多项式, 利用确定性等价原理对原系统进行极点配置, 得到一个非对偶控制器, 以此作为标称输入, 其对应的输出为标称输出. 以此标称输出作为理想的输出, 使原系统的输出对其进行跟踪, 达到系统的调节(或控制)作用. 对于参数未知的多变量系统, 采用递推 Kalman 滤波器对其进行辨识. 最后用本文方法作了仿真, 证明所设计的自适应对偶控制器具有调节作用.

参考文献(References)

- [1] Feldbaum A A. Dual control theory: I & [J]. Automatic Remote Control, 1960, 21(4): 1033-1039.
- [2] Milito R, Padilla C S, Padilla R A, et al. An innovation approach to dual control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1982, 27(1): 132-137.
- [3] Filatov N M, Keuchel U, Unbehauen H. Dual control for unstable mechanical plant[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1996, 16(4): 31-37.
- [4] Li Duan, Qian Furcai, Fu Pei-lin. Variance minimization approach for a class of dual control problems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(12): 2010-2020.

(下转第 340 页)

指标

$$J = \int_0^T [e^2(T) + 0.001u^2(T)] dt$$

设定当前时刻 $t = 0$, 当 $Nu = 3$ 时, 由预测时域的定义可知 $Ny = 3$. 仿真得到的系统输出曲线如图 1 所示.

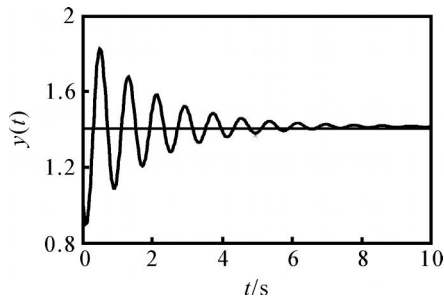


图 1 参考信号和闭环系统输出

从图 1 可以看出, 系统的输出曲线能够跟踪设定的目标, 且输出与设定值之间的误差随着时间的推移趋于零. 这说明闭环系统具有良好的渐近稳定性.

7 结 论

本文将离散时间 GPC 采用的无穷时域的性能指标引入 CGPC 稳定性的研究. 通过施加不影响控制目标的终端等式约束, 对无穷时域的性能指标进行转化, 从而使不可解的优化问题转化为可解的二次规划问题; 进而求解二次规划问题, 得到最优控制律. 由后退时域性能指标的单调性, 得到了使 CGPC 闭环系统达到渐近稳定的条件. 仿真结果验证了该算法的有效性.

参考文献(References)

[1] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized

predictive control: Part 1 & 2[J]. Automatica, 1987, 23(1): 137-160.

[2] 王伟, 杨建军. 广义预测控制: 理论、算法与应用[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(6): 777-786.

(Wang Wei, Yang Jian-jun. Generalized predictive control: Theory, algorithm and application[J]. Control Theory and Applications, 1997, 14(6): 777-786.)

[3] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993. (Xi Yu-geng. Predictive control[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1993.)

[4] Demircoğlu H, Gawthrop P J. Continuous-time generalized predictive control[J]. Automatica, 1991, 27(1): 55-74.

[5] Demircoğlu H, Ercan Karasu. Generalized predictive control: A practical application and comparison of discrete and continuous-time versions[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2000, 10(1): 36-47.

[6] Demircoğlu H, Clarke D W. Generalized predictive control with end point weighting[J]. IEE Proc D, 1993, 140(4): 275-282.

[7] Kouvaritakis B, Rossiter J A, Chang A O T. Stable generalized predictive control: An algorithm with guaranteed stability[J]. IEE Proc D, 1992, 139(4): 349-362.

[8] Pierre O M, Sokaert. Infinite horizon generalized predictive control[J]. Int J of Control, 1997, 66(1): 161-175.

[9] Demircoğlu H, Clarke D W. CGPG with guaranteed stability properties[J]. IEE Proc D, 1992, 139(4): 371-380.

(上接第 336 页)

[5] Li Duan, Qian Furcai. Closed-loop optimal control law for discrete time LQG problems with a mean-variance objective[C]. 43rd IEEE Conf on Decision and Control. Atlantis, 2004: 2291-2296.

[6] Fu Pei-lin, Li Duan, Qian Furcai. Active dual control for linear-quadratic Gaussian system with unknown parameters[C]. Proc of the 15th IFAC World Congress. Barcelona, 2002: 337-342.

[7] 钱富才, 刘丁, 李云霞. 基于两级算法的对偶控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(1): 89-93.

(Qian Fur-cai, Liu Ding, Li Yun-xia. Dual control based on two-level algorithm [J]. Control Theory and Applications, 2004, 21(1): 89-93.)

[8] Li Duan, Qian Furcai, Fu Pei-lin. Research on dual control[J]. Acta Automatic Sinica, 2005, 31(1): 32-42.

[9] 钱富才, 刘丁, 陈晓可. 基于滚动优化的对偶控制策略[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 855-861.

(Qian Fur-cai, Liu Ding, Chen Xiao-ke. Dual control strategy based on receding horizon[J]. Control Theory and Applications, 2005, 22(6): 855-861.)