

文章编号: 1001-0920(2008)03-0346-03

# 判定非确定离散事件系统稳定性的梯度搜索算法

舒少龙<sup>1</sup>, 林峰<sup>1,2</sup>, 黄志强<sup>1</sup>

(1. 同济大学 电信学院, 上海 200092; 2. 韦恩州立大学 电子与计算机工程系, 美国 底特律)

**摘要:** 讨论基于非确定自动机/形式语言模型的非确定离散事件系统(NDES)稳定性问题. 引入非确定离散事件系统稳定性的定义, 并得到了稳定性的判据定理. 给出了基于梯度的搜索算法, 该算法可有效消除观测器的冗余, 从而降低了计算复杂度.

**关键词:** 非确定离散事件系统; 非确定自动机/形式语言; 稳定性; 梯度搜索

**中图分类号:** TP301; TP202 **文献标识码:** A

## Algorithm analysis for stability of non-deterministic discrete event systems

SHU Shao-long<sup>1</sup>, LIN Feng<sup>1,2</sup>, HUANG Zhi-qiang<sup>1</sup>

(1. School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Electrical and Computer Engineering, Wayne State University, Detroit, USA. Correspondent: SHU Shao-long, E-mail: shushaolong@hotmail.com)

**Abstract:** Stability of non-deterministic discrete event systems (DES) based on non-deterministic automata/languages is studied. The periodical stability of DES is defined and the criterions for checking periodical stability based on observer are discussed. Finally, an effective algorithm is derived and the computational complexity of the observer is reduced by eliminating the redundancy of the observer.

**Key words:** Non-deterministic discrete event system; Non-deterministic automata/languages; Periodical stability; Gradient search

### 1 引言

基于自动机/形式语言模型的离散事件系统监控理论<sup>[1,2]</sup>,在柔性制造系统、计算机网络、逻辑电路、交通系统等生产和生活中得到了广泛的应用. 其中离散事件系统的稳定性是一个热点研究问题. 不少学者对这一问题进行研究,并得到了许多有意义的结果. 文献[3-5]从状态的角度考虑系统的稳定性; [6]从语言的角度研究稳定性问题; [7]将传统的 Lyapunov 稳定性理论应用于离散事件系统; [8]在离散事件系统的研究中引入了马尔可夫链方法.

上述文献都是针对确定性离散事件系统进行研究. 本文研究非确定离散事件系统的稳定性问题.

### 2 非确定离散事件系统及其稳定性

在讨论系统的稳定性时,系统可表示为如下非确定自动机模型<sup>[9]</sup>:

$$G = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \quad (1)$$

其中:  $Q$  为有限离散状态集;  $\Sigma$  为事件集;  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  为系统转换函数,它描述了系统的动态运动过程.

对于上述自动机模型,  $\Sigma^*$  表示事件集合  $\Sigma$  组成的所有事件序列集合(包括空事件序列),自动机的语言则是  $\Sigma^*$  的子集. 如果事件序列  $s$  满足  $s = s_1 s_2 s_3$ , 则  $s_1$  是  $s$  的前缀事件序列,  $s_3$  是  $s$  的后缀事件序列,  $s_2$  则是  $s$  的子事件序列. 注意  $s_1$  和  $s_3$  都是  $s$  的前缀事件序列、后缀事件序列和子事件序列. 定义  $s$  的前缀事件序列集合

$$\text{Pr}(s) = \{s' \mid (\exists t) s' t = s\} \quad (2)$$

$|s|$  表示事件序列的长度;  $|Q|$  表示状态集元素的个数,为了方便表示为  $n$ .

**定义 1** 离散事件系统  $G$  是稳定的,如果对于

收稿日期: 2006-12-12; 修回日期: 2007-06-11.

基金项目: 美国国家科学基金项目(IN T-0213651).

作者简介: 舒少龙(1980—),男,湖北黄石人,博士生,从事离散事件系统等研究; 林峰(1960—),男,上海人,教授,博士生导师,从事离散事件系统、神经网络等研究.

任意无穷事件序列  $s$  及其任意前缀子事件序列  $s_1$ , 总存在正数  $N$  及其子事件序列  $|s_2| < N$ , 满足

$$\begin{aligned} & \Pr(s) = (\forall q_i, q_j \in Q) \times \\ & ( (q_i, s) \neq (q_j, s) ) \Rightarrow \\ & (q_i, s_1 s_2) = \\ & (q_j, s_1 s_2) \quad | \quad (q_i, s_1 s_2) \neq (q_j, s_1 s_2) | = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

上述定义描述了这样的事实:对于无穷事件序列  $s$ , 如果系统发生扰动或迁移的不确定性给系统带来状态的不确定性, 则系统总能在有限步内消除误差.

下面讨论系统基于观测器的稳定性判据问题. 采用文献[10]的算法将自动机  $G$  转换成观测器  $G_{\text{obs}}$ , 即

$$G_{\text{obs}} = A_c(X, \cdot, x_0). \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} X &= 2^Q \setminus \{q_0\}, x_0 = Q \setminus \{q_0\}, \\ (x, \cdot) &= UR\{q \in Q \setminus \{q_0\} \\ & \quad (\exists q \in x) q \neq (q, \cdot)\}. \end{aligned}$$

观测器  $G_{\text{obs}}$  反映了系统在发生任意事件序列时的状态估计. 由此可得稳定性的判据定理:

**定理 1** 非确定离散事件系统  $G$  具有稳定性, 当且仅当观测器  $G_{\text{obs}}$  在状态子集  $X - X_m$  中不存在闭环路径.

证明略.

上述定理中, 在最恶劣的情况下, 系统  $G_{\text{obs}}$  的状态数目可达到  $2^{|Q|} - 1$ , 因此在空间上指数复杂度为  $O(2^{|Q|})$ .

### 3 稳定性算法

本节讨论稳定性判据定理的搜索算法. 该算法无需构建观测器  $G_{\text{obs}}$ , 因此能有效消除构建观测器带来的计算上的冗余.

在构建基于梯度的搜索算法之前, 首先定义一个概念——梯度: 如果存在状态  $x$  和  $x'$ , 则  $x$  到  $x'$  的梯度可计算为

$$T(x, x') = (|x'| - |x|) / |x|. \quad (5)$$

它反映了估计状态  $x$  沿状态  $x'$  方向状态大小的变化情况. 对于状态  $x$ , 定义

$$(x) = \{s : (\exists q \in Q) (q, s) \neq x\}. \quad (6)$$

对于搜索算法, 给出几条指导性的原则:

1) 如果判断可达集中存在元素  $x(x \in X_m)$ , 则采用深度优先;

2) 如果判断可达集中存在元素  $x(x \in X - X_m)$ , 则采用广度优先;

3) 如果判断可达集中存在元素  $x(x \in X_m)$ , 则按梯度最小优先进行搜索;

4) 如果判断可达集中存在元素  $x(x \in X -$

$X_m)$ , 则按梯度最大优先进行搜索.

这些原则的正确性可作如下解释: 由于  $X - X_m$  中的元素大于  $X_m$  中的元素, 要寻找  $X - X_m$  中的某元素, 自然不希望系统向  $X_m$  集合方向寻找, 应向远离  $X_m$  集合方向寻找. 同样, 要寻找  $X_m$  中的某元素, 自然不希望系统向  $X - X_m$  集合方向寻找, 应向远离  $X - X_m$  集合方向寻找.

根据上述原则, 本文设计的搜索算法如下:

第 1 步: 取  $x_0$  为初始搜索状态, 确定事件搜索次序  $1 \quad 2 \quad \dots \quad |s|$ .

第 2 步: 按照事件  $1 \quad 2 \quad \dots \quad |s|$  进行搜索, 可得到一系列新的状态. 此时计算每个状态的梯度, 并按梯度从大到小排序, 选取梯度最大的状态作为新的搜索状态.

第 3 步: 如果新的搜索状态与其某个父状态相同, 则搜索完成.

第 4 步: 如果新的搜索状态为状态子集  $X_m$  的状态, 则该状态为终止状态, 跳回第 3 步, 重新选择新的搜索状态; 否则, 跳回第 2 步.

第 5 步: 如果所有的分支搜索完毕, 则搜索完成.

根据该算法, 有如下定理:

**定理 2** 对于非确定离散事件系统  $G$ , 如果上述搜索算法终止于第 3 步, 则系统是不稳定的; 如果上述搜索算法终止于第 5 步, 则系统是稳定的.

**证明** 首先证明第一部分. 设搜索完毕时新的搜索状态为  $x$ , 它与某个父状态相同, 设该父状态经过事件序列  $s$  到达该状态. 于是有  $(x, s) = x$ , 形成一个状态回环. 由上述算法可知, 所有父状态均属于状态子集  $X - X_m$ . 状态  $x$  是  $x_0$  可达的, 故该状态回环即为观测器的一个状态回环. 假定观测器状态子集  $X - X_m$  中存在状态回环, 并假定状态回环为 (它对应的一个事件序列为  $v$ )

$$C(x, v) = (x \xrightarrow{1} x_1 \xrightarrow{2} \dots x_{j-1} \xrightarrow{j} x_j), \quad (7)$$

其中  $x_j = x$ . 由于任意状态均为合法搜索节点, 系统可搜索到这些节点. 所以总能搜索到一个状态回环, 且该状态回环属于状态子集  $X - X_m$ .

现在证明第二部分. 由第一部分的证明可知, 如果观测器状态子集  $X - X_m$  中存在状态回环, 则该算法总能找到一个状态回环. 如果没有找到状态回环, 则说明原观测器状态子集  $X - X_m$  中没有状态回环. 因此系统是稳定的.

### 4 应用示例

将上述算法应用于关节炎的诊断与治疗. 具体的建模过程较为复杂, 这里没有给出. 其非确定离散

事件系统模型如图1所示.

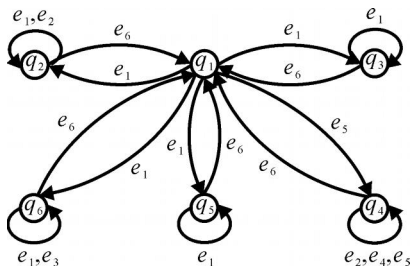


图1 非确定离散事件系统模型

建立的观测器如图2所示.从判据上可知,该系统不是稳定的,因为在观测器的状态子集  $X - X_m$  中明显地存在状态回环  $G_{obs}$ .

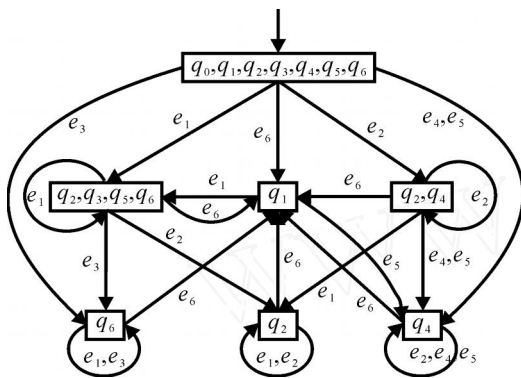


图2 图1模型的观测器  $G_{obs}$

采用基于梯度的搜索算法来判断系统的稳定性.其搜索树如图3所示.

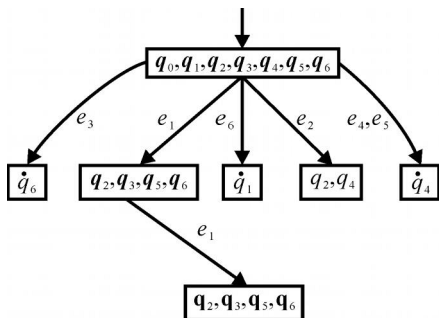


图3 图1模型的稳定性搜索树

该树上带点的节点状态为搜索终止节点状态,黑体节点状态为具体的搜索父节点状态,白体节点状态为待搜索节点状态,正体节点为与其某父节点相同的终止节点状态.

如果发现一个正体节点状态,则搜索完成,系统不稳定.由该搜索树可知,该系统是不稳定的.这一结论与从判据中直接得到的结论相一致.与图2的观测器相比,采用搜索算法可简化计算,提高搜索速

度,并且消除冗余.

### 5 结论

本文讨论非确定离散事件系统(DES)的稳定性问题.文中引入了系统稳定性的概念,并推导了系统稳定的充要条件.虽然从系统的观测器可直接判断系统是否稳定,但其计算是较复杂的,特别是在系统状态较多的情况下.针对判据计算复杂的问题,提出了基于状态梯度的搜索算法.最后通过理论分析和具体实例,说明它能有效降低系统的复杂度.

### 参考文献(References)

- [1] Ramadge P J, Wonham W M. Supervisory control of a class of discrete event processes[J]. SIAM J of Control and Optimization, 1987, 25 (1) : 206-230.
- [2] Lin F, Wonham W M. On observeability of discrete event systems[J]. Information Science, 1988, 44 (3) : 173-198.
- [3] Brave Y. On stabilization of discrete event processes [J]. Proc of 28th CDC. New York, 1989: 2737-2743.
- [4] Ozveren C M, Wilsky A S. Output stabilizability of discrete-event dynamic systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(8) : 925-935.
- [5] Ozveren C M, Wilsky A S. Observability of discrete event dynamic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(7) : 797-806.
- [6] Kumar R, Garg V, Marcus S. Language stability and stabilizability of discrete event dynamical systems[J]. SIAM J of Control and Optimization, 1993, 31 (5) : 1294-1320.
- [7] 俞新贞, 吴澄. 离散事件系统的稳定性[J]. 控制与决策, 2001, 16(1) : 55-57, 61. (Yu Xin-zhen, Wu Cheng. Stability of discrete event systems[J]. Control and Decision, 2001, 16(1) : 55-57, 61.)
- [8] 胡奇英, 刘勇. 离散事件系统静态稳定性的马氏决策过程方法[J]. 应用数学学报, 2001, 24(3) : 377-383. (Hu Qi-ying, Liu Yong. Markov decision processes methods for static stability of DES [J]. J of Applied Mathematics, 2001, 24(3) : 377-383.)
- [9] Heymann M, Lin F. Discrete event control of nondeterministic systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(1) : 3-17.
- [10] Cao C, Lin F, Lin Z H. Why event observation: Observability revisited [J]. Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications, 1997, 7(2) : 127-149.