

文章编号: 1001-0920(2008)04-0361-06

熵在决策分析中的应用综述

周荣喜¹, 刘善存², 邱菀华²

(1. 北京化工大学 经济管理学院, 北京 100029; 2. 北京航空航天大学 经济管理学院, 北京 100083)

摘要: 基于熵在自然科学和社会科学及其交叉学科的研究中具有独特的优势, 介绍了熵在决策分析的主要研究领域: 概率分布、效用函数、Bayes 决策、多目标决策、群决策和其他决策问题中的应用现状及其研究成果, 并对其未来的发展方向进行了探讨与展望。

关键词: 熵; 概率分布; 效用函数; Bayes 决策; 多目标决策

中图分类号: C934 **文献标识码:** A

Survey of applications of entropy in decision analysis

ZHOU Rong-xi¹, LIU Shan-cun², QIU Wan-hua²

(1. School of Economics and Management, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China; 2. School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100083, China. Correspondent: ZHOU Rong-xi, E-mail: zrx103@buaa.edu.cn)

Abstract: Entropy is especially suitable to nature science, social science and their intercross disciplines. Therefore, applications and results of entropy are introduced in decision analysis, such as probability distribution, utility functions, Bayesian decision, multiobjective decision, group decision and other decision problems. And further applications and research directions are discussed in detail.

Key words: Entropy; Probability distribution; Utility functions; Bayesian decision; Multiobjective decision

1 引言

Shannon^[1] 于 1948 年提出信息熵概念; Jaynes^[2] 于 1957 年提出最大熵原理, 又称最大熵方法或极大熵准则. 在随后的半个世纪里, 熵在自然科学和社会科学领域中均得到广泛的应用. 如果以篇名为检索项, 以熵为检索词, 仅在 1997~2006 年的中国期刊全文数据库中可检索到的文章达 2 443 篇, 并且近几年呈明显增长的趋势.

本文在查阅国内外有关文献资料的基础上, 仅对熵在决策分析的主要领域中的应用状况进行综述分析, 并对其今后的研究方向进行探讨.

2 熵在决策分析中的应用

决策分析是研究不确定性决策问题的一种系统分析方法, 其目的是改进决策过程, 从一系列备选方案中找出一个能满足一定目标的合适方案. 概率分布和效用函数是决策分析的两大基础, Bayes 决策、多目标决策、群决策是决策分析的主要研究领域, 熵在这些方面均有着广泛的应用.

2.1 概率分布

对于给定的随机变量, 如何获取最为合适的概率分布 Jaynes^[2] 于 1957 年提出应该按照最大熵原理 (MEP) 选取在一定约束下使得熵能最大化的那种概率分布作为待选的分, 并且指出这是可以作出的惟一的不偏不倚的选择, 即该分布 P 是下列规划问题 (ME) 的最优解:

$$\max H(P) = - \int \log(dP(x)/dx) dP(x),$$

$$\text{s. t. } dP(x) \geq 0, \int dP(x) = 1;$$

$$\int x^k dP(x) = \mu_k, k = 1, 2, \dots$$

1978 年, Aida 等^[3] 基于最大熵原理给出了不同连续概率分布的熵值. Alexis^[4] 研究了对于任意概率分布的期望熵值. Thomas^[5] 通过对 ME 中的矩约束加入上下限, 从而对具有部分关于自然概率空间的先验信息的不确定性决策问题提出广义最大熵原理. Kesavan 等将 MEP 和文献 [6] 的最小鉴别信息

收稿日期: 2007-01-07; 修回日期: 2007-04-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (70372011, 70671006, 70701003).

作者简介: 周荣喜 (1972—), 男, 江西崇仁人, 讲师, 博士, 从事决策理论等研究; 刘善存 (1965—), 男, 河北衡水人, 教授, 博士生导师, 从事投资决策等研究.

原理(交叉熵原理)作了进一步推广^[7]。

文献[8-11]研究了不同条件下求解最大熵密度函数的算法。为了提取决策者关于决策情况的不确定性信息的联合概率分布, Abbas^[12]提出一种基于最大熵方法的利用低阶联合概率估计来获取联合概率分布的有效途径。Michael等^[13]首次给出已知四阶矩约束条件下,估计偏度和峰度的最大熵方法,并应用于具有时变偏度和峰度的 GARCH 模型中。

2.2 效用函数

在决策理论中,决策人对后果的偏好次序是用效用来描述的,因此效用函数(价值函数)是决策分析的研究基础。Barron等^[14]基于最大熵给出一个计算加性多属性价值模型灵敏度的简单方法。在此基础上, Soofi等^[15]将加性多属性价值模型中的基于熵的近似等权推广到极小鉴别信息权重。姜丹等^[16]定义并构造了效用风险函数和效用风险熵的函数表达式,分析其主要数学性质,阐明效用风险和效用风险熵作为客观状态和决策行动方案的效用风险测度函数的合理性。Lehrer等^[17]通过引入相对熵的概念,研究一个代理人面对序贯决策问题,给出了决定代理人最终是否学会优化自身效用的相对熵形式的表示条件。

真正意义上用熵理论研究效用函数还是近几年。Candéal等^[18]研究发现经济学中效用的表示与热力学中熵的表示之间存在惊人的相似性。Abbas^[19]对于决策分析中的一个有序展望集,基于信息论和熵给出了一个获取 von Neumann-Morgenstern 效用值的最优问题选择的算法。随后, Abbas^[20]又通过引入效用密度函数的概念,提出用最大熵原理确定效用值的新方法,并且基于决策者的偏好行为,研究了最大熵效用的含义,给出了应用实例。Yang等^[21]提出期望效用-熵风险测度,建立基于期望效用-熵的决策模型,利用该模型解决了一些著名悖论,如 Allais 问题。Daroonch^[22]研究多代理保险市场,发现通过最大熵原理得到价格密度函数与通过最大化效用函数得到的价格密度函数相似的结论。

2.3 Bayes 决策

随机性决策问题的基础是设定自然状态的概率分布和后果的效用函数,如果仅仅依靠决策者的经验对自然状态的先验分布作主观估计,其精度远远不够,因此需要通过随机试验去获取自然状态的信息以修正其先验分布。Bayes 定理提供了一种实施方法。Bayes 决策就是以 Bayes 定理为工具研究决策中的概率修正、信息的价值等问题^[23,24]。

针对传统的 Bayes 决策,仅依据信息的费用而

没有考虑信息的准确度以致产生了一些不合理的现象,顾昌耀等提出复熵的概念,定义了传递熵,并用其来度量信息准确度,使得 Bayes 决策更加客观、合理^[25]。文献[26,27]对此作了进一步改进,从而解决了在后验分布熵相等的情况下传统 Bayes 决策方法仅依据费用未能解决的问题,提高了 Bayes 决策的准确度。[28]研究了在拥有先验信息的情况下是否进行抽样调查这一决策问题,提出一种用传递熵进行事前决策的方法。在此基础上,[29]得到 Bayes 决策中抽样信息的最大期望收益值的新计算公式,讨论了不同准确度抽样信息的条件熵、信息量等性质。Vetschera^[30]研究决策分析和信息理论中所形成的度量信息价值方法之间的相似性,分析了信息论中的熵测度在决策分析中的作用。[31]从信息灵敏度、价值灵敏度和准确度 3 个方面对信息进行全方位的比较,从另一角度解决了如何判别信息优劣的问题。[32]对此作了进一步改进。[33]针对指数分布情形,分别在平均失效率和失效率分位数的多元先验信息下,讨论了共轭最大熵先验下的 Bayes 估计问题。

2.4 多目标决策

熵用于多目标决策基本集中在 2 个方面:最大熵原理用于决策变量是离散的多属性决策(有限个方案的多目标决策)和决策变量是连续型的多目标决策。

熵在多属性决策中的应用主要体现在用最大熵方法确定属性的权重。文献[14,15]在研究确定型多属性价值函数时提出用基于熵最大化方法计算属性权重。文献[34]建议在或的水平(orness)测度一定的情况下,利用最大熵方法计算有序加权平均(OWA)集结算子的权重。Filev等^[35]利用最大熵方法获取 OWA 算子的权重,并得到权重的解析形式。而 Fuller等^[36]利用拉格朗日乘子方法,通过求解一个约束优化问题得到一个多项式方程,从而得到极大熵 OWA 算子的权重向量。Majlender^[37]进一步对于任意或的水平提出一类具有最大 Rényi 熵的参数化有序加权平均算子。Liu^[38]提出一类特殊的满足最大熵原理的参数化加权函数。Kojadinovic^[39]等在研究基于 Choquet 积分的多属性决策的集结过程中,拓展了熵概念,证明了依据 Choquet 积分,熵测度具有非常合理的解释,并且满足许多自然性质。

国内方面,文献[40]从相对熵的概念出发,给出了 AHP 中权重的一种新的计算方法,并提出将相对熵作为判断矩阵是否近似满足一致性条件的一个指标。[41]基于熵原理,给出 6 种确定判断矩阵一致

性的熵方法. 尤天慧等^[42-43] 针对属性值以区间数形式给出的不确定性多属性决策中确定属性权重的问题, 提出了一种区间数熵权的确定方法, 并给出一种确定区间数熵权的误差分析方法. [44] 以优化理论和最大熵原理为依据, 给出了一种系统评价指标综合赋权方法——线性组合赋权法. [45] 提出了基于广义最大熵原理和遗传算法的多指标赋权方法.

此外, 文献[46] 提出了决策分析中一类极大熵问题的求解算法. 孙棣华等^[47] 提出采用相对熵作为定量描述决策属性的均衡性的指标, 并将其应用于对线性迭加映射模型的修正, 给出了适用性更广的基于相对熵的均衡性评价映射模型. 文献[48] 对于状态空间为连续型随机变量的不确定性决策问题, 运用最大熵原理将其转化为风险型决策问题求解.

关于熵用于决策变量是连续型的多目标决策问题, 主要体现在将最大熵方法用于多目标优化问题的求解算法. 文献[49] 研究了多目标 Minimax 问题的极大熵方法的构成, 在较弱的条件下证明了极大熵方法导出的多目标逼近问题的 FritzJohn (FJ) 点列的任一极限点均为原多目标 Minimax 问题的 FJ 点. [50] 讨论了双层多目标决策问题, 提出将上层转化为极大熵问题求解, 下层进行有效性检验, 并给出了迭代算法. [51] 采用极大熵解法, 将多目标规划转化为一般的可微规划, 再采用遗传算法求解多目标规划. [52] 根据多目标优化的基本原理, 结合极大熵函数的基本性质, 提出求解目标规划问题的极大熵算法, 并证明了该算法的收敛性. [53] 依据最优化理论中的 KKT 互补条件, 建立了广义支持向量机的无约束优化模型, 并给出了一种有效的光滑化近似解法的极大熵方法, 为求解支持向量机优化问题提供了一种新途径.

2.5 群决策

对于群决策问题, 熵主要是用来集结群决策者的决策信息. 1994 年, Levy 等^[54] 基于最大熵推断得到集结将来事件结果观点的几个公式, 并且与 Bordley 集结公式进行比较, 结果表明, 最大熵方法能充分利用更多的已有信息. 文献[55] 对专家关于不确定事件结果的预测的观点集结提出了一个极大熵框架. [56] 应用拓展熵的概念研究了群组决策支持水平、个体决策可靠性理论及其应用问题, 得到水平和可靠度测度的公式和算法. [57] 针对[56] 中的专家间的合作程度无法度量, 对最终决策产生二义性等问题无法解决, 提出一种新的群决策系统——合作决策群, 从理论上证明了决策群模型的有效性, 并给出了求解算法. [58] 从相对熵的概念出发提出了求解群决策中由个体偏好评判值集结群体偏好评

判值的新思路, 建立了能够集结不同专家偏好评判值为群体一致或妥协偏好的相对熵模型, 并给出了相对熵算法有效性的理论证明及算例. [59] 基于相对熵概念, 提出了一种基于不同偏好信息的相对熵最优化的集成模型, 给出了模型的解, 并证明了该集成方法的有效性.

2.6 其他决策

张歧山等^[60] 基于灰熵理论, 给出了量化不确定型决策的新方法, 该方法具有无需补充信息的优点. 随后, 张歧山等^[61] 又引入灰熵及灰关联概念, 给出了灰熵关联度的定义, 得到了一种灰关联分析的新方法. 文献[62] 给出了一种基于信息熵的决策树决策树枝合并算法. [63] 通过运用马尔柯夫信源熵在刻划随机过程方面的优势, 实现了航天型号研制经验不确定性的量化. [64] 建议应用信息熵和其他熵指数来度量马尔可夫决策的复杂性, 提出了一套基于信息理论的复杂性度量方法. 米传民等^[65] 构造了基于熵权的灰色定权聚类评估方法的算法等.

3 发展与展望

爱因斯坦曾称熵定律是整个科学的首要法则. 的确, 仅决策分析这一研究领域, 熵就得到了诸多成功的应用. 从已查阅的文献看, 国外研究大多集中在决策分析的两大基础领域: 概率分布和效用函数. 国内在熵-Bayes 决策专题研究中取得不少成果, 但更多的研究还是偏重于应用. 由于熵是一个既简单又复杂的工具, 对于其在决策分析中的应用仍有许多具有挑战性的问题, 未来的研究工作可考虑从以下几个方面展开:

(1) 用最大熵原理研究概率分布这一主题至今仍是方兴未艾. 从 Laplace 等概率准则是最大熵原理的特例到现在的已知多阶矩约束条件下求其概率分布. 预计今后的研究偏重于两个方面: 研究不同约束条件下最大熵概率分布的求解算法和基于熵的多变量联合概率分布的确定问题.

(2) 风险与效用是决策分析中两个密不可分的概念, 而熵是不确定性的最佳度量, 因此用熵来度量风险, 求解效用函数仍是一个合理的研究思路. 近期的研究成果^[19-21] 就是一个很好的证明. 将熵用来研究效用函数和风险态度, 尤其是与不确定性决策新理论(展望理论或前景理论) 相结合是一个具有挑战性的创新方向.

(3) 熵-Bayes 决策研究主要集中在用熵度量信息价值和衡量信息准确度. 由于人们获取的先验信息的有限性和不准确性, 该主题仍将是 Bayes 决策中的一个重要方向, 更进一步的研究可考虑与多阶段动态决策相结合.

(4) 熵用于确定多属性决策中的权重,从属性值实数型到区间型,从 Shannon 熵到 Rényi 熵,从实数权重到参数化加权函数.可以预计,对于现代多属性语言决策,熵也将是一个良好的工具.对于熵用于多目标决策,主要还是集中在应用最大熵原理研究多目标问题的求解.近期的研究趋势表现为最大熵原理与其他方法的结合,如将熵与遗传算法等结合,体现了集成创新的思想,该思路也将成为今后研究的一个方向.

(5) 对于群决策问题,主要是用相对熵来集结信息.更有意义的研究是探讨如何用相对熵来解决复杂大群体中的个体决策过程的信息集结问题,以及与前面的专题结合来解决群决策中的组织结构合理性、稳定性、有效性等问题.

此外,熵用于决策树、马尔可夫决策等方面的研究也将成为熵决策分析的研究方向.更有意义的研究是将熵与其他方向,如行为科学等相互结合,共同解决决策分析中的理论问题,并最终在实践中发挥作用.

参考文献(References)

- [1] Shannon C E. A mathematical theory of communication [J]. Bell Systems Technical J, 1948, 27(3): 379-428.
- [2] Jaynes E T. Information theory and statistical mechanics [J]. The Physical Review, 1957, 106(2): 620-630.
- [3] Aida C G, Lazo V, Rathie P N. On the entropy of continuous probability distributions[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1978, 24(1): 120-122.
- [4] Alexis De Vos. The entropy of a mixture of probability distributions[J]. Entropy, 2005, 7(1): 15-37.
- [5] Thomas M U. A generalized maximum entropy principle [J]. Operations Research, 1979, 27(6): 1188-1196.
- [6] Kullback S, Leibler R A. On information and sufficiency[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1951, 22(1): 79-86.
- [7] Kesavan H K, Kapur J N. The generalized maximum entropy principle[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1989, 19(5): 1042-1052.
- [8] Alhassid A N, Levine R D. An algorithm for finding the distribution of maximal entropy[J]. J of Computational Physics, 1979, 30(2): 250-259.
- [9] Mead L R, Papanicolaou N. Maximum entropy in the problem of moments [J]. J of Mathematical Physics, 1984, 25(8): 2404-2417.
- [10] Zellner A, Highfield R A. Calculation of maximum entropy distributions and approximation of marginal posterior distributions [J]. J of Econometrics, 1988, 37(2): 195-209.
- [11] Ormoneit D, White H. An efficient algorithm to compute maximum entropy densities[J]. Econometric Reviews, 1999, 18(2): 127-140.
- [12] Abbas Ali E. Entropy methods for joint distributions in decision analysis [J]. IEEE Trans on Engineering Management, 2006, 53(1): 146-159.
- [13] Michael R, Eric J. Entropy densities with an application to autoregressive conditional skewness and kurtosis[J]. J of Econometrics, 2002, 106(1): 119-142.
- [14] Barron H, Schmidt C P. Sensitivity analysis of additive multiattribute value models[J]. Operations Research, 1988, 36(1): 122-127.
- [15] Soofi E S. Generalized entropy-based weights for multiattribute value models[J]. Operations Research, 1990, 38(2): 362-363.
- [16] 姜丹, 钱玉美. 效用风险熵[J]. 中国科技大学学报, 1994, 24(4): 461-469.
(Jiang Dan, Qian Yu-mei. Effect risk entropy[J]. J of China University of Science and Technology, 1994, 24(4): 461-469.)
- [17] Lehrer E, Smorodinsky R. Relative entropy in sequential decision problems [J]. J of Mathematical Economics, 2000, 33(4): 425-439.
- [18] Candeal J C, De Miguel J R, Indur 'Ain E, et al. Utility and entropy[J]. Economic Theory, 2001, 17(1): 233-238.
- [19] Abbas A E. Entropy methods for adaptive utility elicitation [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part A, 2004, 34(2): 169-178.
- [20] Abbas A E. Maximum entropy utility [J]. Operations Research, 2006, 54(2): 277-290.
- [21] Yang J P, Qiu W H. A measure of risk and a decision-making model based on expected utility and entropy [J]. European J of Operational Research, 2005, 164(3): 792-799.
- [22] Darooneh A H. Utility function from maximum entropy principle[J]. Entropy, 2006, 8(1): 18-24.
- [23] 岳超源. 决策理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
(Yue Chao-yuan. Decision theory and method [M]. Beijing: Science Press, 2003.)
- [24] 邱菀华. 管理决策与应用熵学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2001.
(Qiu Wan-hua. Management decision and application entropy [M]. Beijing: China Machine Press, 2001.)
- [25] 顾昌耀, 邱菀华. 复熵及其在 Bayes 决策中的应用 [J]. 控制与决策, 1991, 6(4): 251-259.
(Gu Chang-yao, Qiu Wan-hua. Complex entropy and its application in Bayes decision analysis [J]. Control and Decision, 1991, 6(4): 251-259.)
- [26] 邱菀华, 杨敏. 信息-决策分析法的改进 [J]. 控制与决

- 策,1997,12(4):353-356.
(Qiu Wan-hua, Yang Min. Improvement of information-decision analysis [J]. Control and Decision,1997,12(4):353-356.)
- [27] 邱苑华,高建伟. 信息价值风险分析的熵-Bayes 决策模型[J]. 系统工程理论与实践,2001,21(8):14-18.
(Qiu Wan-hua, Gao Jian-wei. The entropy-Bayes decision making model of information value risky analysis[J]. Systems Engineering Theory and Practice,2001,21(8):14-18.)
- [28] 赵恒峰,邱苑华,王波,等. 拥有先验信息情况下抽样调查的事前决策法[J]. 控制与决策,1998,13(4):289-294.
(Zhao Heng-feng, Qiu Wan-hua, Wang Bo, et al. An ex ante decision method of sampling information acquiring at prior information condition [J]. Control and Decision,1998,13(4):289-294.)
- [29] 杨继平,邱苑华,魏存平. 信息准确度在 Bayes 决策中的影响研究[J]. 系统工程理论与实践,2000,20(7):41-44.
(Yan Ji-ping, Qiu Wan-hua, Wei Cun-ping. The study of influence of the accuracy of information in Bayesian decision analysis[J]. Systems Engineering Theory and Practice,2000,20(7):41-44.)
- [30] Vetschera R. Entropy and the value of information[J]. Central European J of Operations Research,2000,8(3):195-208.
- [31] 刘善存,邱苑华. 熵用于信息评价的进一步探讨[J]. 系统工程理论与实践,1999,19(11):8-12.
(Liu Shan-cun, Qiu Wan-hua. Further study on the evaluation of information by entropy [J]. Systems Engineering Theory and Practice,1999,19(11):8-12.)
- [32] Zhou R X, Chen X C, Ma Y H. The analysis of information sensitivity in entropy-Bayes decision[C]. ICIM 2006: Proc of the 8th Int Conf on Industrial Management. China Aviation Industry Press,2006:549-553.
- [33] 詹昊可,姜礼平. 共轭最大熵先验下的贝叶斯估计[J]. 运筹与管理,2002,11(6):27-31.
(Zhan Hao-ke, Jiang Li-ping. Bayesian estimation based on maximum entropy conjugate priors [J]. Operations Research and Management Science,2002,11(6):27-31.)
- [34] O'Hagan M. Aggregating template or rule antecedents in real-time expert systems with fuzzy set logic[C]. Proc 22nd Annu IEEE Asilomar Conf on Signals, Systems, Computers. California,1988:681-689.
- [35] Filev D, Yager R R. Analytic properties of maximum entropy OWA operators[J]. Information Sciences,1995,85(1):11-27.
- [36] Fuller R, Majlender P. An analytic approach for obtaining maximal entropy OWA operator weights[J]. Fuzzy Sets and Systems,2001,124(1):53-57.
- [37] Majlender P. OWA operators with maximal Rényi entropy[J]. Fuzzy Sets and Systems,2005,155(3):340-360.
- [38] Liu X W. On the maximum entropy parameterized interval approximation of fuzzy numbers [J]. Fuzzy Sets and Systems,2006,157(7):869-878.
- [39] Kojadinovic I, Marichal J L. Entropy of bi-capacities [J]. European J of Operational Research,2007,178(1):164-184.
- [40] 雷功炎. 关于将相对熵用于层次分析的简单注记[J]. 系统工程理论与实践,1995,3(3):65-68.
(Lei Gong-yan. A note on the application of relative entropy to analytic hierarchy process [J]. Systems Engineering Theory and Practice,1995,3(3):65-68.)
- [41] 秦学志,王雪华,杨德礼. 确定判断矩阵一致性程度的几种熵方法[J]. 系统工程,1998,16(5):67-70.
(Qin Xue-zhi, Wang Xue-hua, Yang De-li. Some entropy methods for determining the uniformity of judgement matrix[J]. Systems Engineering,1998,16(5):67-70.)
- [42] 尤天慧,樊治平,俞竹超. 不确定性多属性决策中确定属性熵权的一种方法[J]. 东北大学学报,2004,25(6):589-592.
(You Tian-hui, Fan Zhi-ping, Yu Zhuchao. Method of determining entropy weights on attributes in uncertain multiple attribute decision making [J]. J of Northeastern University,2004,25(6):589-592.)
- [43] 尤天慧,樊治平. 不确定性多属性决策中确定熵权的一种误差分析方法[J]. 系统工程,2003,21(1):101-103.
(You Tian-hui, Fan Zhi-ping. An error propagation method for assessing entropy weights in uncertain multiple attribute decision making [J]. Systems Engineering,2003,21(1):101-103.)
- [44] 汪泽焱,顾红芳,益晓新,等. 一种基于熵的线性组合赋权法[J]. 系统工程理论与实践,2003,23(3):111-115.
(Wang Ze-yan, Gu Hong-fang, Yi Xiao-xin, et al. A method of determining the linear combination weights based on entropy[J]. Systems Engineering Theory and Practice,2003,23(3):111-115.)
- [45] 霍映宝,韩之俊. 基于广义最大熵原理和遗传算法的多指标权重确定方法研究[J]. 数理统计与管理,2005,24(3):39-45.
(Huo Ying-bao, Han Zhi-jun. Research on giving weight for multi-indicator based on GME principle and GA [J]. Application of Statistics and Management,2005,24(3):39-45.)

- [46] 张瑞清, 邱菀华. 决策分析中一类极大熵问题的求解算法与应用[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(11): 39-43.
(Zhang Rui-qing, Qiu Wan-hua. An algorithm for a class of maximum entropy problems and its application [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 1996, 16(11): 39-43.)
- [47] 孙棣华, 刘卫宁, 宋伟. 基于相对熵的决策属性均衡性评价模型[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(6): 83-86.
(Sun Di-hua, Liu Wei-ning, Song Wei. A model with the evaluation of the equilibrium of attribute indexes based on the relative entropy measuring [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2001, 21(6): 83-86.)
- [48] 何大义, 邱菀华. 运用熵极大化准则求解连续型不确定性决策问题[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(9): 97-100.
(He Da-yi, Qiu Wan-hua. Solving continuous stochastic decision-making problem under uncertainty by the maximum entropy formulism [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2002, 22(9): 97-100.)
- [49] 施保昌, 陈曦, 胡新生. 多目标 Minmax 问题的极大熵方法及其收敛性[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(1): 95-98.
(Shi Bao-chang, Chen Yang, Hu Xin-sheng. A maximum entropy method for multiobjective minimax problems and its convergence [J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 1997, 25(1): 95-98.)
- [50] 刘善存, 邱菀华, 魏存平. 极大熵方法求解双层多目标决策问题[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(3): 99-103.
(Liu Shan-cun, Qiu Wan-hua, Wei Cun-ping. A maximum entropy method for solving bilevel multiple-objective decision making problem [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2000, 20(3): 99-103.)
- [51] 刘海燕, 陈高波, 彭川. 遗传算法与极大熵相结合解多目标规划问题[J]. 西南交通大学学报, 2003, 38(1): 8-11.
(Liu Hai-yan, Chen Gao-bo, Peng Chuan. Solving multi-objective programming problems with maximal entropy method and genetic algorithm [J]. J of Southwest Jiaotong University, 2003, 38(1): 8-11.)
- [52] 王海军, 曹德欣, 邓喀中. 求一类多目标规划弱有效解的极大熵算法[J]. 系统工程, 2004, 22(5): 23-25.
(Wang Hai-jun, Cao De-xin, Deng Ke-zhong. A maximum entropy algorithm for finding weak efficient solutions to multiobjective problems [J]. Systems Engineering, 2004, 22(5): 23-25.)
- [53] 郭崇慧, 孙建涛, 陆玉昌. 广义支持向量机优化问题的极大熵方法[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(6): 27-32.
(Guo Chong-hui, Sun Jian-tao, Lu Yuchang. Maximum entropy approach for generalized support vector machine optimization problems [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2005, 25(6): 27-32.)
- [54] Levy W B, Delig H. Maximum entropy aggregation of individual opinions[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1994, 24(4): 606-613.
- [55] Myung I J, Ramamoorti S, Bailey R D. Maximum entropy aggregation of expert predictions [J]. Management Science, 1996, 42(10): 1420-1436.
- [56] 邱菀华. 群组决策系统的熵模型[J]. 控制与决策, 1995, 10(1): 50-54.
(Qiu Wan-hua. An entropy model on group decision system[J]. Control and Decision, 1995, 10(1): 50-54.)
- [57] 陈业华, 邱菀华. 多目标合作决策群优化的极大熵法[J]. 系统工程理论与实践, 1998, 18(9): 96-100.
(Chen Ye-hua, Qiu Wan-hua. Maximum entropy method for optimizing multiobjective collaborative group decision [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 1998, 18(9): 96-100.)
- [58] 魏存平, 邱菀华, 杨继平. 群决策问题的 REM 集结模型[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(8): 38-42.
(Wei Cun-ping, Qiu Wan-hua, Yang Ji-ping. Minimum relative entropy aggregation model on group decision making[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 1999, 19(8): 38-42.)
- [59] 陈华友, 刘春林. 群决策中基于不同偏好信息的相对熵集成方法[J]. 东南大学学报, 2005, 35(2): 311-315.
(Chen Hua-you, Liu Chun-lin. Relative entropy aggregation method in group decision making based on different types of preference information [J]. J of Southeast University, 2005, 35(2): 311-315.)
- [60] 张岐山, 李锡纯, 邓聚龙. 不确定型决策的灰熵方法[J]. 决策借鉴, 1995, 11(6): 37-39.
(Zhang Qi-shan, Li Xi-chun, Deng Ju-long. The grey entropy method in uncertainty decision [J]. Policy-making Reference, 1995, 11(6): 37-39.)
- [61] 张岐山, 郭喜江, 邓聚龙. 灰关联熵分析方法[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(8): 7-11.
(Zhang Qi-shan, Guo Xi-jiang, Deng Ju-long. Grey relation entropy method of grey relation analysis [J]. Systems Engineering Theory and Practice, 1996, 16(8): 7-11.)

(下转第 371 页)

样周期 $h_k \in [1.4, 1.6]$ s 内运行稳定. 图 4 所示为在 Truetime 仿真平台^[11] 下电机的阶跃响应.

6 结 论

本文讨论了嵌入式系统中抖动对系统稳定性的影响,对任务属性可变的控制系统进行稳定性分析.对抖动在一定范围内变化的闭环控制系统提出了稳定性判据,该判据基于区间代数分析方法,采用区间数描述不确定动态结构参数,将非确定性的稳定性分析问题完全转化为确定性问题进行求解.该方法避免了嵌入式系统抖动稳定性分析时要求任务作业参数预知及复杂的计算过程,通过对单个矩阵范数的判断得到一个保守的充分性系统稳定性判据.

参考文献(References)

- [1] Astrom K J, Wittenmark B. Computer controlled systems—Theory and design[M]. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- [2] Arzen K E, Cervin A, Eker J, et al. An introduction to control and scheduling co-design[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. Sydney: IEEE Press, 2000: 4865-4870.
- [3] Marti P, Fohler G, Ramamritham K, et al. Jitter compensation for real-time control systems[C]. Proc of the 22nd IEEE Real-Time Systems Symposium. London: IEEE Computer Society Press, 2001: 39-48.
- [4] Marti P, Villà R, Fuertes J M, et al. Stability of on-line compensated real-time scheduled control tasks[C]. Proc of IFAC Conf on New Technologies for Computer Control. Hong Kong, 2001.
- [5] Dogruel M, Umit Özgüner. Stability of a set of matrices: A control theoretic approach[C]. Proc of the 34th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE Press, 1995: 1324-1329.
- [6] Velasco M, Marti P, Villà R, et al. A probabilistic approach to the stability analysis of real-time control systems [C]. Proc of 16th IFAC World Congress. Prague: Elsevier, 2005.
- [7] Alefeld G, Herzberger J. Introduction to interval computations[M]. New York: Academic Press, 1983.
- [8] Velasco M, Martí P, Villà R, et al. Stability of networked control systems with bounded sampling rates and time delays[C]. Proc of the 31th Annual Conf of the IEEE Industrial Electronics Society. Raleigh: IEEE Industrial Electronics Society, 2005: 2417-2422.
- [9] Golub G H, Van Loan C F. Matrix computations[M]. 3rd ed. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996.
- [10] Rump S M. Intlab — Interval laboratory [M]. Hamburg: Institute for Reliable Computing, 2005.
- [11] Ohlin M, Henriksson D, Cervin A. TrueTime 1. 4 reference manual [M]. Lund: Lund Institute of Technology, 2006.
- [62] 毕建东, 杨桂芳. 基于熵的决策树分枝合并算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1997, 29(2): 44-46.
(Bi Jian-dong, Yang Gui-fang. Algorithm for merging of branches in decision tree induction[J]. J of Harbin Institute of Technology, 1997, 29(2): 44-46.)
- [63] 李德光, 胡运权, 张明立. 运用马尔柯夫信源熵量化航天型号研制经验不确定性的研究[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 7(21): 96-100.
(Li De-guang, Hu Yun-quan, Zhang Ming-li. Research on quantifying R and D experience uncertainty of space systems by applying Markov information source entropy [J]. Engineering Theory and Practice, 2001, 7(21): 96-100.)
- [64] 王红卫, 李琛, 刘会新. 马尔可夫决策过程复杂性的熵测度[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 983-988.
(Wang Hong-wei, Li Chen, Liu Hui-xin. Entropic measurements of complexity for Markov decision processes[J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 983-988.)
- [65] 米传民, 刘思峰, 党耀国, 等. 熵权聚类决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(12): 1823-1825.
(Mi Chuan-min, Liu Si-feng, Dang Yao-guo, et al. Study on grey entropy weight clustering decision-making [J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(12): 1823-1825.)

(上接第 366 页)