

文章编号: 1001-0920(2008)04-0388-04

## 基于稳定匹配的电子中介匹配研究

张振华<sup>1a</sup>, 贾淑娟<sup>1b</sup>, 曲衍国<sup>1a</sup>, 孙 婧<sup>1a</sup>, 汪定伟<sup>2</sup>

(1. 鲁东大学 a. 交通学院, b. 土木工程学院, 山东 烟台 264025; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

**摘 要:** 介绍了稳定性双边匹配的概念, 概括了 Gale-Sharply 和 H-R 算法求解 1-1 和 1- $k$  的计算过程. 考虑商品的多属性, 给出了交易者按综合满意程度对满足自己约束对方的排序计算方法. 将 Gale-Sharply 和 H-R 算法从理论上扩展到 " $r$ - $k$ " 情况, 用来解决电子中介处理稳定的多对多双边匹配问题. 最后证明了扩展算法所得结果的稳定性, 并给出了算例.

**关键词:** Gale-Sharply 算法; 电子中介; 双边匹配; 稳定性匹配

**中图分类号:** TP29 **文献标识码:** A

## Matching problem of electronic broker based on stable bipartite matching

ZHANG Zhen-hua<sup>1a</sup>, JIA Shu-juan<sup>1b</sup>, QU Yan-guo<sup>1a</sup>, SUN Jing<sup>1a</sup>, WANG Ding-wei<sup>2</sup>

(1a. School of Traffic and Transportation, 1b. School of Civil Engineering, Ludong University, Yantai 264025, China; 2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China.

Correspondent: ZHANG Zhen-hua, E-mail: zzhjsj@126.com)

**Abstract:** The concept of stable bipartite matching is introduced, and the algorithm of solving 1-1 and 1- $k$  stable matching problem using Gale-Sharply and H-R (hospital-resident) algorithm is summarized. Considering the multi-attribute of commodity, an algorithm is given, by which one dealer can rank his satisfying opposite party according to the synthesis satisfaction degree. Gale-Sharply and H-R algorithm are extended theoretically to " $r$ - $k$ " matching to solve the many-many stable bipartite matching problem of electronic broker. The stability of the algorithm is proved and a calculating example is given in the end.

**Key words:** Gale-Sharply algorithm; Electronic broker; Bipartite matching; Stable matching

### 1 引 言

电子中介为网上交易的买卖双方提供了一个交易平台, 可以为双方提供丰富的市场信息, 大大节约双方搜索时间, 从而提高交易效率; 可以为双方找到理论上的最优匹配; 可以完全掌握整个市场的价格行情等<sup>[1]</sup>.

电子中介的业务过程实际上就是协调和匹配买方与卖方的过程, 即是一个双边匹配问题. Jung 等<sup>[2]</sup>考虑多个买家与多个卖家的情况, 以买方与卖方互为值域, 以双方的属性是否得到满足为约束, 将其转化为约束满足问题进行求解, 开发了求解器, 并做了中介网站在房产中进行应用. 而 Sim 等<sup>[3]</sup>则直接连接每一个可能进行交易的买家与卖家, 按属性满足程度对该连接进行评价, 并按评价值大小进行

匹配. Tewari 等<sup>[4]</sup>通过对用户输入参数的处理, 估计出用户属性权重及效用函数, 计算匹配值.

本文从稳定性匹配角度研究电子中介双边匹配. 所谓稳定性匹配, 是指双边匹配中不存在类似指派问题的效率矩阵, 而是按双方意愿或喜好程度将对方排序, 最后所得匹配结果的标准是双方尽量满意. 稳定性匹配源于古典的婚姻匹配问题, 但直到 1962 年, Gale 等<sup>[5]</sup>发表了稳定的双边匹配算法以后, 才得以真正解决, 并从此进入一个理论和应用研究的高峰时期<sup>[6-10]</sup>. 这些研究大多以实际应用为背景, 从理论上完善、补充和扩展了 Gale-Sharply 算法, 或者用其他方法得到与 Gale-Sharply 算法相同的结果. 例如对算法的扩展方面, 婚姻匹配问题是 "1-1" 的, 而实际应用中 "1- $k$ " 的情况也很常见, 因此

收稿日期: 2006-12-29; 修回日期: 2007-05-29.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(70431003); 鲁东大学校基金重点项目(20064301).

作者简介: 张振华(1971—), 男, 河南鲁山人, 博士, 从事电子商务、智能优化等研究; 汪定伟(1948—), 男, 江西彭泽人, 教授, 博士生导师, 从事制造系统建模与优化、智能计算与软计算等研究.

由 Gale-Sharply 算法扩展到 H-R 算法也是自然所趋.从公开发表的文献来看,虽然也有将 Gale-Sharply 算法扩展到“ $p-k$ ”,即“多对多”的情况,但其应用却是极其勉强的,而且其应用条件也与电子中介所处理的市场匹配不符.

在电子中介处理的双边匹配中,完全可能出现另外一种“ $p-k$ ”情况,即对等的每一个点的最后匹配结果可能多于一个,而两个点之间的匹配连线也可能多于一条.反映在实际应用中的情况就是,每个人买或卖同一种商品的数量可能多于一个.稳定匹配算法始于 Gale-Sharply 算法对婚姻问题的求解,因此本文从另外一个角度对 Gale-Sharply 算法进行了扩展.

## 2 Gale-Sharply 和 H-R(Hospital-Resident) 算法及匹配的稳定性概述<sup>[6,11]</sup>

Gale-Sharply 算法所处理的双边匹配问题与传统指派问题或者权匹配问题不同,区别有二点:1)目标不同,后者的双边间每两个点之间的连线有一个权值,即有一个整体的效率矩阵,优化的目标是要找到一个匹配,使总的效率最大或最小,而前者的量化概念较弱,它只是将一个点与对方所有点的连线按喜好程度进行排序,其优化的目标是要找到一个稳定的双边匹配;2)可扩展性不同,后者是“1-1”的,可扩展性差,而前者虽然也是“1-1”的,但鉴于实际的应用,很容易扩展到“1-k”和“ $p-k$ ”情况.

**定义 1(1-1)** 双边匹配的最后结果中,每一点最多只有一条线与对方相连;

**定义 2(1-k)** 双边匹配的最后结果中,一边中每一点最多只有一条线与对方相连,另一边则可以有多条线相连;

**定义 3( $p-k$ )** 双边匹配的最后结果中,每一点都可以有多条线与对方相连,而且两点之间可以有双重边.

### 2.1 问题描述

设有点集  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  和  $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ .其中: $w_i$ 对  $M$ 中的所有点有一个满意度排列, $m_i$ 也对  $W$ 中的所有点有一个满意度排列.问题要求找到一个稳定的匹配  $C = \{w_1 - m_{k_1}, w_2 - m_{k_2}, \dots, w_n - m_{k_n}\}$ ,其中 $\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ 为  $1 \sim n$ 的一个自然数排列,要求双方尽量得到自己最希望得到的对方.

### 2.2 Gale-Sharply 算法

上述数学描述的典型应用就是婚姻匹配问题.假设  $W$  代表女人集合, $M$  代表男人集合,按喜欢程度,每个人都对对方有一个顺序排列,Gale-Sharply 中的 man-optimal 算法可描述如下:

Step 1: 每个男人向他最喜欢的女人提出邀请.收到多于一个邀请的女人从收到的对方中选择其最爱,拒绝其余.

Step 2: 被拒男人向他下一个喜欢的女人提出邀请,上轮没有被拒的男人则向同一个女人再次提出邀请.收到多于一个邀请的女人从收到的对方中选择其最爱,拒绝其余.

...

Step  $k$ : 上轮被拒男人继续向他喜好列表中下一个女人提出邀请,而没被拒的男人则向同一个女人提出邀请.收到多于一个邀请的女人从收到的对方中选择最爱,拒绝其余.

Step  $n$ : 如果所有的男人都没被拒绝,算法终止.

### 2.3 H-R 算法概述

Gale-Sharply 算法有实用意义的扩展就是 H-R 算法.假设有一批医学院毕业生要到各医院实习,每个医院提供一定数量实习职位.学生输入自己愿意去的医院顺序,即志愿顺序,而医院通过研究学生资料后也将拟招收学生排序,数量应多于其职位数(即容量).要求系统给出一个匹配结果,使得双方的匹配是稳定的.

设有  $k$  个学生,学生  $i$  以  $s_i$  表示; $m$  家医院,医院  $j$  以  $h_j$  表示,医院  $j$  提供职位数  $c_j$ .算法描述如下:

```
while 医院中有空余职位存在
( $s_i$  是  $h_j$  意向列表中没有邀请过的最前面的学生,且  $s_i$  意向列表中有  $h_j$ )
if  $s_i$  还没有匹配
     $s_i$  匹配  $h_j$ 
else
if  $s_i$  认为  $h_j > h_r$  ( $h_r$  为  $s_i$  原先所配)
     $s_i$  匹配  $h_j$ ,  $s_i$  与  $h_r$  解除匹配
else
     $s_i$  拒绝  $h_j$ ,  $h_j$  继续邀请意向列表中下一个学生
end while
```

算法文字描述:在医院中循环.若有空位存在,则考虑该医院优先列表中最靠前的还未被该医院录用的学生.若学生还未匹配且其优先列表中有该医院,则录用;若已匹配但其认为原配不如该医院,则录用,且学生退掉原配;否则若认为该医院不如原配,则拒绝邀请,医院选择优先列表中下一个继续搜索.该算法为 hospital-optimal.

### 2.4 匹配的稳定性

显然 Gale-Sharply 算法有限步终止.在所得到的匹配中,如果存在某个男人  $m_k$ ,设其所匹配为  $w_p$ ,发现对方中他更喜欢另一女人,如  $w_q$ ,而  $w_q$  的

所配为  $m_s$ , 如果  $w_q$  也觉得其更喜欢  $m_k$ , 而不是  $m_s$ , 则称该匹配是不稳定的, 否则称为稳定匹配. 按定义很容易检验一个匹配结果是否稳定.

稳定匹配结果并不唯一, 而 Gale-Sharply 算法找到了其中的一个稳定匹配.

### 3 买卖双方对对方的排序方法

定义如下变量:  $n$  为买家数量,  $m$  为卖家数量,  $e$  为买家对商品属性要求中的软约束个数,  $b_i$  为第  $i$  个买家,  $s_j$  为第  $j$  个卖家且同时代表其商品,  $b_i^u$  为  $b_i$  欲购买的商品数量,  $s_j^v$  为  $s_j$  欲卖的商品数量,  $h_j^f$  为  $s_j$  的  $f$  属性值,  $C_i^f$  为  $b_i$  对属性  $f$  的期望值,  $C_{i \min}^f$  为  $b_i$  对收益型属性  $f$  的最小允许值,  $C_{i \max}^f$  为  $b_i$  对成本型属性  $f$  的最大允许值,  $N(b_i)$  为与  $b_i$  互有交易意向的卖方集合,  $N(s_j)$  为与  $s_j$  互有交易意向的买方集合,  $a_{ij}^f$  为  $b_i$  对  $N(b_i)$  中  $s_j$  的属性  $f$  的满意度,  $w_i^f$  为  $b_i$  对属性  $f$  的偏好系数,  $l_{ij}$  为  $b_i$  对  $N(b_i)$  中  $s_j$  评价结果的总体满意程度,  $b_i(s_j)$  为  $b_i$  对  $N(b_i)$  中所有  $s_j$  按  $l_{ij}$  大小排序的序号,  $s_j(b_i)$  为  $s_j$  对  $N(s_j)$  中所有  $b_i$  按出价高低排序的序号.

买家  $b_i$  对属性  $f$  的要求, 称之为约束. 若为等号约束, 则称为硬约束, 否则为软约束. 如果  $b_i$  与  $s_j$  互相满足约束, 则称二者有交易意向.

#### 3.1 买方属性满意度

理性人的购物行为是比较、决策, 即货比三家和综合评价. 交易时买家  $b_i$  向中介提交硬约束,  $C_i^f$ ,  $C_{i \min}^f$  和  $C_{i \max}^f$ .

##### (1) 收益型属性

收益型属性表示越大越好的属性, 定义函数

$$a_{ij}^f = \begin{cases} 1, & h_j^f \geq C_i^f; \\ \frac{h_j^f - C_{i \min}^f}{C_i^f - C_{i \min}^f}, & C_{i \min}^f < h_j^f < C_i^f \end{cases} \quad (1)$$

为  $b_i$  对  $s_j$  的属性  $f$  的满意度.

##### (2) 成本型属性

成本型属性表示越小越好的属性. 取函数

$$a_{ij}^f = \begin{cases} 1, & h_j^f \leq C_i^f; \\ \frac{C_{i \max}^f - h_j^f}{C_{i \max}^f - C_i^f}, & C_i^f < h_j^f < C_{i \max}^f \end{cases} \quad (2)$$

表示  $b_i$  对  $s_j$  的属性  $f$  的满意度.

##### (3) 硬约束

为交易必要条件, 必须满足, 因此不计算属性满意度.

#### 3.2 买方偏好

买家  $b_i$  应对各软约束阐明偏好, 即各软约束对属性  $f$  的重要程度, 称为偏好系数, 以  $w_i^f$  表示.  $w_i^f$  应满足正规化要求

$$\sum_{f=1}^e w_i^f = 1, \quad 0 < w_i^f < 1.$$

#### 3.3 买方总满意度及排序

$$l_{ij} = \sum_{f=1}^e w_i^f \times a_{ij}^f. \quad (3)$$

$b_i$  按  $l_{ij}$  大小排序, 所得序号  $b_i(s_j)$ .

#### 3.4 卖方满意度排序

将卖方  $s_j$  与其有交易意向的对方集合  $N(s_j)$  中所有  $b_i$  按出价高低排序, 序号以  $s_j(b_i)$  表示.

### 4 Gale-Sharply 和 HR 算法的进一步扩展

$p$ - $k$  双边稳定匹配的 buyer-optimal 算法描述如下: 设二值变量

$$r_i = \begin{cases} 1, & b_i \text{ 或者已匹配满, 或者其意向列表中所有卖方已检查;} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

while 买方中存在  $r_i = 0$ , 在买方中循环.

(1) 找到  $r_i = 0$  的买方.

(2) 设  $s_j$  是  $b_i$  意向列表中没检查过的最前面卖方, 分以下几种情况:

1)  $s_j$  中已匹配完, 且所有已匹配出的  $s_j(b_k)$  均小于  $s_j(b_i)$ , 转 2).

2)  $s_j$  中有剩余, 且数量不小于  $b_i$  所需, 则匹配  $b_i$  至饱和, 更新  $r_i$ , 转 1).

3)  $s_j$  中有剩余, 但数量不足于  $b_i$  所需, 且所有已匹配出的  $s_j(b_k)$  均小于  $s_j(b_i)$ , 将该剩余匹配给  $b_i$ , 转 2).

4) 其他情况, 从剩余和已匹配的最大  $s_j(b_k)$  开始, 逐步分配匹配  $b_i$ , 并更新“吐出”匹配的  $b_k$  匹配数量和  $r_k$ . 该步终止条件有 2 个: 若  $b_i$  已匹配满, 转 1); 若  $s_j(b_k) < s_j(b_i)$ , 转 2).

end while

### 5 扩展算法的稳定性证明

假设  $s_j$  有一个物品匹配给  $b_k$ ,  $b_i$  得到另外一个卖家  $s_l$  的物品, 而且

$$b_i(s_j) < b_i(s_l), \quad s_j(b_i) < s_j(b_k).$$

匹配过程有以下两种情况:

1) 如果  $b_i$  先检查到  $s_j$ , 由于  $s_j(b_i) < s_j(b_k)$ , 由以上算法可知, 当  $b_k$  检查到  $s_j$  时, 不可能有“ $s_j$  匹配  $b_k$ ”发生.

2) 如果  $b_k$  先检查到  $s_j$ , 也由于  $s_j(b_i) < s_j(b_k)$ , 当  $b_i$  检查到  $s_j$  时,  $b_k$  应“吐出” $s_j$ , 使其匹配给  $b_i$ .

即上述假设不可能发生, 所以算法所得到的匹配结果是稳定匹配.

### 6 电子中介中的应用算例

在二手自行车的交易中, 有些买家或卖家可能有多于一辆参与交易. 假设有 5 个买家和 6 个卖家,

其交易数量和通过计算所得意向见表 1.

表 1 买卖双方交易数量及意向表

买家	交易数量	意向	卖家	交易数量	意向
$b_1$	2	$s_2, s_4, s_1$	$s_1$	3	$b_3, b_2, b_1$
$b_2$	1	$s_1, s_2, s_6, s_4$	$s_2$	1	$b_2, b_5, b_4$
$b_3$	2	$s_2, s_1$	$s_3$	1	$b_4, b_1$
$b_4$	3	$s_6, s_3, s_5$	$s_4$	3	$b_1, b_4, b_2, b_3$
$b_5$	1	$s_5, s_2$	$s_5$	2	$b_3, b_4$
			$s_6$	1	$b_5, b_3, b_1, b_4, b_2$

用上述的 buyer-optimal 算法通过编程计算,得到推荐的谈判结果见表 2.

表 2 为买方推荐的谈判卖方及数量

买家	推荐谈判卖方:数量
$b_1$	$s_4 : 2$
$b_2$	$s_1 : 1$
$b_3$	$s_1 : 2$
$b_4$	$s_6 : 1, s_3 : 1, s_5 : 1$
$b_5$	$s_2 : 1$

从计算结果来看, buyer-optimal 算法找到了利于买方的稳定谈判对(即  $b_1$  与  $s_4$  交易数量 2 个),  $b_4$  和  $s_1$  实现了优化的供应聚集和需求隔离<sup>[12]</sup>, 即交易双方数量的自动优化组合.

### 7 结 论

Gale-Sharply 算法处理的是 1-1 的(如婚姻匹配)稳定双边匹配问题,其扩展的 H-R 算法则可处理 1-k 的情况(如学校与学生的互相选择问题). 本文将 H-R 算法进一步扩展到 p-k 的情形,其扩展的必要性和实际应用则是电子中介所处理业务的特点所决定的. 当每个交易者都有多个同类型商品交易时,本文所扩展的算法将十分有效,它实现了双方的稳定匹配,实现了不同数量的优化组合. 最后对所扩展算法的匹配结果稳定性给出了证明.

### 参考文献(References)

[1] 张振华, 汪定伟. 电子中介中的交易匹配研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(8) : 917-920.  
(Zhang Zhen-hua, Wang Ding-wei. Research on matching problem of electronic broker[J]. Control and Decision, 2005, 20(8) : 917-920.)

[2] Jung Jong-jin, Jo Geun-sik. Brokerage between buyer and seller agents using constraint satisfaction problem models [J]. Decision Support Systems, 2000, 28(4) : 293-304.

[3] Kwang Mong Sim, Raymond Chan. A brokering protocol for agent-based e-Commerce [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part C, 2000, 30(4) : 474-484.

[4] Gaurav Tewari, Jim Youll, Pattie Maes. Personalized location-based brokering using an agent-based intermediary architecture [J]. Decision Support Systems, 2002, 34(2) : 127-137.

[5] Gale D, Shapley L. College admissions and the stability of marriage [J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69(1) : 9-15.

[6] Roth A E. On the allocation of residents to rural hospitals: A general property of two-sided matching markets[J]. Econometrica, 1986, 54(2) : 425-427.

[7] David F Manlove, Robert W Irving, Kazuo Iwama, et al. Hardvariants of stable marriage [J]. Theoretical Computer Science, 2002, 276(3) : 261-279.

[8] Hernan G Abeledo, Uriel G Rothblum. Courtship and linear programming [J]. Linear Algebra and Its Applications, 1995, 216(10) : 111-124.

[9] Ahmet Alkana, David Gale. Stable schedule matching under revealed preference[J]. J of Economic Theory, 2003, 112(2) : 289-306.

[10] Robert W Irving, Paul Leather, Dan Gusfield. An efficient algorithm for the "optimal" stable marriage [J]. J of the Association for Computing Machinery, 1987, 34(3) : 532-543.

[11] McVitie D G, Wilson L B. The stable marriage problem[J]. Communications of the ACM, 1971, 14(7) : 486-490.

[12] 王红兵, 王铁成, 谢俊元. 智能买卖交互模型[J]. 计算机学报, 2003, 26(9) : 1190-1195.  
(Wang Hong-bing, Wang Tie-cheng, Xie Jun-yuan. An intelligent communication model between buyers and suppliers[J]. Chinese J of Computer, 2003, 26(9) : 1190-1195.)