第 23 卷 第 4 期 控 制 与 决 策 2008 年 4 月
Vol. 23 No. 4 Control and Decision Apr. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)04-0392-05

时滞的不确定奇异摄动系统鲁棒稳定性研究

梅 平, 邹 云
(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘 要: 研究了带离散时滞和分布时滞的不确定奇异摄动系统的鲁棒稳定问题. 首先采用广义系统模型方法, 将所研究的系统转化为与之等价的广义系统; 然后提出对应的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 得到了时滞相关的鲁棒稳定性判据, 并在此基础上给出了鲁棒控制器设计, 结论以矩阵不等式形式给出; 最后仿真算例说明了方法的有效性.

关键词: 时滞; 奇异摄动系统; 不确定性; Lyapunov-Krasovskii 泛函
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust stability for uncertain singularly perturbed systems with time delay

MEI Ping, ZOU Yun
(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: MEI Ping, E-mail: meiping1007@163.com)

Abstract: The Robust stability for uncertain singularly perturbed with discrete delay and distributed delay is discussed. The singularly perturbed system is equivalently represented as a descriptor system. Then a Lyapunov-Krasovskii function is proposed. The delay dependant stability sufficient condition is presented to ensure the singularly perturbed system to be asymptotically stable. The state-feedback controller is designed. Finally, simulation examples show the effectiveness of the proposed method.

Key words: Time delay; Singularly perturbed systems; Uncertainty; Lyapunov-Krasovskii function

1 引 言

近几十年来, 奇异摄动系统的研究得到很多学者的关注, 并得到了很多有意义的结论[1-4]. 在文献[5]中作者回顾了近年来取得的重大成就以及一些成功应用.

因为系统在建模过程中不可避免地出现误差及一些外界干扰等不确定性因素, 所以考察不确定性对奇异摄动稳定性的影响是非常必要的[6,7]. 文献[6]讨论了带有不确定量的奇异摄动系统, 但没有考虑时滞的影响. 文献[7]用 H_∞范数讨论了奇异摄动时滞不确定系统的鲁棒稳定问题.

在控制系统中, 时滞现象的出现很普遍, 但时滞经常是系统不稳定的根源, 因此近年来时滞系统的研究也成为一个热点问题[8-12]. 为了得到时滞相关的条件, 需要对所考察的系统做一特殊的变换. 这样做的目的是使变换后的系统能更适宜 Lyapunov-Krasovskii 技术的应用[12]. Fridman[13]在 2001 年提出了广义系统模型, 该模型被证明与原系统模型是等价的, 因此降低了保守性.

此外, 对于时滞奇异摄动系统的研究也取得了一定的进展[14-16]. 文献[14]研究了单时滞情形, 在估计稳定性方面, 提出了与时滞无关的充分条件, 但限于时滞存在于慢状态方程的情形. 文献[16]采用 Laplace 变换, 利用 H_∞ 指标, 得出多重时滞系统的稳定上界. Fridman 在文献[15]中, 采用了广义系统模型, 分析了时滞奇异摄动系统的鲁棒稳定性, 但并没有考虑不确定性的影响. 本文在文献[15]的基础上考虑了不确定性对系统的影响, 得到时滞相关的稳定性条件[19-20].

2 主要结论

注 1 本文中, I_n 表示单位矩阵,

$$\begin{bmatrix} A & B \\ * & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B^{\mathrm{T}} & C \end{bmatrix}.$$

若

收稿日期: 2006-12-25; **修回日期**: 2007-03-19.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474078,60574015).
作者简介: 梅平(1981—), 女, 河南信阳人, 博士生, 从事奇异摄动控制系统的研究; 邹云(1962—), 男, 江苏宜兴人, 教授, 博士生导师, 从事广义系统鲁棒 H_∞控制、2-D 系统等研究.

$$A(t)=\begin{bmatrix}A_{11}(t) & A_{12}(t)\\ A_{21}(t) & A_{22}(t)\end{bmatrix},$$

则

$$A=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}.$$

考虑如下奇异摄动系统:

$$E_\varepsilon\dot{x}(t)=A_0(t)x(t)+A_1(t)x(t-h).\quad(1)$$

其中:$x(t)\in R^{n_1+n_2}$是状态变量;$x(t_0+\theta)=\phi(\theta),\theta\in[-h,0)$是初始条件,$h$是时滞常数;

$$E_\varepsilon=\begin{bmatrix}I_{n_1} & 0\\ 0 & \varepsilon I_{n_2}\end{bmatrix},$$

$\varepsilon>0$是摄动常数;$A_0(t)$和$A_1(t)$定义在给定的不确定集合上,且

$$A_0(t)=\begin{bmatrix}A_{01}(t) & A_{02}(t)\\ A_{03}(t) & A_{04}(t)\end{bmatrix},$$

$$A_1(t)=\begin{bmatrix}A_{11}(t) & A_{12}(t)\\ A_{13}(t) & A_{14}(t)\end{bmatrix}.$$

采用文献[15]的广义系统模型变换方法,式(1)可以转化为

$$\overline{E}_\varepsilon\dot{\overline{x}}(t)=\overline{A_0}(t)\overline{x}(t)+\overline{A_1}(t)\overline{x}(t-h)+H(t)\int_{-h}^{0}y(t+s)\,\mathrm{d}s.\quad(2)$$

其中

$$\overline{x}(t)=\mathrm{col}\{x_1,x_2,y\},\ \overline{E}_\varepsilon=\begin{bmatrix}I_{n_1} & 0 & 0\\ 0 & \varepsilon I_{n_2} & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$H(t)=\begin{bmatrix}0\\ -A_{13}(t)\\ -A_{11}(t)\end{bmatrix},$$

$$\overline{A_1}(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & A_{14}(t) & 0\\ 0 & A_{12}(t) & 0\end{bmatrix},$$

$$\overline{A_0}(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & I_{n_1}\\ A_{03}(t)+A_{13}(t) & A_{04}(t) & 0\\ A_{01}(t)+A_{11}(t) & A_{02}(t) & -I_{n_1}\end{bmatrix}.$$

给出系统(2)的 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下[15,17]:

$$V(x(t))=V_1(x(t))+V_2(x(t))+V_3(x(t))+V_4(x(t))+V_5(x(t)).\quad(3)$$

其中

$$V_1(x(t))=\overline{x}^{\mathrm{T}}(t)\overline{E}_\varepsilon P_\varepsilon\overline{x}(t),$$

$$V_2(x(t))=\int_{t-h}^{t}x_1(\tau)^{\mathrm{T}}Sx_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

$$V_3(x(t))=\int_{t-h}^{t}x_2(\tau)^{\mathrm{T}}Ux_2(\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

$$V_4(x(t))=\int_{t-h}^{t}y(\tau)^{\mathrm{T}}Yy(\tau)\,\mathrm{d}\tau,$$

$$V_5(x(t))=\int_{t-h}^{t}(h-t+s)y(s)^{\mathrm{T}}Wy(s)\,\mathrm{d}s.$$

$$P_\varepsilon=\begin{bmatrix}P_{1\varepsilon} & 0\\ P_2 & P_3\end{bmatrix},\ P_{1\varepsilon}=\begin{bmatrix}P_{11} & \varepsilon P_{12}^{\mathrm{T}}\\ P_{12} & P_{13}\end{bmatrix},\quad(4)$$

$P_{11}\in R^{n_1\times n_1}$, $P_{13}\in R^{n_2\times n_2}$, $P_3\in R^{n_1\times n_1}$, $0<S\in R^{n_1\times n_1}$, $0<U\in R^{n_2\times n_2}$, $0<Y\in R^{n_1\times n_1}$, $0<W\in R^{n_1\times n_1}$.

这里,式(3)的第 1 项对应于广义系统模型,第 2 项、第 3 项和第 5 项分别对应于慢状态 x_1,而第 4 项针对快状态 x_2.由此得到本文的主要结论.

定理 1　对给定的$\varepsilon>0$和$h>0$,系统(1)是渐近稳定的,如果存在形如式(4)的$P_\varepsilon\in R^{(n_1+n)\times(n_1+n)}$,$0<P_{11}\in R^{n_1\times n_1}$,$0<P_{13}\in R^{n_2\times n_2}$,使得$E_\varepsilon P_{1\varepsilon}>0$;且如果存在矩阵$0<S\in R^{n_1\times n_1}$,$0<U\in R^{n_2\times n_2}$,$0<Y\in R^{n_1\times n_1}$,$0<W\in R^{n_1\times n_1}$满足下面的矩阵不等式:

$$\Xi=\begin{bmatrix}\Psi_\varepsilon(t) & P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_1}(t) & -hP_\varepsilon^{\mathrm{T}}H(t)\\ * & -\Sigma & 0\\ * & * & -hW\end{bmatrix}<0.\quad(5)$$

其中

$$\Psi_\varepsilon(t)=P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_0}(t)+\overline{A_0}(t)^{\mathrm{T}}P_\varepsilon+\begin{bmatrix}S & 0 & 0\\ 0 & U & 0\\ 0 & 0 & Y+hW\end{bmatrix},\quad(6a)$$

$$\Sigma=\begin{bmatrix}S & 0 & 0\\ 0 & U & 0\\ 0 & 0 & Y\end{bmatrix}.\quad(6b)$$

证明　选取形如式(3)所示的 Lyapunov-Krasovskii 泛函,沿着式(2)对 V 求导得

$$\dot{V}(t)=\dot{V}_1+\dot{V}_2+\dot{V}_3+\dot{V}_4+\dot{V}_5.$$

其中

$$\dot{V}_1=2\overline{x}(t)^{\mathrm{T}}P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_0}(t)\overline{x}(t)+2\overline{x}(t)^{\mathrm{T}}P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_1}(t)\overline{x}(t-h)+2\overline{x}(t)P_\varepsilon^{\mathrm{T}}hH(t)\int_{t-h}^{t}\frac{1}{h}y(s)\,\mathrm{d}s,$$

$$\dot{V}_2=x_1(t)^{\mathrm{T}}Sx_1(t)-x_1(t-h)^{\mathrm{T}}Sx_1(t-h),$$

$$\dot{V}_3=x_2(t)^{\mathrm{T}}Ux_2(t)-x_2(t-h)^{\mathrm{T}}Ux_2(t-h),$$

$$\dot{V}_4=y(t)^{\mathrm{T}}Yy(t)-y(t-h)^{\mathrm{T}}Yy(t-h).$$

由文献[17]的引理 1 得

$$\dot{V}_5=hy(t)^{\mathrm{T}}Wy(t)-\int_{t-h}^{t}y(s)^{\mathrm{T}}Wy(s)\,\mathrm{d}s\le hy(t)^{\mathrm{T}}Wy(t)-$$

$$\left(\int_{t-h}^{t}\frac{1}{h}y(s)\,\mathrm{d}s\right)^{\mathrm{T}}hW\left(\int_{t-h}^{t}\frac{1}{h}y(s)\,\mathrm{d}s\right),$$

所以 $\dot{V}=q^{\mathrm{T}}\Xi q$. 其中

$$q^{\mathrm{T}}=\left[\overline{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad \overline{x}^{\mathrm{T}}(t-h)\quad \left(\frac{1}{h}\int_{t-h}^{t}y(s)\,\mathrm{d}s\right)^{\mathrm{T}}\right],$$

$$\Xi=\begin{bmatrix}\Psi_\varepsilon(t) & P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_1}(t) & -hP_\varepsilon^{\mathrm{T}}H(t)\\ * & -\Sigma & 0\\ * & * & -hW\end{bmatrix},$$

$\Psi_\varepsilon(t)$ 和 Σ 由式(6) 给出. 由不等式(5) 可知 $\dot{V}(x(t))<0$,所以系统(2) 是渐近稳定的. □

下面考虑当系统(1) 变成标称系统时,即

$$E_\varepsilon\dot{x}(t)=A_0x(t)+A_1x(t-h)\qquad(7)$$

时和在初始条件 $x(t_0+\theta)=\phi(\theta),\theta\in[-h,0)$ 下,系统(7) 的稳定性. 根据定理 1,容易得到如下结论.

推论 1 对给定的 $\varepsilon>0$ 和 $h>0$,系统(7) 是渐近稳定的,如果存在形如式(4) 的 $P_\varepsilon\in R^{(n_1+n)\times(n_1+n)}$,$0<P_{11}\in R^{n_1\times n_1}$,$0<P_{13}\in R^{n_2\times n_2}$,使得 $E_\varepsilon P_{1\varepsilon}>0$;且如果存在矩阵 $0<S\in R^{n_1\times n_1}$,$0<U\in R^{n_2\times n_2}$,$0<Y\in R^{n_1\times n_1}$,$0<W\in R^{n_1\times n_1}$ 满足如下矩阵不等式:

$$\Xi_0=\begin{bmatrix}\Psi_\varepsilon & P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_1} & -hP_\varepsilon^{\mathrm{T}}H\\ * & -\Sigma & 0\\ * & * & -hW\end{bmatrix}<0.\qquad(8)$$

Fridman[15] 首次用广义系统模型变换研究了时滞奇异摄动系统的稳定性,同样以LMI的形式给出了稳定性判据. 下面以仿真算例来比较两种结论的保守性.

算例 1[15] 考虑系统

$$\dot{x}_1=x_2(t)+x_1(t-h),$$

$$\varepsilon\dot{x}_2=-x_2(t)+0.5x_2(t-h)-2x_1(t).\qquad(9)$$

利用文献[15] 中的定理 2,得到 ε 和 h 的关系,见表 1. 而用本文的推论 1,得到 ε 和 h 的关系,见表 2.

表 1 小参数 ε 对时滞常数 h 的影响

ε	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$h_{\max}$	0.424	0.303	0.184	0.08	0.001 4

表 2 小参数 ε 对时滞常数 h 的影响

ε	0	0.1	0.2	0.3	0.4
$h_{\max}$	0.599	0.429	0.26	0.119	0.002

从表 1 和表 2 可以看出,当 $\varepsilon\in[0,0.4]$ 时,本文结论得到的条件保守性要小,这主要是由于在给出稳定条件时没有引入不必要的上界,从而降低保守性. 当 $\varepsilon\geq0.5$ 时,文献[15] 和本文的结论一致,即此时 $h\to0$,LMIs 无解.

下面考虑不确定为范数有界不确定时的情形,即

$$A_0(t)=A_0+\Delta A_0(t),$$

$$A_1(t)=A_1+\Delta A_1(t),$$

$$[\Delta A_0(t)\quad \Delta A_1(t)]=LF(t)[M\quad N].\qquad(10)$$

其中 $F(t)\in R^{n\times n}$ 是时变摄动矩阵,且满足

$$F(t)^{\mathrm{T}}F(t)\leq I.\qquad(11)$$

假设 L,M,N 有如下分块形式:

$$L=\begin{bmatrix}L_1\\ L_2\end{bmatrix},L_1\in R^{n_1\times n_1},L_2\in R^{n_2\times n_2},$$

$$M=[M_1\quad M_2],M_1\in R^{n_1\times n_1},M_2\in R^{n_2\times n_2},$$

$$N=[N_1\quad N_2],N_1\in R^{n_1\times n_1},N_2\in R^{n_2\times n_2}.$$

由此得到下面的结论.

定理 2 对给定的 $\varepsilon>0$ 和 $h>0$,具有形如式(10) 和(11) 的不确定性系统(1) 渐近稳定,如果存在 $0<\widetilde{P}_{11}\in R^{n_1\times n_1}$,$0<\widetilde{P}_{13}\in R^{n_2\times n_2}$,使得 $E_\varepsilon\widetilde{P}_{1\varepsilon}>0$;且如果存在矩阵 $0<\widetilde{S}\in R^{n_1\times n_1}$,$0<\widetilde{U}\in R^{n_2\times n_2}$,$0<\widetilde{Y}\in R^{n_1\times n_1}$,$0<\widetilde{W}\in R^{n_1\times n_1}$ 满足下面的矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}\widetilde{\Psi}_\varepsilon & \widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_1} & -h\widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}H & \widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{L} & \Pi\\ * & -\Sigma & 0 & 0 & \overline{N}_2^{\mathrm{T}}\\ * & * & -h\widetilde{W} & 0 & -hN_1^{\mathrm{T}}\\ * & * & * & -I & 0\\ * & * & * & * & -I\end{bmatrix}<0.\qquad(12)$$

其中

$$\widetilde{\Psi}_\varepsilon=\widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_0}+\overline{A_0}^{\mathrm{T}}\widetilde{P}_\varepsilon+\begin{bmatrix}\widetilde{S} & 0 & 0\\ 0 & \widetilde{U} & 0\\ 0 & 0 & \widetilde{Y}+h\widetilde{W}\end{bmatrix},$$

$$\Pi=\begin{bmatrix}M_1^{\mathrm{T}}+N_1^{\mathrm{T}}\\ M_2^{\mathrm{T}}\\ 0\end{bmatrix},\overline{N}_2=[0\quad N_2\quad 0],$$

$$\overline{L}^{\mathrm{T}}=[0\quad L_2^{\mathrm{T}}\quad L_1^{\mathrm{T}}],\Sigma=\begin{bmatrix}\widetilde{S} & 0 & 0\\ 0 & \widetilde{U} & 0\\ 0 & 0 & \widetilde{Y}\end{bmatrix}.$$

证明 容易看出式(5) 等价于

$$\Xi_0+\begin{bmatrix}P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{L}\\ 0\\ 0\end{bmatrix}F(t)[\Pi^{\mathrm{T}}\quad \overline{N}_2\quad -hN_1^{\mathrm{T}}]+$$

$$\begin{bmatrix}\Pi\\ \overline{N}_2\\ -hN_1\end{bmatrix}F^{\mathrm{T}}(t)[\overline{L}^{\mathrm{T}}P_\varepsilon\quad 0\quad 0]<0.\qquad(13)$$

由文献[1] 中的引理 2.4 知,不等式(13) 成立的一个充分条件是对给定的 $\rho>0$,

$$\rho\Xi_0+\rho^2\Gamma\Gamma^{\mathrm{T}}+\Lambda^{\mathrm{T}}\Lambda<0.\qquad(14)$$

其中

$$\Gamma=\begin{bmatrix}P_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{L}\\ 0\\ 0\end{bmatrix},$$

$$\Lambda = [\Pi^{\mathrm{T}} \quad N_2 \quad -hN_1^{\mathrm{T}}].$$

引入新的变量

$$\rho P_{ij} = \widetilde{P}_{ij},\ i = 1,2,\ j = 1,2,$$

$$\rho P_3 = \widetilde{P}_3, \rho S = \widetilde{S}, \rho U = \widetilde{U},$$

$$\rho P_{13} = \widetilde{P}_{13}, \rho W = \widetilde{W},$$

再利用 Schur 引理即得式(12). □

算例 2　考虑下面不确定奇异摄动系统:

$$E_\varepsilon \dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A_0(t))x(t) + (A_1 + \Delta A_1(t))x(t-d). \tag{15}$$

其中:$E_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{bmatrix}$,$\varepsilon > 0$ 是摄动常数,$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$,$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$. 对 $\forall t$,不确定满足 $\|\Delta A(t)\| \le \alpha$, $\|\Delta B(t)\| \le \alpha, \alpha \ge 0$. 参照式(10)的不确定形式,可以设 $L = \alpha I, M = N = I, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,对不同的 α 和 ε,以表格的形式给出 h 值的变化情况.

对 $\alpha = 0$,此时系统(15)不含不确定性,关于这个结果已在前面讨论过(见表 1 和表 2),而对 $\varepsilon = 0.05$,应用定理 2 得到表 3.

表 3　确定参数 α 对时滞常数 h 的影响

α	0	0.05	0.1
$h_{\max}$	0.516	0.352	0.16

注:当 $\alpha \ge 0.2$ 时,$h \to 0$,LMI 此时无解.

由上面稳定性理论分析,给出系统的控制器设计如下:

$$E_\varepsilon \dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A_0(t))x(t) + (A_1 + \Delta A_1(t))x(t-h) + (B + \Delta B)u(t-h). \tag{16}$$

目的是找到与 ε 无关的状态反馈增益,通过状态反馈控制器

$$u(t) = Kx(t),\ K = [K_1 \quad K_2], \tag{17}$$

使得上述系统渐近稳定. 其中

$$[\Delta A_0(t) \quad \Delta A_1(t) \quad \Delta B(t)] = LF(t)[M \quad N \quad N_B],$$

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix},$$

$L, M, N, F(t)$ 如前所述,N_B 是一定维数的常数矩阵.

将式(17)代入式(16)得到

$$E_\varepsilon \dot{x}(t) = (\overline{A_0} + \Delta\overline{A_0}(t))x(t) + (A_1 + \Delta A_1(t))x(t-h). \tag{18}$$

其中

$$\overline{A_0} = A_0 + BK,$$

$$\Delta\overline{A_0}(t) = LF(t)(M + N_B K). \tag{19}$$

应用定理 2 的结论,得到如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \Psi_\varepsilon & \widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_1} & -h\widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ A_{13} \\ A_{11} \end{bmatrix} & \widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ L_2 \\ L_1 \end{bmatrix} & \overline{\Pi} \\ * & -\Sigma & 0 & 0 & N_2^{\mathrm{T}} \\ * & * & -h\widetilde{W} & 0 & -hN_1^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{20}$$

其中

$$\Psi_\varepsilon = \widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\overline{A_0} + \overline{A_0}^{\mathrm{T}}\widetilde{P}_\varepsilon + \begin{bmatrix} \widetilde{S} & 0 & 0 \\ 0 & \widetilde{U} & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{Y} + h\widetilde{W} \end{bmatrix} + \widetilde{P}_\varepsilon^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ \overline{B} \end{bmatrix}[K \quad 0] + [K \quad 0]^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ \overline{B} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\widetilde{P}_\varepsilon,$$

$$\overline{\Pi}^{\mathrm{T}} = [M_1 + N_1 + N_B K_1 \quad M_2 + N_B K_2 \quad 0],$$

$$\overline{B}^{\mathrm{T}} = [B_2 \quad B_1]^{\mathrm{T}}.$$

由定理 2 的证明过程可以看出,$-\widetilde{P}_3^{\mathrm{T}} - \widetilde{P}_3$ 是负定的,因此 $\widetilde{P}_0 = \begin{bmatrix} P_{10} & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}$ 是可逆的. 设 $Q = \widetilde{P}_0^{-1}$,显然 $Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}$. 令 $\Delta = \mathrm{diag}\{Q, I\}$,为了使式(19)是 LMI 的,在式(20)两边分别左乘 Δ^{T},右乘 Δ,在 Q 的二次项上应用 Schur 并令 $KQ_1 = Z$,得到如下结论.

定理 3　考虑系统(16),对所有足够小的 $\varepsilon \ge 0$,状态反馈(17)能镇定(16),如果存在 $Q \in R^{(n_1+n)\times(n_1+n)}$,$0 < \overline{S} = S^{-1} \in R^{n_1\times n_1}$,$0 < \overline{U} = U^{-1} \in R^{n_2\times n_2}$,$0 < \overline{Y} = Y^{-1} \in R^{n_1\times n_1}$,$0 < \widetilde{W} = W^{-1} \in R^{n_1\times n_1}$,$Z \in R^{l\times(n_1+n)}$,使得下面线性矩阵不等式(21)成立:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{10} & \overline{A_1}\Sigma & -h\begin{bmatrix} 0 \\ A_{13} \\ A_{11} \end{bmatrix} & \widetilde{W}\begin{bmatrix} 0 \\ L_2 \\ L_1 \end{bmatrix} & Q^{\mathrm{T}}\Pi + \begin{bmatrix} Z^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix}N_B^{\mathrm{T}} \\ * & -\Sigma & 0 & 0 & N_2^{\mathrm{T}} \\ * & * & -h\widetilde{W} & 0 & -hN_1^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$
\leftarrow
\begin{bmatrix}
Q^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} I_{n_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & Q^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ I_{n_2} \\ 0 \end{bmatrix} & Q^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{n_1} \end{bmatrix} & hQ^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{n_1} \end{bmatrix} \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
-\overline{S} & 0 & 0 & 0 \\
* & -\overline{U} & 0 & 0 \\
* & * & -\overline{Y} & 0 \\
* & * & * & -h\widetilde{W}
\end{bmatrix} < 0. \tag{21}
$$

其中

$$
\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} S^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & U^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & Y^{-1} \end{bmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{\Psi}_{10} = \overline{A_0} Q + Q^{\mathrm{T}} \overline{A_0}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{B} \end{bmatrix} [Z \quad 0] + \begin{bmatrix} Z^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix} [0 \quad \overline{B}^{\mathrm{T}}].
$$

3 结 论

本文研究了带有不确定的时滞奇异摄动系统,用广义系统模型方法,将原系统转化为与之等价的广义系统,并且在前人讨论的基础上,给出了 Lyapunov-Krasovskii 泛函. 在此基础上讨论了原系统的鲁棒稳定性,以 LMI 形式给出了判别条件,并与文献[15]作了比较,分析发现本文的保守性相对较小. 最后进一步研究了鲁棒镇定问题,给出了控制器设计.

参考文献(References)

[1] Trinh H, Aldeen M. Robust stability of singularly perturbed discrete-delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(3): 1620-1623.

[2] Hsiao F S, Pan S T, Teng C C. An efficient algorithm for finding the D-stability bound of discrete singularly perturbed systems with multiple time delays[J]. Int J Control, 1999, 72(1): 1-17.

[3] Chen B S, Lin C L. On the stability bounds of singularly perturbed systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(11): 1265-1270.

[4] Porter B. Singular perturbation methods in the design of stabilizing state-feedback controllers for multivariable linear system[J]. Int J Control, 1977, 26(4): 589-594.

[5] 刘华平,孙富春,何克忠,等. 奇异摄动控制系统:理论与应用[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(1): 1-7.
(Liu Hua-ping. Sun Fu-chun, He Ke-zhong, et al. Survey of singularly perturbed control systems: Theory and applications[J]. Control Theory and Applications, 2003, 20(1): 1-7.)

[6] 王宪杰,高存臣. 线性不确定奇异摄动系统的稳定鲁棒控制界[J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 487-489.
(Wang Xian-jie, Gao Cun-chen. Robust stability bound for linear singularly perturbed systems with uncertainty[J]. Control and Decision, 2003, 18(4): 487-489.)

[7] 鲁照权,韩江洪,陆阳,等. 一类线性不确定时滞奇异摄动系统界[J]. 中国科学技术大学学报, 2002, 32(6): 707-712.
(Lu Zhao-quan, Han Jiang-hong, Lu Yang, et al. Singularly perturbation bounds for a class of linear systems with time-delay[J]. J of University of Science and Technology of China, 2002, 32(6): 707-712.)

[8] Chen J, Xu D, Shafai B. On sufficient conditions for stability independent of delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(9): 1675-1680.

[9] Kamen E W. Linear systems with commensurate time-delays: Stability and stabilization independent of delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1982, 27(2): 367-375.

[10] Kharitonov V. Robust stability analysis of time delay systems: A survey[C]. Trans of the IFAC Conf on System Structure and Control. France: Nantes, 1998: 1-12.

[11] Niculescu S I. Verriest E I, Dugard L, et al. Stability and control of time-delay systems[C]. Lecture Notes in Control and Information Sciences. London: Springer, 1997: 1-71.

[12] Kolmanovskii V B, Richard J P. Stability of some linear systems with delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(5): 984-989.

[13] Fridman E. New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems[J]. Systems and Control Letters, 2001, 43(4): 309-319.

[14] Shao Z. Robust stability of singularly perturbed systems with state delay[J]. IEE Proc Control Theory and Applications, 2003, 150(1): 2-6.

[15] Fridman E. Stability of singularly perturbed differential-difference systems: An LMI approach[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 2002, 9(2): 201-212.

[16] D William Luse. Multivariable singularly perturbed feedback systems with time delay[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1987, 32(11): 990-994.

[17] Gu K. An integral inequality in the stability problem of time-delay systems[C]. Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control. Sydney, 2000: 2805-2810.

(下转第 402 页)

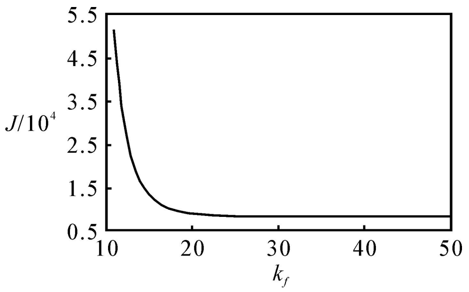

图 5　预见步数与性能指标的变化曲线

6 结　论

本文初步探讨了信息融合在非线性系统最优预见控制中的应用,详细给出了基于卡尔曼滤波的非线性系统最优预见控制算法,并以二自由度机器人操作手的转移控制问题为背景进行了仿真研究. 仿真结果表明了信息融合最优预见控制算法的有效性.

参考文献(References)

[1] 土谷武士, 江上正. 最新自动控制技术 ——数字预见控制. 北京: 北京科学技术出版社, 1994.
(Tsuch Y, Take S. Digital preview control —Newest auto control technique[M]. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1994.)

[2] Katayama T, Ohki T, Inoue T. Design of an optimal controller for a discret-time system subject to previewable demand[J]. Int J Control, 1985, 41(3): 677-699.

[3] Yu Xin, Liao Fu-cheng, Shi Ming-kun. Preview control with imaginary input[J]. Chinese J of Basic Science and Engineering, 1998, 6(3): 319-326.

[4] Elbeheiry E M. A method for preview vibration control of systems having forcing inputs and rapidly-switched dampers[J]. J of Sound and Vibration, 1998: 214(2): 269-283.

[5] Sang H K, Hiroyuki Y. On the design of a longitudinal motion control system of a fully-submerged hydrofoil craft based on the optimal preview servo system[J]. Ocean Engineering, 2004, (31): 1637-1653.

[6] 谭跃刚, 刘峰, 周祖德. 基于协调误差的目标轨迹预见跟踪控制的研究[J]. 中国机械工程, 2003, 14(15): 1265-1268.
(Tan Yue-gang, Liu Feng, Zhou Zu-de. Study preview tracking control of object trajectory based on harmony error[J]. Chinese Mechanical Engineering, 2003, 14(15): 1265-1268.)

[7] 周军, 王志胜, 周凤岐. 基于线性均方估计的数据融合理论[J]. 宇航学报, 2003, 24(4): 364-367.
(Zhou Jun, Wang Zhi-sheng, Zhou Feng-qi. Data fusion theory based on linear least square [J]. J of Astronautics, 2003, 24(4): 364-367.)

[8] 王志胜. 信息融合控制理论和方法[R]. 南京: 南京航空航天大学, 2004.
(Wang Zhi-sheng. Information fusion control theory and method [R]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2004.)

[9] 王志胜, 王道波. 含理想控制策略和期望轨道的最优控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 100-104.
(Wang Zhi-sheng, Wang Dao-bo. Optimal control with ideal control strategy and expected trajectory [J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 100-104.)

[10] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社, 1998.
(Qin Yong-yuan, Zhang Hong-yue, Wang Shu-hua. Kalman filter and integrated navigation principle[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnic University Press, 1998.)

[11] 李俊民, 万百五, 黄正良. 具有模型和实际差异的非线性离散动态系统最优控制[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(1): 32-37.
(Li Jun-min, Wan Bai-wu, Huang Zheng-liang. Optimal control of nonlinear discrete systems with model-reality differences [J]. Control Theory and Application, 1999, 16(1): 32-37.)

(上接第 396 页)

[18] Xie L. Output feedback $H\infty$ control of systems with parameter uncertainty[J]. Int J Control, 1996, 63(4): 741-750.

[19] Fridman E. Descriptor discretized Lyapunov functional method: Analysis and design [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(5): 890-897.

[20] Fridman E. Stability of systems with uncertain delays: A new "complete" Lyapunov-Krasovskii functional[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(5): 885-890.