文章编号: 1001-0920(2008)05-0546-05

基于 LMI 的线性时滞系统输出动态反馈镇定

钱 伟[1,2], 沈国江[1], 孙优贤[1]
(1. 浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 杭州 310027; 2. 河南理工大学 计算机学院, 河南 焦作 454000)

摘 要: 考虑线性时滞系统的输出动态反馈镇定问题. 利用自由参数矩阵对闭环系统进行适当变换, 并结合相应的 Lyapunov-Krasovskii 泛函得到了时滞相关的控制器存在性判据. 利用控制器参数化方法, 将控制器参数与泛函参数的求解归结为线性矩阵不等式解的形式, 从而克服了时滞无关性及求解非凸优化问题所导致的保守性. 仿真算例验证了结论的有效性.

关键词: 时滞系统; 输出动态反馈; 鲁棒控制; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

LMI-based output dynamical feedback stabilization for linear time-delay systems

QIAN Wei[1,2], *SHEN Guo-jiang*[1], *SUN You-xian*[1]
(1. State Key Lab of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. Department of Computer Science and Technology, He'nan Polytechnie University, Jiaozuo 454000, China. Correspondent: SHEN Guo-jiang, E-mail: gjshen@ipc.zju.edu.cn)

Abstract: The output dynamical feedback control is considered for time-delay system to stabilize the closed-loop system. A specified transformation of the closed-loop system with free matrices and correspondent construction of Lyapunov-Krasovskii functional are introduced, by which the delay-dependent stability criterion is derived. Furthermore, the parameterization of controller is used to establish the design condition in terms of LMI with respect to all parameters of controller and Lyapunov-Krasovskii function. The conservatism caused by delay-independence and nonconvexity in the existent results is relaxed by using the methods. Numerical examples show the effectiveness of the proposed methods.

Key words: Time-delay systems; Output dynamical feedback; Robust control; Linear matrix inequality (LMI)

1 引 言

分析时滞现象对系统动力学行为及控制性能的影响, 以及如何利用或消除这种影响是控制理论领域的研究热点. 本文考虑时滞系统输出动态反馈控制器的设计方法, 使得闭环系统是指数稳定的.

由于状态变量未必可直接量测, 输出反馈控制便更具有现实意义. 文献[1]通过"观测器-控制器"的方法实现输出静态反馈控制, 避免了动态反馈控制器难以求解的困难, 但时滞系统的观测器设计理论并不完善, 因此限制了该方法的应用. 文献[2-4]提出的时滞系统输出动态反馈控制器的设计方法均与时滞无关, 结论保守性较强, 而且在控制器参数的求解过程中, 不可避免地出现 Lyapunov-Krasovskii 泛函参数矩阵及其逆, 因此无法将控制器设计问题归结为关于所有未知参数的凸优化问题, 从而引入了附加的保守性.

考虑较为一般的 Lyapunov-Krasovskii 泛函构造方式及适当的系统变换形式, 从而得到保守性较小的稳定性准则, 是近年来线性时滞系统分析中的热点问题[5-8]. 时滞系统分析结论的保守性表现为其关于时滞常数的灵敏度, 若其相对于时滞常数的灵敏度较高, 则其保守性较小. 对设计问题而言, 相应结论在尽可能克服保守性的同时, 还应便于控制器参数的求解, 而现有的分析结论未必适用于设计问题[7,9,12]. 将输出动态反馈控制器的求解问题转化为

收稿日期: 2007-04-08; 修回日期: 2007-09-24.
基金项目: 国家 863 计划项目(2007AA11Z216); 国家自然科学基金项目(50708094).
作者简介: 钱伟(1978—), 男, 河南焦作人, 博士生, 从事时滞系统与神经网络稳定性的研究; 孙优贤(1940—), 男, 浙江诸暨人, 中国工程院院士, 教授, 博士生导师, 从事容错控制与鲁棒控制的研究.

凸优化问题需要特殊的构造方法与解析技巧[10].

本文引入自由参数矩阵对闭环系统进行适当变换,由此得到控制器存在的一般性条件.进而,利用控制器参数化方法及给定的自由参数矩阵,得到基于线性矩阵不等式的时滞相关的输出动态反馈控制器的存在性判据,并给出了控制器的具体形式.

2 问题描述

考虑线性时滞系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-r) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t),\ t \geq 0, \\ x(t) &= \phi(t),\ -\bar{r} \leq t \leq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x \in \mathrm{R}^n$, $u \in \mathrm{R}^m$, $y \in \mathrm{R}^h$ 分别为系统状态、控制输入、量测输出; $r \in [0,\bar{r}]$ 为时滞常数, $\bar{r} > 0$ 为时滞上界; A, A_d, B, C, E, F 为适当维数矩阵.

本文目的是设计全维输出动态反馈控制器,即

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= K_A\hat{x}(t) + K_B y(t), \\ u(t) &= K_C\hat{x}(t) + K_D y(t),\ t \geq 0. \end{aligned} \tag{2}$$

使得对于 $\forall r \in [0,\bar{r}]$,闭环系统

$$\xi(t) = \bar{A}\xi(t) + \bar{A}_d\xi(t-r),\ t \geq 0 \tag{3}$$

是指数稳定的. 这里

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix},\ J_n = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix},\ \bar{A}_d' = \begin{bmatrix} A_d \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_d = J_n\bar{A}_d,\ \bar{A} = \begin{bmatrix} A + BK_DC & BK_C \\ K_BC & K_A \end{bmatrix}.$$

根据 $\xi(t) - \xi(t-r) - \int_{t-r}^{t}\dot{\xi}(\theta)\mathrm{d}\theta = 0$,闭环系统(3)可变换为如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= (\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(t) - (\bar{A}+\bar{A}_d+M)\eta_t(-r) - \\ & N\int_{t-r}^{t}[(\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(\theta) - \bar{A}_d\eta_\theta(-r)]\mathrm{d}\theta, \\ & t \geq 0. \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $\eta_t(\theta) := \xi_t(0) - \xi_t(\theta)$, $\theta \in [-r, 0]$,具有下述性质:

$$\eta_t(0) \equiv 0,\ t \geq 0, \tag{5}$$

M, N 为满足如下约束的自由矩阵:

$$M + N + \bar{A} = 0. \tag{6}$$

3 主要结果

考虑时滞系统的分析与控制问题,适当的系统变换形式及相应 Lyapunov-Krasovskii 泛函的构造对于特定问题的求解及结论的保守性具有至关重要的作用.通过引入自由参数矩阵将闭环系统变换为式(4)是最终将控制器的存在性判别与求解完全归结为凸优化问题的出发点.

定理 1 如果存在正定对称矩阵 $P, S_1, S_2, S_3 \in \mathrm{R}^{2n\times 2n}$, $S_4 \in \mathrm{R}^{n\times n}$ 满足 Riccati 不等式

$$\begin{aligned} &(\bar{A}+\bar{A}_d)'P + P(\bar{A}+\bar{A}_d) + \bar{r}(\bar{A}+\bar{A}_d)'S_3(\bar{A}+\bar{A}_d) + \bar{r}PNS_3^{-1}N'P + \bar{r}PNJ_nS_4^{-1}J_n'N'P + \\ &PMS_2^{-1}M'P + P(\bar{A}+\bar{A}_d)S_1^{-1}(\bar{A}+\bar{A}_d)'P < 0, \end{aligned} \tag{7}$$

则对于 $\forall r \in [0,\bar{r}]$,闭环系统(3)是指数稳定的.

证明 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函如下:

$$V(\xi_t) = V_1(\xi_t) + V_2(\xi_t) + V_3(\xi_t) + V_4(\xi_t). \tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(\xi_t) &= \xi'(t)P\xi(t), \\ V_2(\xi_t) &= \int_{-r}^{0}\eta_t'(\theta)(S_1+S_2+ r\bar{A}_d'S_4\bar{A}_d)\eta_t(\theta)\mathrm{d}\theta, \\ V_3(\xi_t) &= \int_{-r}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\xi'(\sigma)(\bar{A}+\bar{A}_d)'S_3(\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(\sigma)\mathrm{d}\sigma\mathrm{d}\theta, \\ V_4(\xi_t) &= \int_{-r}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\eta_\sigma'(-r)\bar{A}_d'S_4\bar{A}_d\eta_\sigma(-r)\mathrm{d}\sigma\mathrm{d}\theta. \end{aligned}$$

V_1 沿着系统(4)解轨线的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\xi_t) =& \\ & 2\xi'(t)P\{(\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(t) - (\bar{A}+\bar{A}_d+ M)\eta_t(-r)\} + 2\xi'(t)PN\int_{t-r}^{t}[(\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(\theta) - \bar{A}_d\eta_\theta(-r)]\mathrm{d}\theta = \\ & \xi'(t)[(\bar{A}+\bar{A}_d)'P + P(\bar{A}+\bar{A}_d)]\xi(t) + \zeta_1(t) + \zeta_2(t) + \zeta_3(t) + \zeta_4(t). \end{aligned} \tag{9}$$

其交叉项分别满足如下估计:

$$\begin{aligned} \zeta_1(t) &= -2\xi'(t)P(\bar{A}+\bar{A}_d)\eta_t(-r) \leq \\ & \eta_t'(-r)S_1\eta_t(-r) + \xi'(t)P(\bar{A}+\bar{A}_d)S_1^{-1}(\bar{A}+\bar{A}_d)'P\xi(t), \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \zeta_2(t) &= -2\xi'(t)PM\eta_t(-r) \leq \\ & \eta_t'(-r)S_2\eta_t(-r) + \xi'(t)PMS_2^{-1}M'P\xi(t), \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \zeta_3(t) &= -2\int_{t-r}^{t}\xi'(t)PN(\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(\theta)\mathrm{d}\theta \leq \\ & r\xi'(t)PNS_3^{-1}N'P\xi(t) + \int_{-r}^{0}\xi'(t+\theta)(\bar{A}+\bar{A}_d)'S_3(\bar{A}+\bar{A}_d)\xi(t+\theta)\mathrm{d}\theta, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \zeta_4(t) &= 2\int_{t-r}^{t}\xi'(t)PN\bar{A}_d\eta_\theta(-r)\mathrm{d}\theta \leq \\ & r\xi'(t)PNJ_nS_4^{-1}J_n'N'P\xi(t) + \int_{-r}^{0}\eta_t'(\theta-r)\bar{A}_d'S_4\bar{A}_d\eta_t(\theta-r)\mathrm{d}\theta. \end{aligned} \tag{13}$$

根据式(5)可知,泛函(8)中其余各项的时间导数为

$$\dot{V}_2(\xi_t) = -\eta_t'(-r)(S_1+S_2+ r\bar{A}_d'S_4\bar{A}_d)\eta_t(-r), \tag{14}$$

$$\dot V_3(\xi_t) = \bar r\xi'(t)(\bar A+\bar A_d)'S_3(\bar A+\bar A_d)\xi(t) - \int_{-\bar r}^{0}\xi'(t+\theta)(\bar A+\bar A_d)'S_3(\bar A+\bar A_d)\xi(t+\theta)\,\mathrm{d}\theta, \tag{15}$$

$$\dot V_4(\xi_t) = \bar r\eta_t'(-\bar r)\bar A_d'S_4\bar A_d\eta_t(-\bar r) - \int_{-\bar r}^{0}\eta_t'(\theta-\bar r)\bar A_d'S_4\bar A_d\eta_t(\theta-\bar r)\,\mathrm{d}\theta. \tag{16}$$

结合式(9) ～ (16) 得

$$\begin{aligned}&\dot V(\xi_t) \le \\ &\xi'(t)[(\bar A+\bar A_d)'P + P(\bar A+\bar A_d) + \\ &\bar r(\bar A+\bar A_d)'S_3(\bar A+\bar A_d) + \bar r PNS_3^{-1}N'P + \\ &\bar r PNJ_nS_4^{-1}J_n'N'P + PMS_2^{-1}M'P + \\ &P(\bar A+\bar A_d)S_1^{-1}(\bar A+\bar A_d)'P]\xi(t) < 0.\end{aligned}$$

由此,根据泛函微分方程稳定性理论[11],闭环系统(3)是指数稳定的. □

为求解动态反馈控制器参数,设 $-N = \bar A + \bar A_d$,根据式(6)解得 $M = \bar A_d$,进而闭环系统(4)表达为

$$\begin{aligned}&\xi(t) = \\ &(\bar A+\bar A_d)\xi(t) - (\bar A+2\bar A_d)\eta_t(-\bar r) + \\ &(\bar A+\bar A_d)\int_{t-\bar r}^{t}[(\bar A+\bar A_d)\xi(\theta) - \bar A_d\eta_\theta(-\bar r)]\,\mathrm{d}\theta.\end{aligned}$$

引入如下参数集:

$$\begin{aligned}\Phi: =\{&X\in\mathrm{R}^{n\times n},\ Y\in\mathrm{R}^{n\times n},\ R\in\mathrm{R}^{n\times n},\\ &U\in\mathrm{R}^{m\times n},\ V\in\mathrm{R}^{n\times h},\ W\in\mathrm{R}^{m\times h}\},\end{aligned}$$

其中 $X>0, Y>0$ 为对称矩阵. 设 $Z = X - Y^{-1}$,动态反馈控制器及 Lyapunov-Krasovskii 泛函的参数化形式如下:

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}K_D & K_C\\ K_B & K_A\end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix}I_m & 0\\ B & -Y^{-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}W & U\\ V & R-Y(A+A_d)X\end{bmatrix}\times \\ &\begin{bmatrix}I_h & -CXZ^{-1}\\ 0 & Z^{-1}\end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix}W & (-WCX+U)Z^{-1}\\ BW-Y^{-1}V & \begin{matrix}(-BWCX+BU+Y^{-1}VCX - \\ Y^{-1}R+(A+A_d)X)Z^{-1}\end{matrix}\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{17}$$

$$P^{-1}(\Phi) = Q(\Phi) = \begin{bmatrix}X & Z\\ Z & Z\end{bmatrix}. \tag{18}$$

将参数化控制器(17)代入闭环系统(3)的系数矩阵,得到参数化闭环系数矩阵

$$\begin{aligned}&(\bar A+\bar A_d)(\Phi) = \\ &\begin{bmatrix}(A+A_d)+BWC & (-BWCX+BU)Z^{-1}\\ BWC-Y^{-1}VC & \begin{matrix}(-BWCX+BU+\\ Y^{-1}VCX-Y^{-1}R+\\ (A+A_d)X)Z^{-1}\end{matrix}\end{bmatrix}.\end{aligned} \tag{19}$$

定理2 如果存在参数集 Φ 及正定对称矩阵 $S_1\in\mathrm{R}^{2n\times 2n}$, $S_2, S_4\in\mathrm{R}^{n\times n}$ 满足下列线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix}\Gamma_1'(\Phi)+\Gamma_1(\Phi) & \Gamma_1(\Phi) & \Gamma_2(\Phi) & \Gamma_1'(\Phi) & \Gamma_1(\Phi) & \Gamma_3(\Phi)\\ * & -S_1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -S_2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -\bar r^{-1}Q(\Phi) & 0 & 0\\ * & * & * & * & -\bar r^{-1}Q(\Phi) & 0\\ * & * & * & * & * & -\bar r^{-1}S_4\end{bmatrix} < 0, \tag{20}$$

$$Q(\Phi) = \begin{bmatrix}X & I_n\\ I_n & Y\end{bmatrix} > 0. \tag{21}$$

其中

$$\Gamma_1(\Phi) = \begin{bmatrix}(A+A_d)X+BU & (A+A_d)+BWC\\ R & Y(A+A_d)+VC\end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2(\Phi) = \begin{bmatrix}A_d\\ YA_d\end{bmatrix},$$

$$\Gamma_3(\Phi) = \begin{bmatrix}(A+A_d)+BWC\\ Y(A+A_d)+VC\end{bmatrix}.$$

则存在形如式(17)的动态输出反馈控制器,使得闭环系统(3)是指数稳定的.

证明 设变换矩阵 $L = \begin{bmatrix}I_n & Y\\ 0 & -Y\end{bmatrix}$,经变换可得

$$Q(\Phi) = L'Q(\Phi)L = \begin{bmatrix}X & I_n\\ I_n & Y\end{bmatrix},$$

即在泛函参数化(18)的假设条件下,其正定性等价于线性矩阵不等式(21).

设 $S_2 = \mathrm{diag}\{S_{21}\ \ S_{22}\}$, $S_{21}, S_{22}\in\mathrm{R}^{n\times n}$,则 Riccati 不等式(7)可转化为

$$\begin{aligned}&(\bar A+\bar A_d)'P + P(\bar A+\bar A_d) + \bar r(\bar A+\\ &\bar A_d)'S_3(\bar A+\bar A_d) + \bar r P(\bar A+\bar A_d)S_3^{-1}(\bar A+\\ &\bar A_d)'P + PJ_nA_dS_{21}^{-1}A_d'J_n'P + \\ &\bar r P(\bar A+\bar A_d)J_nS_4^{-1}J_n'(\bar A+\bar A_d)'P +\end{aligned}$$

$$P(\bar{A}+\bar{A}_d)S_1^{-1}(\bar{A}+\bar{A}_d)'P<0.$$

根据 Schur 引理,上式等价于

$$\Xi=\begin{bmatrix}\Xi(1,1) & P(\bar{A}+\bar{A}_d) & PJ_nA_d & (\bar{A}+\bar{A}_d)'S_3 & P(\bar{A}+\bar{A}_d) & P(\bar{A}+\bar{A}_d)J_n\\ * & -S_1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -S_2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -\bar{r}^{-1}S_3 & 0 & 0\\ * & * & * & * & -\bar{r}^{-1}S_3 & 0\\ * & * & * & * & * & -\bar{r}^{-1}S_4\end{bmatrix}<0,\quad(22)$$

其中 $\Xi(1,1)=(\bar{A}+\bar{A}_d)'P+P(\bar{A}+\bar{A}_d)$.

设 $S_3=P$, $Q=P^{-1}$ 以及变换矩阵 $T_1=\mathrm{diag}\{Q\ \ Q\ \ I_n\ \ Q\ \ Q\ \ I_n\}$. 经过变换可知,矩阵不等式(22) 等价于

$$T_1'\Xi T_1=\begin{bmatrix}Q(\bar{A}+\bar{A}_d)'+(\bar{A}+\bar{A}_d)Q & (\bar{A}+\bar{A}_d)Q & J_nA_d & Q(\bar{A}+\bar{A}_d)' & (\bar{A}+\bar{A}_d)Q & (\bar{A}+\bar{A}_d)J_n\\ * & -QS_1Q & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -S_2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -\bar{r}^{-1}S_3^{-1} & 0 & 0\\ * & * & * & * & -\bar{r}^{-1}QS_3Q & 0\\ * & * & * & * & * & -\bar{r}^{-1}S_4\end{bmatrix}<0.\quad(23)$$

设变换矩阵 $T_2=\mathrm{diag}\{L\ \ L\ \ I_n\ \ L\ \ L\ \ I_n\}$. 在控制器与泛函参数化(17) 和(18) 的条件下,由式(23) 通过变换可知,闭环系统(3) 指数稳定的充分条件为以下矩阵不等式成立:

$$\Pi=T_2'T_1'\Xi T_1T_2=\begin{bmatrix}\Pi(1,1) & L'(\bar{A}+\bar{A}_d)QL & L'J_nA_d & L'Q(\bar{A}+\bar{A}_d)'L & L'(\bar{A}+\bar{A}_d)QL & L'(\bar{A}+\bar{A}_d)J_n\\ * & -L'QS_1QL & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -S_2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & -\bar{r}^{-1}L'QL & 0 & 0\\ * & * & * & * & -\bar{r}^{-1}L'QL & 0\\ * & * & * & * & * & -\bar{r}^{-1}S_4\end{bmatrix}<0,\quad(24)$$

其中 $\Pi(1,1)=L'[Q(\bar{A}+\bar{A}_d)'+(\bar{A}+\bar{A}_d)Q]L$. 将闭环系统参数式(19) 代入矩阵不等式(24) ,逐项计算可得

$$L'(\bar{A}+\bar{A}_d)(\Phi)Q(\Phi)L=\Gamma_1(\Phi),$$
$$L'J_nA_d=\Gamma_2(\Phi),$$
$$L'(\bar{A}+\bar{A}_d)(\Phi)J_n=\Gamma_3(\Phi).$$

设 $\bar{S}_1=L'QS_1QL$,可知矩阵不等式(24) 等价于线性矩阵不等式(20). □

4　仿真分析

例 1　考虑如下时滞系统[12]:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}-1 & -1\\0 & -0.9\end{bmatrix}x(t-r)+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u(t).$$

利用状态反馈镇定,文献[12] 给出的允许时滞上界为 $\bar{r}=0.3346$ s. 通过引入量测输出 $y(t)=[0\ \ 1]x(t)$,利用本文结论,解得允许时滞上界为 $\bar{r}=0.8096$ s,输出动态反馈控制器为

$$\dot{\hat{x}}(t)=\begin{bmatrix}-1.0 & 0.012\\0.184 & -0.24\end{bmatrix}\hat{x}(t)+\begin{bmatrix}-1.01\\0.234\end{bmatrix}y(t),$$
$$u(t)=[0.1836\ \ -0.02]\hat{x}(t)-0.09y(t),$$
$$t\geq0.$$

相应的闭环系统状态轨线如图 1 所示.

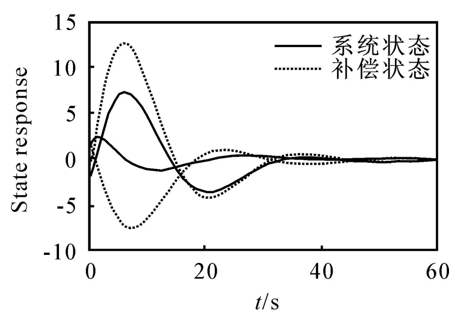

图 1　例 1 的闭环自治系统状态轨线

例 2　考虑如下时滞系统[3]:

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & -2\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0 & 0\\0.1 & 0.1\end{bmatrix}x(t-r)+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u(t),$$
$$y(t)=[1\ \ 0]x(t),\ t\geq0.$$

在同时具有时滞与无时滞控制输入的条件下,

文献[3]给出了与时滞无关的输出动态反馈控制器的求解方法. 利用本文结论,解得允许时滞上界为 $\bar{\tau} = 1.368$ s,输出动态反馈控制器为

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1.358 & 1.0 \\ -0.774 & -0.559 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} -1.359 \\ 0.716 \end{bmatrix} y(t),$$

$$u(t) = [1.86 \quad 1.341]\hat{x}(t) - 3.019 y(t),\ t \geq 0.$$

相应的闭环系统状态轨线如图 2 所示.

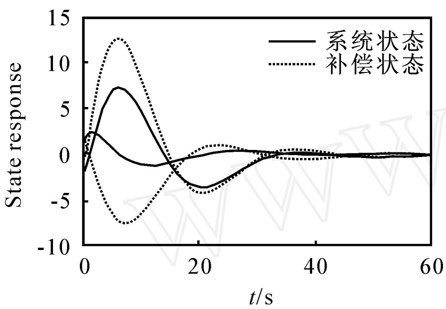

图 2　例 2 的闭环自治系统状态轨线

注 1　为求解时滞系统的输出动态反馈控制器,现有结果必须指定泛函的某些参数矩阵[2-4]. 本文利用 $A + A_d$ 取代 A,实现了控制器参数化设计,并完整地保留了控制器参数与泛函参数作为凸优化问题的解,从而克服了这种附加的保守性. 这是构造闭环系统变换(4)及相应Lyapunov-Krasovskii 泛函(7)的根本目的.

注 2　例 2 说明了在 $\|A_d\| \ll \|A\|$ 的条件下,本文方法可能导致一定的局限性,因此时滞相关性结论的保守性优于时滞无关性结论的观点并非是无条件的. 此例从一个侧面反映了在保守性较弱的稳定判据中, A 与 A_d 独立出现的合理性[5-7].

5　结　论

本文考虑了输出动态反馈镇定问题. 通过引入自由参数矩阵构造适当的闭环系统变换形式,并结合相应的 Lyapunov-Krasovskii 泛函构造方式,给出了以线性矩阵不等式表述的与时滞相关的输出动态反馈控制器的存在性判据与设计准则. 仿真算例证实了方法的灵活性与有效性.

参考文献(References)

[1] Choi H H, Chung M J. Memoryless H-infinity controller design for linear systems with delayed state and control[J]. Automatica, 1995, 31(6): 971-919.

[2] Choi H H, Chung M J. An LMI approach to H-infinity controller design for linear time-delay systems [J]. Automatica, 1997, 33(4): 737-739.

[3] Jeung E T, Oh D C, Kim J H, et al. Robust controller design for uncertain systems with time delays: LMI approach[J]. Automatica, 1996, 32(8): 1229-1231.

[4] Xue X, Qiu D. Robust H-infinity compensator design for time-delay systems with norm-bounded time-varying uncertainties[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(7): 1363-1369.

[5] Fridaman E, Shaked U. A descriptor system approach to H-infinity control of linear time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(2): 253-270.

[6] He Y, Wu M, She J H, et al. Parameter-dependent Lyapunov functional for stability of time-delay systems with polytotic-type uncertainties [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(5): 828-832.

[7] Gu K. A further refinement of discretized Lyapunov functional method for the stability of time-delay systems [J]. Int J Control, 2001, 74(10): 967-976.

[8] Park P. A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-varying delays [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(4): 876-877.

[9] Niculescu S. Delay effects on stability: A robust control approach[M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2001.

[10] Iwasaki T, Skelton R E. All controllers for the general H-infinity control problem: LMI existence conditions and state space formulas [J]. Automatica, 1994, 30(8): 1307-1317.

[11] Hale J K. Theory of functional differential equations [M]. New York: Springer-Verlag, 1977.

[12] de Souza C E, Li X. Delay-dependent robust H-infinity control of uncertain linear state-delayed systems [J]. Automatica, 1999, 35(7): 1313-1321.