文章编号: 100120920(2008)0520555205

脉冲随机混合系统的稳定性与鲁棒稳定性分析

杨 莹[1,2], 李俊民[1], 刘晓芬[2]
(1. 西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071; 2. 浙江财经学院 数学与统计学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对一类在切换时刻具有脉冲行为的 Markov 切换随机系统, 首先, 利用多 Lyapunov 函数的方法研究系统的稳定性, 得到系统依概率稳定的充分条件, 该条件以线性矩阵不等式(LMI)的形式给出; 然后, 进一步对系统的稳定化以及鲁棒稳定性问题进行分析与设计, 给出相应的状态反馈增益矩阵和脉冲增益矩阵的求解方法; 最后, 数值算例说明了所设计方法的有效性.

关键词: 脉冲系统; Markov 切换; 依概率稳定; 线性矩阵不等式; 鲁棒稳定性
中图分类号: TP13 文献标识码: A

Analysis of stability and robust stability for stochastic hybrid systems with impulsive effects

YANG Ying[1,2], LI Jun2min[1], LIU Xiao2fen[2]
(1. Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi. an 710071, China; 2. School of Mathematics and Statistics, Zhejiang University of Finance and Economy, Hangzhou 310018, China. Correspondent: YANG Ying, E2mail: yy1502@sina.com)

Abstract: The problems of stability and robust stability analysis are investigated for a class of Markovian switching stochastic systems which exist impulses at the switching instants. Multiple Lyapunov techniques are used to derive sufficient conditions for stability in probability of the overall system. The conditions are given in terms of linear matrix inequalities and can be used to solve stabilization synthesis problem. The results are extended to the design of a robust stabilized state2feedback controller. A numerical example shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Impulsive system; Markovian switching; Stable in probability; Linear matrix inequality; Robust stability

1 引 言

近年来, 随机系统在实际生活中的应用趋于广泛, 特别是在控制与通信科学中尤为突出. 因此, 对随机系统的研究已成为控制领域的一个热点[1-3], 而对它的稳定性分析, 一直是学者们关注的焦点, 研究方法主要在经典 Lyapunov 函数的基础上加以推广[4,5]. 作为随机系统中特殊的一类, Markov 切换随机系统由若干个具有 Wiener 过程扰动的子系统与一个由 Markov 过程决定的切换律所组成. 对于 Markov 切换系统的研究自 1960 年开始, 也已成为控制领域的一个热门课题, 其中系统的可控性、稳定性及稳定化等方面的研究已取得一定成果[6-8]. 与 Markov 确定性切换系统相比, Markov 切换随机系统稳定性方面的研究仍处于起步阶段[9,10]. 文献[9]运用 Lyapunov 函数方法系统地研究了非线性 Markov 切换随机系统解的存在唯一性和系统的指数稳定性, 并导入 M 矩阵方法, 得到了几个若干稳定性判别的充分条件. 文献[10]则研究了非线性 Markov 切换随机系统的均方指数稳定化问题.

由于建模误差, 模型中的不确定因素难以避免, 而不确定因素的存在往往使系统性能下降甚至导致系统不稳定. 关于不确定线性系统的鲁棒稳定性问题, 许多学者进行了相关讨论, 主要方法是基于 Riccati(型)方程或线性矩阵不等式(LMI)进行研究[11,12], 但这些文献并未考虑随机噪声的影响.

另外, 在物理、生物、工程与信息科学中, 因为许多实际的系统不可避免地存在着大量的脉冲动态行为, 即在动态过程中系统的状态在某些时刻发生突然的变化, 很多单纯的切换系统理论根本不适用或者在应用中产生很大偏差, 所以具有脉冲效应的动

收稿日期: 2006212222; 修回日期: 2007205215.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60374015); 浙江财经学院校级一般课题(2006YJY016).
作者简介: 杨莹(1979—), 女, 杭州人, 博士生, 从事随机系统、混合系统等研究; 李俊民(1965—), 男, 陕西岐山人, 教授, 博士生导师, 从事混合系统、非线性动态系统优化控制等研究.

态系统的研究也日益成为众多研究者关心的问题之一. 对考虑脉冲效应的确定性系统的研究已有了一些成果[13-15], 但对于随机系统结合脉冲现象方面的研究仍很少见.

本文对于一类在切换时刻具有脉冲行为的 Markov 切换随机系统的稳定性及鲁棒稳定性问题进行研究. 首先应用多 Lyapunov 函数的方法对系统的稳定性进行了分析, 并给出了系统依概率稳定的充分条件; 然后, 在此基础上, 进一步运用线性矩阵不等式(LMI)法研究系统的稳定化问题以及鲁棒稳定性问题, 同时给出了相应的状态反馈增益矩阵和脉冲增益矩阵的求解方法.

2 问题描述与预备知识

设$(\Omega, F, \{F_t\}_{t\ge 0}, P)$ 是一个带 R流 $\{F_t\}_{t\ge 0}$ 的完全概率空间, $\{r(t), t\ge 0\}$ 为定义在$(\Omega, F, \{F_t\}_{t\ge 0}, P)$ 上取值于有限状态空间 $S=\{1,2,\cdots,N\}$ 的连续时间 Markov 过程, 其转移概率为

$$P\{r(t+\Delta t)=j\mid r(t)=i\}=\begin{cases}\gamma_{ij}\Delta t+o(\Delta t), & i\ne j;\\ 1+\gamma_{ii}\Delta t+o(\Delta t), & i=j.\end{cases}$$

其中: $\Delta t>0$, $\lim\limits_{\Delta t\to 0} o(\Delta t)/\Delta t=0$; γ_{ij} 表示从状态 i 转移到状态 j 的转移速率, 且对任意的 $i,j\,(i\ne j)$ 满足 $\gamma_{ij}\ge 0$, $\gamma_{ii}=-\sum\limits_{j\ne i}\gamma_{ij}$.

考虑下列具有随机扰动的 Ito 型 Markov 切换系统:

$$\begin{cases}dx(t)=A_{r(t)}x(t)dt+B_{r(t)}u(t)dt+\\ \qquad C_{r(t)}x(t)dw(t),\ r(t^+)=r(t);\\ x(t^+)=E_{r(t^+),r(t)}x(t^-)+\\ \qquad F_{r(t^+),r(t)}u(t^-),\ r(t^+)\ne r(t);\\ x(t_0^+)=x_0.\end{cases}\tag{1}$$

其中: $x(t)\in R^n$ 是状态向量, $u(t)\in R^m$ 是可控输入, $x(t^+):=\lim\limits_{h\to 0^+}x(t+h)$, $x(t^-):=\lim\limits_{h\to 0^+}x(t-h)$, $x(t^-)=x(t)$, $w(t)\in R^m$ 是定义在$(\Omega, F, \{F_t\}_{t\ge 0}, P)$ 上的 m 维标准 Wiener 过程, $r(t)=i$ 表示子系统 $\{A_i, B_i, C_i\}$ 被激活, $r(t)=i$, $r(t^+)=j$, 表示在时刻 t 系统从第 i 个子系统切换到第 j 个子系统. 在切换时刻 t, 存在式(1) 中的第 2 个方程所描述的脉冲, $A_i, B_i, C_i, E_{j,i}, F_{j,i}\,(i,j\in\{1,2,\cdots,N\})$ 为适当维数的定常矩阵. 特别地, $E_{i,i}=I_n$, $F_{i,i}=0$, $i\in\{1,2,\cdots,N\}$, 表示在同一个子系统之间切换是平稳的, 没有出现脉冲.

为了便于研究, 本文对所要讨论的系统均作出如下假设:

假设 1 系统有唯一解.

假设 2 $w(t)$ 与 $r(t)$ 互相独立, 保证系统在每个有界时间区间内切换有限次.

3 主要结论

3.1 稳定性分析

为叙述方便, 当 $r(t)=i$, $r(t^+)=j$ 时, $A_{r(t)}$, $B_{r(t)}$, $C_{r(t)}$, $E_{r(t^+),r(t)}$, $F_{r(t^+),r(t)}$ 分别记为 $A_i, B_i, C_i, E_{j,i}, F_{j,i}$, $i,j\in\{1,2,\cdots,N\}$. 为了研究系统(1) 的稳定性, 首先考虑其自治情况, 即

$$\begin{cases}dx(t)=A_ix(t)dt+C_ix(t)dw(t),\\ \quad r(t^+)=r(t);\\ x(t^+)=E_{j,i}x(t^-),\ r(t^+)\ne r(t);\\ x(t_0^+)=x_0.\end{cases}\tag{2}$$

令 $C^{2,1}(R^n\times R_+\times S; R_+)$ 表示所有定义在 $R^n\times R_+\times S$ 上的所有非负函数且该函数关于 x 连续二阶可微, 关于 t 一阶可微.

对系统(2), 构造切换型 Lyapunov 函数

$$V(x(t),i)=x^T(t)P_ix(t).\tag{3}$$

其中: $V(x(t),i)\in C^{2,1}(R^n\times R_+\times S; R_+)$, P_i 为正定阵, $1\le i\le N$. 对于 $V(x(t),i)$, 定义如下算子:

$$\begin{aligned}&LV(x(t),i):=\\ &V_x(x(t),i)(A_ix(t))+\\ &2^{-1}\mathrm{tr}((C_ix(t))^TV_{xx}(x(t),i)C_ix(t))+\\ &\sum_{j=1}^N\gamma_{ij}(V(x(t),j)).\end{aligned}$$

其中

$$V_x(x(t),i)=\Big(\frac{\partial V(x(t),i)}{\partial x_1},\cdots,\frac{\partial V(x(t),i)}{\partial x_n}\Big),$$

$$V_{xx}(x(t),i)=\Big(\frac{\partial^2 V(x(t),i)}{\partial x_l\partial x_m}\Big)_{n\times n},$$

$$l,m=1,2,\cdots,n.$$

为了设计系统的控制器, 先给出如下的定义及引理.

定义 1[5] 称系统(2) 的解是依概率稳定的, 如果对 $\forall s\ge 0$, $\varepsilon>0$, 有 $\lim\limits_{x_0\to 0}P\{\sup\limits_{t>s}|x^{s,x_0}(t)|>\varepsilon\}=0$. $x^{s,x_0}(t)$ 表示在时刻 s 从点 x_0 出发的系统状态的样本路径.

引理 1(Schur 补) 下列 3 个不等式等价:

1) $\begin{bmatrix}A & B\\ B^T & C\end{bmatrix}<0$;

2) $A<0$ 且 $C-B^TA^{-1}B<0$;

3) $C<0$ 且 $A-BC^{-1}B^T<0$.

引理 2[16] 设 M, N, G 为适当维数的实矩阵, 且 G 满足 $G^TG\le I$, 则对任意的 $\varepsilon>0$, 有

$$MGN+(MGN)^T\le\varepsilon^2MM^T+\varepsilon^{-2}N^TN.$$

引理 3 若存在切换型 Lyapunov 函数(3) 满足

1) $LV(x(t),i)\le 0$, $r(t^+)=r(t)$,

2) $EV(x(t^+),j) \le EV(x(t),i), r(t^+) \ne r(t)$, 则系统(2)依概率稳定.

证明　假设切换时刻为 $t_1, t_2, \cdots$, 其中 $t_1 < t_2 < \cdots$, 对 $\forall k \in N$, 在 $(t_{k-1}, t_k]$ 内, 由广义 Ito 公式, 有

$$EV(x(t_k), i_{k-1}) = EV(x(t_{k-1}^+), i_{k-1}) + E\int_{t_{k-1}^+}^{t_k} LV(x(s), i_{k-1})\,ds.$$

由引理 3 条件 1) 可得

$$EV(x(t_k), i_{k-1}) \le EV(x(t_{k-1}^+), i_{k-1}). \tag{4}$$

利用文献[5]中的结果可知 $V(x(t), i_{k-1})$ 是上鞅, 根据上鞅不等式, 对 $\forall \varepsilon > 0$ 有

$$P\{\sup_{t_{k-1}^+ \le t \le t_k} V(x(t), i_{k-1}) \ge \varepsilon\} \le \varepsilon^{-1} EV(x(t_{k-1}^+), i_{k-1}). \tag{5}$$

另外, 由式(4)结合引理 3 条件 2)有

$$EV(x(t_{k-1}^+), i_{k-1}) \le EV(x(t_{k-1}), i_{k-2}) \le EV(x(t_{k-2}^+), i_{k-2}) \le \cdots \le EV(x(t_0^+), i_0) = EV(x_0) = V(x_0). \tag{6}$$

结合式(5), (6), 可得

$$P\{\sup_{t_{k-1}^+ \le t \le t_k} V(x(t), i_{k-1}) \ge \varepsilon\} \ge \varepsilon^{-1} EV(x_0) = \varepsilon^{-1} V(x_0).$$

考虑到 k 的任意性, 进一步有

$$P\{\sup_{t \ge 0} V(x(t), i)) \ge \varepsilon\} \le \varepsilon^{-1} V(x_0). \tag{7}$$

根据 V 的径向无界性, 对 $\forall \varepsilon > 0$ 必有 $\exists \varepsilon(\varepsilon) > 0$, 使得当 $\|x(t)\| \ge \varepsilon$ 时, $V(x(t), i) \ge \varepsilon$. 又由 V 的正定性与连续性可知, 对 $\forall \varepsilon > 0$, 必有 $\exists \delta(\varepsilon) > 0$, 使得当 $\|x_0\| \ge \delta$ 时, $\varepsilon^{-1} V(x_0) \le \varepsilon$. 故对 $\forall x_0$, 当 $\|x_0\| \le \delta$ 时, 式(7)等价于 $P\{\sup_{t \ge 0} \|x(t)\| \ge \varepsilon\} \le \varepsilon$, 令 $x_0 \to 0$, 结果可证. □

根据引理 3, 给出自治系统(2)依概率稳定的充分条件.

定理 1　对系统(2), 若存在正定阵 $P_1, P_2, \cdots, P_N$ 满足

$$A_i^T P_i + P_i A_i + C_i^T P_i C_i + \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij} P_j < 0, \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} P_j & P_j E_{j,i}^T \\ E_{j,i} P_j & P_i \end{bmatrix} \ge 0,$$

$$i, j = 1, 2, \cdots, N, \tag{9}$$

则系统(2)依概率稳定.

证明　对系统(2), 取切换型 Lyapunov 函数(3), 则有

$$\begin{cases} LV(x(t), i) = \\ x^T(t)(A_i^T P_i + P_i A_i + C_i^T P_i C_i + \\ \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij} P_j) x(t), \ r(t^+) = r(t); \\ EV(x(t^+), j) - EV(x(t), i) = \\ E\{x^T(t)(E_{j,i}^T P_j E_{j,i} - P_i) x(t)\}, \ r(t^+) \ne r(t). \end{cases}$$

由式(8), 有 $LV(x(t), i) \le 0$, 再由式(9)结合引理 1, 有 $E_{j,i} P_j E_{j,i}^T - P_i \le 0$, 则 $E_{j,i}^T P_j E_{j,i} - P_i \le 0$, 故 $EV(x(t^+), j) \le EV(x(t), i)$. 根据引理 3 可知系统(2)依概率稳定. □

在定理 1 的基础上, 进一步考虑系统(1)的稳定化问题. 利用 LMI 方法, 设计子系统的控制器确保闭环系统依概率稳定, 为此, 取切换状态反馈控制器为

$$\begin{cases} u(t) = K_i x(t), \ r(t^+) = r(t); \\ u(t^-) = L_{j,i} x(t^-), \ r(t^+) \ne r(t). \end{cases} \tag{10}$$

其中: K_i 是状态反馈增益矩阵, $L_{j,i}$ 是脉冲控制增益矩阵, $i, j \in \{1, 2, \cdots, N\}$.

定理 2　对系统(1), 若存在 $\rho > 0$, 正定阵 $P_1, P_2, \cdots, P_N$, 适当维数的矩阵 $Y_{1,1}, \cdots, Y_{1,N}, \cdots, Y_{N,N}$, 满足

$$A_i^T P_i + P_i A_i + 2\rho P_i B_i B_i^T P_i + C_i^T P_i C_i + \sum_{j=1}^{N} \gamma_{ij} P_j < 0,$$

$$\begin{bmatrix} P_j & P_j E_{j,i}^T + Y_{j,i}^T F_{j,i}^T \\ E_{j,i} P_j + F_{j,i} Y_{j,i} & P_i \end{bmatrix} \ge 0,$$

$$i, j = 1, 2, \cdots, N,$$

则存在切换反馈控制器(10)确保闭环系统依概率稳定, 且相应的切换反馈增益矩阵与脉冲控制增益分别为

$$K_i = \rho B_i^T P_i, \ L_{j,i} = Y_{j,i} P_j^{-1},$$

$$i, j = 1, 2, \cdots, N. \tag{11}$$

证明　系统(1)加入控制器(10)后再将式(11)代入, 仿照定理 1 的证明易知结论成立. □

3.2　鲁棒稳定性分析

在上述基础上进一步将结果推广到不确定系统, 使子系统对所有可允许的不确定性也保持依概率稳定. 考虑如下系统:

$$\begin{cases} dx(t) = (A_i + \Delta A_i) x(t) dt + B_i u(t) dt + \\ \qquad C_i x(t) dw(t), \ r(t^+) = r(t); \\ x(t^+) = (E_{j,i} + \Delta E_{j,i}) x(t^-) + \\ \qquad F_{j,i} u(t^-), \ r(t^+) \ne r(t); \\ x(t_0^+) = x_0. \end{cases} \tag{12}$$

其中不确定参数阵有如下结构:

$$[\Delta A_i, \Delta E_{j,i}] = H_i G_i [D_i, W_{j,i}], \tag{13}$$

$H_i, D_i, W_{j,i}$ 是具有适当维数的已知常数矩阵, G_i 是未知矩阵且满足 $G_i^TG_i \le I$, $i,j=1,2,\cdots,N$.

定理3 对系统(12), 若存在 $\rho>0$, 正定阵 $P_1, P_2,\cdots,P_N$, 适当维数的矩阵 $Y_{1,1},\cdots,Y_{1,N},\cdots,Y_{NN}$, 以及正向量 $\lambda_1,\cdots,\lambda_N,\varepsilon_1,\cdots,\varepsilon_N$ 满足

$$\begin{bmatrix} \Phi_i & 2\rho P_iB_i & \lambda_iP_iH_i & \lambda_i^{-1}D_i^T \\ 2\rho B_i^TP_i & -2\rho I & 0 & 0 \\ \lambda_iH_i^TP_i & 0 & -I & 0 \\ \lambda_i^{-1}D_i & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} P_j & P_jE_{j,i}^T + Y_{j,i}^TF_{j,i}^T & 0 & P_jW_{j,i}^T \\ E_{j,i}P_j + F_{j,i}Y_{j,i} & P_i & \varepsilon_j^2H_i & 0 \\ 0 & \varepsilon_j^2H_i^T & \varepsilon_j^2I & 0 \\ W_{j,i}P_j & 0 & 0 & \varepsilon_j^2I \end{bmatrix} \ge 0,$$

$$i,j=1,2,\cdots,N, \tag{15}$$

其中 $\Phi_i = A_i^TP_i + P_iA_i + C_i^TP_iC_i + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}P_j$, 则存在切换状态反馈控制器(10)确保闭环系统依概率稳定, 且相应的切换状态反馈增益矩阵与脉冲控制增益分别为

$$K_i = \rho B_i^TP_i,\ L_{j,i} = Y_{j,i}P_j^{-1},\ i,j=1,2,\cdots,N.$$

证明　由引理1, 式(14)等价于

$$A_i^TP_i + P_iA_i + 2\rho P_iB_iB_i^TP_i + C_i^TP_iC_i + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}P_j + \lambda_i^2P_iH_iH_i^TP_i + \lambda_i^{-2}D_i^TD_i < 0.$$

又由引理2结合式(13), 可得

$$(A_i+\Delta A_i)^TP_i + P_i(A_i+\Delta A_i) + 2\rho P_iB_iB_i^TP_i + C_i^TP_iC_i + \sum_{j=1}^N \gamma_{ij}P_j < 0.$$

另外, 式(15)等价于

$$\begin{bmatrix} -P_j & -P_jE_{j,i}^T - Y_{j,i}^TF_{j,i}^T & 0 & -P_jW_{j,i}^T \\ -E_{j,i}P_j - F_{j,i}Y_{j,i} & -P_i & -\varepsilon_j^2H_i & 0 \\ 0 & -\varepsilon_j^2H_i^T & -\varepsilon_j^2I & 0 \\ -W_{j,i}P_j & 0 & 0 & -\varepsilon_j^2I \end{bmatrix} \le 0. \tag{16}$$

由引理1可知式(16)等价于

$$\begin{bmatrix} -P_j & -P_jE_{j,i}^T - Y_{j,i}^TF_{j,i}^T \\ -E_{j,i}P_j - F_{j,i}Y_{j,i} & -P_i \end{bmatrix} + \varepsilon_j^2\begin{bmatrix} 0 \\ H_i \end{bmatrix}[0\ \ H_i^T] + \varepsilon_j^{-2}\begin{bmatrix} -P_jW_{j,i}^T \\ 0 \end{bmatrix}[-W_{j,i}P_j\ \ 0] \le 0.$$

又由引理2结合式(13), 得到

$$\begin{bmatrix} P_j & P_j(E_{j,i}+\Delta E_{j,i})^T + Y_{j,i}^TF_{j,i}^T \\ (E_{j,i}+\Delta E_{j,i})P_j + F_{j,i}Y_{j,i} & P_i \end{bmatrix} \ge 0.$$

由定理2知闭环系统依概率稳定, 且 $K_i = \rho B_i^TP_i$, $L_{j,i} = Y_{j,i}P_j^{-1}$, $i,j=1,2,\cdots,N$. □

4　数值例子

考虑一个二维二模态具有 Markov 切换的脉冲随机微分系统

$$\begin{cases} dx(t) = (A_i+\Delta A_i)x(t)dt + B_iu(t)dt + \\ \qquad C_ix(t)dw(t),\ r(t^+) = r(t); \\ x(t^+) = (E_{j,i}+\Delta E_{j,i})x(t^-) + \\ \qquad F_{j,i}u(t^-),\ r(t^+) \ne r(t). \end{cases}$$

$$[\Delta A_i, \Delta E_{j,i}] = H_iG_i[D_i, W_{j,i}].$$

其中Markov过程由算子 $\Gamma = (\gamma_{ij})(i,j \in \{1,2\})$ 给出

$$A_1 = \begin{bmatrix} -9.3 & -1 \\ 0 & -11 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 1 & -10 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 1.1 \end{bmatrix},$$

$B_1 = I_2, C_1 = C_2 = 2I_2,$

$H_1 = 0.1I_2, H_2 = 0,1I_2,$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, F_{21} = \begin{bmatrix} -1.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$F_{12} = I_2, E_{12} = 2I_2,$

$E_{21} = I_2, W_{12} = 0.3I_2,$

$W_{21} = -0.3I_2, \rho = 1,$

$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1.$

由 Matlab 的 LMI 工具箱计算可得

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.045\,8 & 0.000\,2 \\ 0.000\,2 & 0.046\,9 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.045\,1 & -0.000\,3 \\ -0.000\,3 & 0.045\,4 \end{bmatrix},$$

$$Y_{12} = \begin{bmatrix} -0.091\,5 & -0.000\,5 \\ -0.000\,5 & -0.095\,7 \end{bmatrix},$$

$$Y_{21} = \begin{bmatrix} 0.041\,0 & -0.000\,3 \\ -0.000\,3 & 0.045\,4 \end{bmatrix}.$$

相应的状态反馈增益矩阵与脉冲控制增益为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.045\,8 & 0.000\,2 \\ 0.000\,2 & 0.046\,9 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0.040\,5 & -0.000\,3 \\ -0.000\,3 & 0.050\,0 \end{bmatrix},$$

$$L_{12} = \begin{bmatrix} 66.589\,0 & 0.421\,6 \\ 0.421\,6 & 66.036\,2 \end{bmatrix},$$

$$L_{21} = \begin{bmatrix} 87.420\,9 & -0.451\,2 \\ -0.451\,2 & 85.370\,2 \end{bmatrix}.$$

综上, 整个不确定脉冲混合系统在定义 1 的意义下是依概率稳定的, 从而控制方法是有效的.

5　结　　论

本文针对切换时刻具有脉冲行为、切换律由 Markov 过程决定的一类切换随机系统, 主要利用多 Lyapunov 函数法及 LMI 法研究其随机稳定性. 进一步分析了系统的稳定化以及鲁棒稳定性问题, 同时设计脉冲子系统的控制器, 使整个系统依概率稳定. 本文的研究工作可进一步推广到时滞、非线性等更为一般的系统.

参考文献(References)

[1] Brockett R W. Lecture notes on stochastic control, harvard university[M]. Cambridge MA, 1995.

[2] Kushner H I, Dupuis P. Numerical methods for stochastic control problems in continuous time[M]. New York: Springer2Verlag, 2001.

[3] Klyatskin V I. Dynamics of stochastic systems[M]. New York: Elsevier, 2005.

[4] Florchinger P. Lyapunov2like techniques for stochastic stability[J]. SIAM J Control Optimation, 1995, 33(4): 115121169.

[5] Ha sminskii R Z. Stochastic stability of differential equations[M]. Groningen: Sijthoff and Noordhoff, 1980.

[6] Costa O L V, Fragoso M D. Stability results for discication rete2time linear systems with Markovian jumping parameters[J]. J Mathematics Analysis Application, 1993, 179(1): 1542178.

[7] Farias D P, Geromel J C, Do Val J B R, et al. Output feedback control of Markov jump linear systems in continuou2time [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(5): 9442949.

[8] Ji Y, Chizeck H J. Controllability, stabilizability, and continuous2time Markovian jump linear quadratic control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(7): 7772788.

[9] Mao X. Stability of stochastic differential equations with Markovian switching[J]. Stochastic Processes and Their Applications, 1999, 79(1): 45267.

[10] Yuan C, Lygeros J. Stabilization of a class of stochastic differential equations with Markovian switching[J]. Systems and Control Letters, 2005, 54(9): 8192833.

[11] Xie L, Souza C E D. Criteria for robust stability and stabilization of uncertain linear systems with time delay [J]. Automatica, 1997, 33(9): 165721662.

[12] Lien C H. New stability criterion for a class of uncertain nonlinear neutral time delay systems[J]. Int J System Science, 2001, 32(2): 2152219.

[13] Battilotti S, Santis A D. Dwell time controllers for stochastic systems with switching Markov chain[J]. Automtica, 2005, 41(6): 9232934.

[14] Ye H, Michel A N, Hou L. Stability analysis of systems with impulse effects[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(12): 171921723.

[15] Xie G, Wang L. Necessary and sufficient conditions for controllability and observability of switched impulsive control systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 9602966.

[16] Xie L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty[J]. Int J Control, 1996, 63(4): 7412750.

(上接第 554 页)

[5] Cervin A, Eker J, Bernhardsson B, et al. Feedback2feedforward scheduling of control tasks[J]. Real2time Systems, 2002, 23(3): 25253.

[6] Eker J, Hagander P, Arz n K E. A feedback scheduler for real time control tasks[J]. Control Engineering Practice, 2000, 8(12): 136921378.

[7] Feng X, Dai X, Wang Z, et al. Feedback based network scheduling of networked control systems[C]. Proc of Int Conf on Control and Automation. Budapest, 2005: 26229.

[8] Gravagne A, Davis J M, Dacunha J J, et al. Bandwidth reduction for controller area networks using adaptive sampling[C]. Proc of Int Conf on Robotics and Automation. New Orleans, 2004: 525025255.

[9] Zuberi K M, Shin K G. Design and implementation of efficient message scheduling for controller area network [J]. IEEE Trans on Computers, 2000, 49(2): 1822188.

[10] Hong S H, Kim W2H. Bandwidth allocation scheme in CAN protocol[J]. IEE Proc) Control Theory Applications, 2000, 147(1): 37244.

[11] Montestruque L A, Antsaklis P. Stability of model2based networked control systems with time2varying transmission times[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 156221572.

[12] Ohlin M, Henriksson D, Cervin A. TRUETIME 1.4 Reference Manual[M]. Sweden: Lund University, 2006.