

文章编号: 1001-0920(2008)05-0581-04

## 改进的内模控制方法及其在非方系统中的应用

陈培颖<sup>1,2</sup>, 欧林林<sup>3</sup>, 孙敬<sup>4</sup>, 张卫东<sup>1</sup>

(1. 上海交通大学 自动化系, 上海 200240; 2. 中国科学院 自动化研究所, 北京 100190;  
3. 浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310032; 4. 戴姆勒克莱斯东北亚投资有限公司, 北京 100004)

**摘要:** 针对工业过程中稳定的含有多时滞和右半平面零点的非方系统, 提出一种改进的内模控制方法. 通过添加补偿项来消除内模控制器中包含的不可实现因素, 并在反馈回路中添加一阶滤波器以增强系统的鲁棒稳定性. 同时, 针对存在参数不确定性的被控过程, 分析了保证控制系统鲁棒稳定的充分必要条件, 给出了控制参数调节范围的解析计算式. 最后仿真结果验证了该方法的有效性.

**关键词:** 内模控制; 鲁棒稳定性; 非方系统; 时滞; 右半平面零点

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Modified internal model control and its application in non-square processes

CHEN Pei-ying<sup>1,2</sup>, OU Lin-lin<sup>3</sup>, SUN Jing<sup>4</sup>, ZHANG Wei-dong<sup>1</sup>

(1. Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China; 2. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 3. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, Chin; 4. Daimlerchrysler North East Asia Ltd, Beijing 100004, China.  
Correspondent: CHEN Pei-ying, E-mail: chenpeiying@yahoo.com)

**Abstract:** A modified internal model control (IMC) method for non-square processes with multiple time delays and right-half-plant zeros is proposed. By inserting compensated terms, the unrealizable factors of the derived controller are removed. A first-order filter is added to the IMC structure to improve the robustness of the control system. Meanwhile, the sufficient and necessary conditions for holding robust stability of the system are analyzed in the presence of parameters uncertainty. The low bounds of the control parameters are derived quantitatively to guarantee the robust stability of the system. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed control schemes.

**Key words:** IMC; Robust stability; Non-square processes; Time delay; Right-half-plant zero

### 1 引言

输入量数目与输出量数目不相等的多变量过程被称为非方系统, 例如某些化工蒸馏塔<sup>[1]</sup>和 Shell 标准控制问题<sup>[2]</sup>.

对于非方系统, 传统的控制方法是通过添加或删除输入量或输出量使非方系统转化为方阵形式后再进行控制. 但添加输入或输出量会增加控制成本, 删除输入或输出量会降低控制品质. 文献[1]采用非方的解耦器将非方系统解耦为方阵, 但不适用于某些含有右半平面零点的对象. 文献[3]采用分布式内模控制方法设计控制器. 文献[4]利用非方系统的稳

态增益矩阵推导控制器, 该方法实际上属于静态解耦, 解耦效果会受到限制, 且控制器中两个参数在调节时互相牵制, 整定起来比较费时.

本文针对含有多时滞和右半平面零点的非方系统, 提出一种基于内模理论的控制方法, 可单独整定各个回路的控制参数, 以调节对应回路的输出特性, 而且反馈回路中添加的滤波器明显增强了系统的鲁棒稳定性.

### 2 控制器设计

针对一类线性稳定的  $m \times n$  ( $m > n$ ) 系统

收稿日期: 2007-01-08; 修回日期: 2007-05-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60704021); 新世纪优秀人才支持计划项目(04-0383); 上海市科技启明星项目(04QM1405).

作者简介: 陈培颖(1978—), 女, 河南商丘人, 博士, 从事工业过程控制和鲁棒控制的研究; 张卫东(1967—), 男, 黑龙江大庆人, 教授, 博士生导师, 从事工业过程控制、系统辨识的研究.

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \dots & g_{2n}(s) \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \dots & g_{mn}(s) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中:  $g_{ij}(s) = g_{ij0}(s)e^{-ij_0s}$  是指从  $G(s)$  的第  $i$  个输入到第  $j$  个输出的传递函数;  $g_{ij0}(s)$  是其稳定正则的有理传递函数部分;  $ij_0$  是其对应的过程传输时滞. 本文采用内模理论设计控制器, 控制结构如图 1 所示. 图中:  $G(s)$  为实际被控过程,  $G_m(s)$  为被控过程模型,  $Q(s)$  为内模控制器,  $F(s)$  为一阶滤波器.

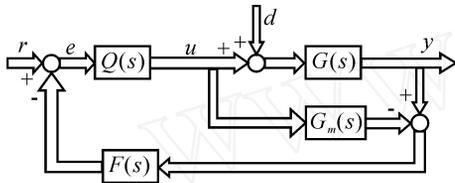


图1 改进的内模控制结构

## 2.1 $Q(s)$ 的设计方法

按照内模控制理论<sup>[5]</sup>

$$Q(s) = G(s)^{-1} N_s(s). \quad (2)$$

其中:  $G(s)$  为  $G(s)$  的最小相位部分;  $N_f(s)$  为低通滤波器, 用来保证  $Q(s)$  为正则的. 对于非方系统, 系统矩阵的逆是不存在的, 因此这里采用伪逆的方法对  $G(s)$  求逆, 表示为

$$G(s)^* = G(s)^H [G(s)G(s)^H]^{-1}, \quad (3)$$

其中  $H$  表示共轭转置.

设计  $Q(s)$  的关键是分解  $G(s)$ , 从而找到其最小相位部分  $G(s)$ . 但当非方系统  $G(s)$  中的元素含有时滞项和右半平面零点时, 很难直接分解  $G(s)$ . 下面给出一种简单获得  $G(s)$  的方法.

当推导出  $G(s)^*$  中的元素含有预估项  $e^s$  时, 右乘如下时滞矩阵可消除此预估项:

$$N_D(s) = \text{diag}\{e^{-d_i s}, i = 1, 2, \dots, m\}, \quad (4)$$

其中  $d_i$  为  $G(s)^*$  中第  $i$  列元素含有的最大超前项. 若  $G(s)^*$  第  $i$  列元素不含有超前项, 则  $d_i = 0$ .

当推导出的  $G(s)^*$  含有右半平面极点时, 需右乘如下矩阵来消除  $G(s)^*$  中的不稳定极点:

$$N_Z(s) = \text{diag}\left\{\left(\frac{-s+z_k}{s+z_k^*}\right)^{q_i}, i = 1, 2, \dots, m\right\}. \quad (5)$$

其中:  $z_k$  为矩阵  $G(s)^*$  第  $i$  列元素存在的右半平面极点;  $z_k^*$  为  $z_k$  的共轭;  $q_i$  表示同一右半平面极点的最大个数;  $r_{iz}$  表示  $G(s)^*$  第  $i$  列元素在右半平面存在  $r_{iz}$  个不同的极点; 当  $G(s)^*$  不存在不稳定极点时,  $N_Z(s) = I$ .

所设计的矩阵  $N_D(s)$  和  $N_Z(s)$  可看作是  $G(s)$

的非最小相位部分  $G(s)_+$ , 由此得到最小相位部分为  $G(s)^* = G(s)^* G(s)_+$ , 则内模控制器为

$$Q(s) = G(s)^* N_D(s) N_Z(s) N_f(s), \quad (6)$$

其中低通滤波器

$$N_f(s) = \text{diag}\left\{\frac{1}{(s+1)^{n_i}}, i = 1, 2, \dots, m\right\}. \quad (7)$$

这里:  $i$  为第  $i$  条回路的可调参数;  $n_i$  可取为  $G(s)^*$  中第  $i$  列元素的最大相对阶次, 即保证  $G(s)^*$  的每一列元素都是正则的.

当  $G_m(s) = G(s)$  时, 图 1 中的控制系统被完全解耦为

$$H(s) = G(s) Q(s) = N_D(s) N_Z(s) N_f(s). \quad (8)$$

因为标称情况下, 系统为开环, 所以给某一控制环加入给定值输入, 调节此路控制参数时, 系统的输出特性并不受其他回路控制参数的影响. 工程人员可逐个调节每一路控制参数, 直至所有控制回路达到工程要求的系统输出性能. 与文献[4]相比, 本文方法简化了参数调节过程.

为使推导出的  $Q(s)$  便于实现, 这里采用 Pade 近似的方法将  $Q(s)$  中的元素  $q_{ji}(s)$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ) 近似为低阶形式, 即

$$q_{ji}(s) = \frac{a_i s + a_0}{b_1 s + b_0} e^{-q^s}. \quad (9)$$

其中

$$a_i = d_i b_0 + d_0 b_1, \quad a_0 = d_0 b_0, \quad b_1 = -d_2/d_1;$$

$$b_0 = \begin{cases} 1, & b_1 > 0; \\ -1, & b_1 < 0; \end{cases}$$

$$d_r = \frac{1}{r!} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^r \phi_{ji}(s)}{ds^r}, \quad r = 0, 1, 2.$$

其中  $\phi_{ji}(s) = q_{ji}(s)e^{q^s}$  为  $q_{ji}(s)$  的有理部分.

## 2.2 $F(s)$ 的设计方法

由于在内模控制结构中, 调节控制参数只能达到系统标称性能和鲁棒性能的折中, 为了使控制系统在存在不确定时, 既保证系统的鲁棒稳定性, 同时又保留原有的标称性能, 这里采用在反馈回路中添加滤波器的方法. 滤波器的时间常数设定为该回路时滞时间的一半<sup>[6]</sup>, 即

$$F(s) = \text{diag}\left\{\frac{1}{(d_i/2)s + 1}, i = 1, 2, \dots, m\right\}. \quad (10)$$

## 3 系统稳定性分析

通过分析系统的标称稳定性和鲁棒稳定性来确定  $Q(s)$  中的控制参数  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 的调节范围, 方便现场调试.

### 3.1 系统标称稳定性分析

**定理 1** 对于线性稳定的非方过程  $G$  和线性稳

定的滤波器  $F$ , 图 1 的控制结构是内稳定的, 当且仅当  $Q$  是稳定的.

由式 (7) 和 (9) 可知, 当  $i > 0 (i = 1, 2, \dots, m)$  时, 控制器  $Q$  是稳定、可实现的.

### 3.2 系统鲁棒稳定性分析

当被控过程存在参数不确定时, 实际被控过程的集合可表示为

$$A \{ G: G = G_m + A \}. \quad (11)$$

其中  $A = [ A_{ij}, (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n) ]_{m \times n}$  为加性不确定性. 依据鲁棒稳定性定理<sup>[5]</sup>, 图 1 中的系统是鲁棒稳定的, 当且仅当

$$(QF A) < 1, \quad \forall, \quad \forall A. \quad (12)$$

这里  $(\cdot)$  为谱半径. 可选定控制参数值带入式 (12), 判断公式左边是否在所有频域范围内都小于 1. 但这种反复试验法不利于快速求解出参数  $i$  的可调范围, 下面提出一种解析的计算方法.

**定理 2** 假定图 1 中的系统是标称稳定的, 其鲁棒稳定性的充分条件是

$$\left( \max_{i=1, j=1}^n | [QF A]_{ij} |^2 \right)^{1/2} < 1, \quad \forall, \quad \forall A.$$

证明 依据谱半径和范数定义, 可知

$$(QF A) = QF A_F, \quad \forall, \quad \forall A,$$

其中  $\cdot_F$  为 Euclidean 范数. 因此当

$$QF A_F = \left( \max_{i=1, j=1}^n | [QF A]_{ij} |^2 \right)^{1/2} < 1, \quad \forall, \quad \forall A$$

时可推出  $(QF A) < 1$ .

依据内模控制理论, 求解  $QF A_F = 1$  对应的控制参数值  $i_{\min}$ , 当所取参数满足  $i > i_{\min}$  时, 系统为鲁棒稳定的. 将矩阵  $Q$  表达为

$$Q = [ q_{ji} (\bar{i} + \tilde{i}), \quad (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n) ]_{n \times m},$$

其中:  $\bar{i} = k D_i$  为控制器参数的初始值,  $k$  为正实数;  $\tilde{i}$  表示参数变化量. 按照 Taylor 序列展开, 并取前两项可得

$$Q = [ q_{ji} (\bar{i}) ]_{n \times m} + \left[ \frac{\partial q_{ji}(\bar{i})}{\partial i} \Big|_{i=\bar{i}} \right]_{n \times m} \text{diag} \{ \tilde{i} \}. \quad (13)$$

将式 (13) 带入方程  $A = QF A$  中, 经变换可得

$$\max_{i=1, j=1}^n | A_{ij} |^2 = \max_{i=1, j=1}^n | \bar{A}_{ij} |^2 + 2\text{Re}(\bar{A}_{11} + \bar{A}_{21} + \dots + \bar{A}_{n1} + \bar{A}_{12} + \bar{A}_{22} + \dots + \bar{A}_{m, n \times n}). \quad (14)$$

其中:  $*$  表示共轭,  $\text{Re}(\cdot)$  表示取实部,

$$\bar{A} = \bar{Q}F A,$$

$$v = [ b_v(1), b_v(2), \dots, b_v(k), \dots, b_v(m \times n) ], \quad v = 1, 2, \dots, n \times n,$$

$$b_v(k) = [ (F A)^T \otimes I ]_{v \times k} \text{vec} \left( \left[ \frac{\partial q_{ji}(\bar{i})}{\partial i} \Big|_{i=\bar{i}}, \quad (i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n) \right] \right)_k, \\ = [ \tilde{1}_1 \quad \tilde{1}_2 \quad \dots \quad \tilde{1}_m \quad \tilde{2}_1 \quad \tilde{2}_2 \quad \dots \quad \tilde{2}_m \quad \dots \quad \tilde{n}_1 \quad \tilde{n}_2 \quad \dots \quad \tilde{n}_m ]_{m \times n}^T.$$

这里  $\text{vec}(X)$  表示向量  $[ X_{11} \quad X_{21} \quad \dots \quad X_{n1} \quad X_{12} \quad \dots \quad X_{nm} ]^T$ .

令  $\max_{i=1, j=1}^n | A_{ij} |^2 = 1$ ,  $r$  为  $\max_{s=j, r} \left( \max_{i=1, j=1}^n | \bar{A}_{ij} |^2 \right)$  时的频率. 当  $s = j_r$  时,  $\tilde{i}$  可通过式 (14) 变形得

$$= -x^T (xx^T)^{-1} y. \quad (15)$$

其中

$$y = \max_{i=1, j=1}^n | \bar{A}_{ij} |^2 - 1, \\ x = 2\text{Re}(\bar{A}_{11} + \bar{A}_{21} + \dots + \bar{A}_{n1} + \bar{A}_{12} + \bar{A}_{22} + \dots + \bar{A}_{m, n \times n}).$$

则

$$\begin{cases} i_{\min} = \bar{i} + \max(\tilde{i}), & \max_{i=1, j=1}^n | \bar{A}_{ij} |^2 - 1 > 0; \\ i_{\min} = \bar{i}, & \max_{i=1, j=1}^n | \bar{A}_{ij} |^2 - 1 = 0; \\ i_{\min} = \bar{i} + \min(\tilde{i}), & \max_{i=1, j=1}^n | \bar{A}_{ij} |^2 - 1 < 0; \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (16)$$

### 4 仿真实例

以文献[4]中  $2 \times 3$  的非方系统为例, 系统模型传递函数矩阵为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{4.05e^{-81s}}{50s + 1} & \frac{1.77e^{-84s}}{60s + 1} & \frac{5.88e^{-81s}}{50s + 1} \\ \frac{5.39e^{-54s}}{50s + 1} & \frac{5.72e^{-42s}}{60s + 1} & \frac{6.9e^{-45s}}{40s + 1} \end{bmatrix}.$$

设计添加项和滤波器为

$$N_D(s) = \text{diag}\{e^{-81s}, e^{-42s}\}, N_z(s) = I, \\ N_f(s) = \text{diag}\{1/(s + 1), 1/(2s + 1)\}, \\ F(s) = \text{diag}\{1/(40.5s + 1), 1/(21s + 1)\}.$$

为使系统具有最小的平方误差积分值 (ISE), 取控制参数为  $\tau_1 = 24.5$  和  $\tau_2 = 7.9$ , 则

$$Q(s) = \begin{bmatrix} \frac{-0.183s + 0.0791}{67.69s + 1} & \frac{5.2959s - 0.0032}{62.946s + 1} e^{-3s} \\ \frac{-18.467s - 0.336}{8.7374s + 1} e^{-12s} & \frac{15.252s + 0.2751}{4.9648s + 1} \\ \frac{15.482s + 0.2167}{14.925s + 1} e^{-9s} & \frac{-9.6823s - 0.0806}{31.575s + 1} e^{-3s} \end{bmatrix}.$$

若采用分布式内模方法<sup>[3]</sup>, 则得控制器为

$$Q_d(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.346s + 0.2469}{20s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{4.5365s + 0.0712}{13.708s + 1} e^{-.3s} \\ 0 & \frac{5.7683s + 0.0859}{37.154s + 1} \end{bmatrix}$$

系统给定值响应和干扰响应如图2和图3所示.其中:点线代表文献[3]方法,虚线代表文献[4]方法,实线代表本文方法.图3中: $n_1 = n_2 = 0, d_1 = d_2 = d_3 = 1/s$ .与分布式内模方法<sup>[3]</sup>和Smith预估方法<sup>[4]</sup>相比,本文方法具有超调小、速度快的跟踪特性和更好的抗干扰性能.

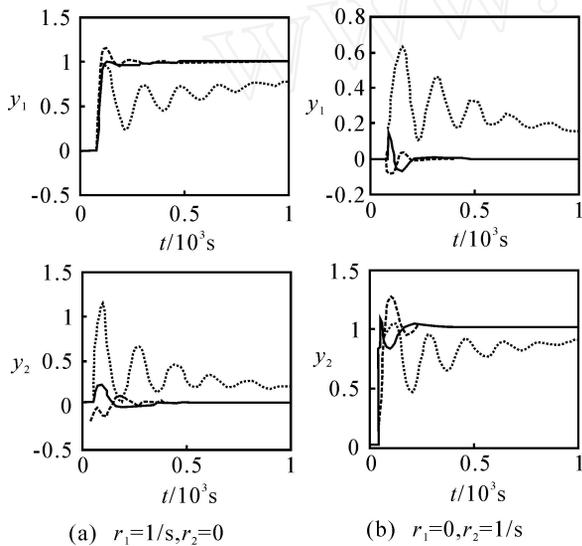


图2 标称系统给定值响应

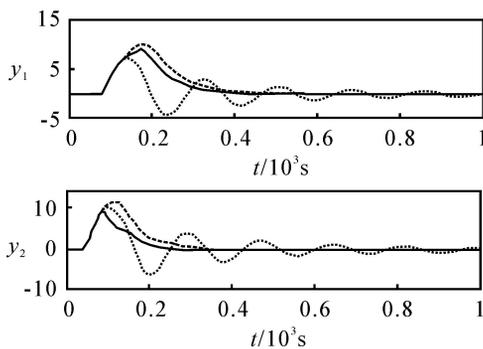


图3 标称系统干扰响应

当  $G(s)$  中每一元素的增益、时滞和时间常数存在 +30% 的不确定性时,利用式(15),(16)可求出不含  $F(s)$ ,即  $F(s) = I$  时系统的控制参数最低边界为  $1-\min = 43.68$  和  $2-\min = 21.81$ ,此时得到的扰动系统输出响应如图4所示.其中:虚线代表不含有  $F(s)$ ,实线代表含有  $F(s)$ .可以看出,含有  $F(s)$  的系统输出响应曲线更加平滑,且此时系统中

( $QF_A$ ) = 0.4,远小于1,说明含有  $F(s)$  的控制系统具有更大的稳定裕度,即可继续减小控制参数,以获得更快的输出响应速度.

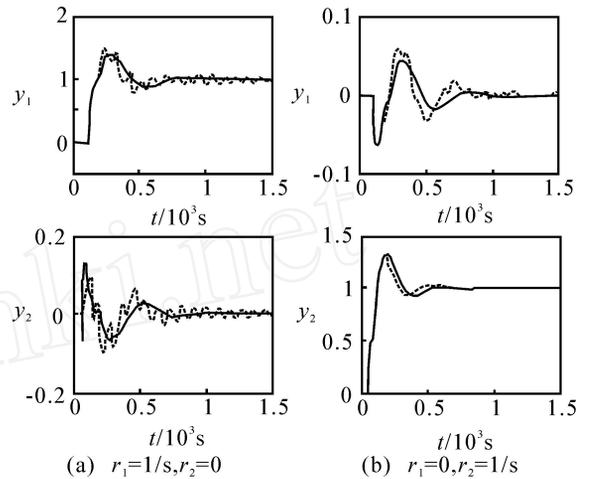


图4 扰动系统给定值响应

### 5 结论

本文针对工业过程中含有多时滞和右半平面零点的非方系统,提出一种改进的内模控制器的解析设计方法.与传统的内模方法相比,具有更大的鲁棒稳定裕度.所给出的定量整定控制参数调节范围的方法,考虑了系统中的耦合,可准确、快捷地计算出各个参数的边界值.

### 参考文献(References)

- [1] Trebiber H. Multivariable control of non-square systems [J]. Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development, 1984, 23(4): 854-857.
- [2] Valchos C, Williams D, Gomm J B. Solution to the shell standard control problem using genetically tuned PID controllers[J]. Control Engineering Practice, 2002, 10(2): 151-163.
- [3] Sarma K L N, Chidambaram M. Centralized PI/PID controllers for nonsquare systems with RHP zero[J]. J of Indian Institute Science, 2005, 85(4): 201-214.
- [4] Rao A S, Chidambaram M. Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays [J]. Computer and Chemical Engineering, 2006, 30(8): 1243-1255.
- [5] Morari M, Zafiriou E. Robust process control [M]. New Jersey: Englewood Cliffs, 1989.
- [6] Normey-Rico J E, Bordon C, Camacho E F. Improving the robustness of dead time compensating PI controllers [J]. Control Engineering Practice, 1997, 5(6): 801-810.