

文章编号: 1001-0920(2008)05-0597-04

连续随机时滞系统 L_2-L 滤波设计

夏建伟^{1,2}, 徐胜元¹, 邹云¹, 晏谢飞¹

(1. 南京理工大学 自动化学院, 南京 210094; 2. 聊城大学 数学科学学院, 山东 聊城 252000)

摘要: 研究了连续随机时滞系统的 L_2-L 滤波器设计问题. 利用引入参数变量的方法, 以线性矩阵不等式形式, 给出依赖于时滞的充分条件, 从而保证滤波误差方程随机渐近稳定且满足 L_2-L 性能指标, 且所得结果较以往结果具有更小的保守性. 仿真例子表明了该方法的有效性.

关键词: L_2-L 滤波; 线性矩阵不等式; 随机系统; 时滞

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

L_2-L filter design for stochastic time-delay systems

XIA Jian-wei^{1,2}, XU Sheng-yuan¹, ZOU Yun¹, YAN Xie-fei¹

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. School of Mathematic Science, Liaocheng University, Liaocheng 252000, China. Correspondent: XIA Jian-wei, E-mail: njustxjw@yahoo.com.cn)

Abstract: A problem of L_2-L filter design for a class of stochastic time-delay systems is studied. By introducing matrix parameters, delay-dependent sufficient conditions are presented in terms of linear matrix inequality, which guarantees that the filtering error system is stochastically stable and satisfies the performance index of L_2-L . Less conservatism is obtained. A desired filter can be constructed by solving certain linear matrix inequalities. A simulation example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: L_2-L filter; Linear matrix inequality; Stochastic system; Time-delay

1 引言

在各类工业系统中, 时滞现象是极其普遍的, 时滞的存在使系统的分析和综合变得更加复杂; 同时时滞的存在也往往是系统不稳定和系统性能变差的根源. 正是由于时滞系统在实际中的大量存在, 以及时滞系统分析和控制的困难性, 使时滞系统的分析和综合一直是控制理论和控制工程领域中研究的一个热点问题, 并得到了针对不同时滞系统的诸多方法. 时滞系统稳定性结果可分为两种: 时滞依赖稳定性结果和时滞无关稳定性结果. 一般来讲, 前者稳定性结果较后者具有更小的保守性. 因此, 一直以来, 研究时滞依赖的稳定性结果是解决时滞系统分析和综合的热点. Fridman^[1]提出了“广义系统方法”概念, 并以此给出了时滞依赖稳定性结果; 文献[2]利用“广义系统方法”和“bounding technique”对文献[1]中结果进行了改进; 文献[3, 4]通过引入自由变量的方法, 分别给出了时滞系统时滞依赖稳定性结

果.

近年来, 滤波问题也引起了广大学者的关注和研究. 起初处理滤波问题常用的方法是 Kalman 滤波^[7]. 该方法要求精确已知的系统, 且外部扰动必须为白噪声或具有已知谱密度的噪声. 当外部干扰不满足这些统计特性时, 利用 Kalman 滤波方法解决滤波问题就不再有效. 在这种情况下, 可用 H 滤波和 L_2-L 滤波方法加以解决. 文献[8, 9]分别针对不确定时滞系统和不确定时滞随机系统, 给出了时滞无关的鲁棒 H 滤波存在的充分条件和时滞无关的 L_2-L 滤波设计方法. 目前, 对于时滞依赖的随机系统滤波问题, 还没有检索到相关的研究结果.

本文研究了随机时滞系统的 L_2-L 滤波问题. 利用引入自由变量的方法, 以线性矩阵不等式形式, 给出依赖于时滞的问题可解的充分条件, 并以此设计适当的滤波器使误差系统随机稳定且满足 L_2-L 性能指标.

收稿日期: 2007-02-07; 修回日期: 2007-07-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60074007).

作者简介: 夏建伟(1978—), 男, 山东潍坊人, 博士, 从事随机系统、鲁棒控制等研究; 徐胜元(1968—), 男, 浙江湖州人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统、随机系统等研究.

2 问题描述

考虑随机时滞系统

$$\begin{aligned}
dx(t) &= [Ax(t) + A_1x(t - \tau) + \\
&\quad A_2v(t)]dt + Bx(t)dw(t), \\
dy(t) &= [Cx(t) + Dv(t)]dt, \\
z(t) &= Gx(t), \\
x(t) &= \phi(t), \quad \forall t \in [-\tau, 0].
\end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统状态; $v(t) \in R^p$ 为干扰输入; $y(t) \in R^m$ 为测量输出; $z(t) \in R^q$ 为控制输出; 标量 $\tau > 0$ 为系统时滞; $\phi(t)$ 为起始函数; $w(t)$ 为一维布朗运动且满足 $E\{dw(t)\} = 0, E\{dw(t)^2\} = dt$.

对系统(1), 考虑滤波器

$$\begin{aligned}
d\hat{x}(t) &= A_f\hat{x}(t) + B_f dy(t), \\
\hat{z}(t) &= C_f\hat{x}(t).
\end{aligned} \tag{2}$$

其中: $\hat{x}(t) \in R^n$ 为滤波器状态; A_f, B_f, C_f 为滤波器设计变量.

定义

$$\begin{aligned}
\bar{x}(t) &= [x(t)^T \quad \hat{x}(t)^T]^T, \\
e(t) &= z(t) - \hat{z}(t).
\end{aligned}$$

有如下滤波误差系统:

$$d\bar{x}(t) = [\bar{A}^-(t) + \bar{A}_1^-K(t-\tau) + \bar{A}_2^-v(t)]dt + \bar{B}^-K(t)dw(t), \tag{3}$$

$$e(t) = \bar{C}^-(t). \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned}
\bar{A}^- &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_f C & A_f \end{bmatrix}, \bar{A}_1^- = \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{A}_2^- = \begin{bmatrix} A_2 \\ B_f D \end{bmatrix}, \\
\bar{B}^- &= [B^T \quad 0]^T, \bar{C}^- = [G \quad -C_f], K = [I \quad 0].
\end{aligned} \tag{5}$$

为得到本文主要内容, 基于现有文献, 给出如下定义:

定义 1 给定 $\epsilon > 0$, 如果滤波误差系统(3)和(4)随机渐近稳定, 且对所有非零 $v(t) \in L_2[0, \infty)$ 和零初始状态满足

$$E \int_0^{\infty} e(t)^T e(t) dt < \epsilon \int_0^{\infty} v(t)^T v(t) dt,$$

则称滤波误差系统(3)和(4)为随机渐近稳定且满足 L_2 - L 性能.

3 主要结果

下面针对随机时滞系统(1), 给出误差系统依赖于时滞的随机渐近稳定且满足 L_2 - L 性能的充分条件和 L_2 - L 滤波器的设计方法. 为此, 首先证明如下引理.

引理 1 考虑随机时滞系统(1). 给定 $\tau > 0, \epsilon > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P > 0, Q > 0, Z > 0$, 一般矩阵 M 和 H , 对于任意 $0 < \alpha < \infty$, 有以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} 1 & \bar{P}\bar{A}_1^- - K^T M - K^T H^T & \bar{P}\bar{A}_2^- \\ * & -Q + H + H^T & 0 \\ * & * & -I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix} \\
&\quad - \begin{bmatrix} K^T M & \bar{A}_1^{-T} K^T Z & K^T \bar{B}^T \bar{P} \\ \bar{H} & \bar{A}_1^{-T} K^T Z & 0 \\ 0 & \bar{A}_2^{-T} K^T Z & 0 \\ -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & -P \end{bmatrix} < 0, \tag{6} \\
&\quad \bar{P} = \begin{bmatrix} P & \bar{C}^T \\ * & \bar{I} \end{bmatrix} > 0, \tag{7}
\end{aligned}$$

其中

$$\bar{P} = \bar{P}\bar{A}^- + \bar{A}^{-T}P + K^T Q K - K^T M K - K^T M^T K.$$

则系统(3)和(4)随机渐近稳定且满足 L_2 - L 性能.

证明 首先证明误差系统的随机稳定性. 假

设 $v(t) = 0$, 则滤波误差方程(3)为

$$d\bar{x}(t) = [\bar{A}^-(t) + \bar{A}_1^-K(t-\tau)]dt + \bar{B}^-K(t)dw(t). \tag{8}$$

选取 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}
V(\bar{x}(t), t) &= \\
&\int_t^{\infty} \bar{x}(t)^T P(t) + \int_t^{\infty} \int_t^{\tau} \bar{x}(t)^T K^T Q K(t) dt + \\
&\int_t^{\infty} \int_t^{\tau} \bar{x}(t)^T K^T Z K(t) dt dt,
\end{aligned} \tag{9}$$

其中 $\bar{A}^-(t) = \bar{A}^-(t) + \bar{A}_1^-(t - \tau)$.

由 Itô's 公式, 有

$$LV(\bar{x}(t), t) = \int_t^{\infty} \bar{x}(t)^T (L(t)) dt. \tag{10}$$

其中

$$\begin{aligned}
L(t) &= [\bar{x}(t)^T \quad \bar{x}(t-\tau)^T K^T \quad \bar{x}(t)^T K^T]^T, \\
&= \begin{bmatrix} J & \bar{P}\bar{A}_1^- + \bar{A}_1^{-T} K^T Z K \bar{A}_1^- & 0 \\ * & -Q + \bar{A}_1^{-T} K^T Z K \bar{A}_1^- & 0 \\ * & * & -Z \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

$$J = \bar{P}\bar{A}^- + \bar{A}^{-T}P + K^T Q K + K^T \bar{B}^T \bar{P} \bar{B}^- + \bar{A}_1^{-T} K^T Z K \bar{A}_1^-.$$

注意到

$$\begin{aligned}
&2 \int_t^{\infty} \bar{x}(t)^T K^T M K [\bar{x}(t) - \bar{x}(t-\tau)] dt = \\
&2 \int_t^{\infty} \bar{x}(t)^T K^T M K \int_t^{\tau} \bar{x}(t) dt + \\
&2 \int_t^{\infty} \bar{x}(t)^T K^T M K \int_t^{\tau} \bar{B}^- K(t) dw(t), \tag{11} \\
&2 \int_t^{\infty} \bar{x}(t-\tau)^T K^T H K [\bar{x}(t) - \bar{x}(t-\tau)] dt = \\
&2 \int_t^{\infty} \bar{x}(t-\tau)^T K^T H K \int_t^{\tau} \bar{x}(t) dt +
\end{aligned}$$

当上面不等式有解时,滤波器参数可取为

$$A_f = W_1 P_2^{-1}, B_f = W_2 P_2^{-1}, C_f = W_3. \quad (20)$$

证明 设

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

由于 P_1, P_2 非奇异,注意变换式(20),将式(21)代入引理1,易得不等式(6)和(7)等价于不等式(18)和(19).由引理1,滤波误差系统(3)和(4)随机渐近稳定且具有 L_2-L 性能.

4 仿真算例

考虑系统随机时滞系统(1).其中

$$A = \begin{bmatrix} -0.50 & 0 \\ 1 & -10 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.2 \\ 0.1 & -0.3 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.03 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 \end{bmatrix}, \gamma = 0.6, \beta = 1.$$

利用 Matlab 线性矩阵不等式工具包解不等式

(18)和(19),可得

$$P_1 = \begin{bmatrix} 6.5447 & 0.9840 \\ 0.9840 & 42.0478 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 93.6138 & -29.1028 \\ -29.1028 & 64.7549 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 188.8939 & -1.1508 \\ -1.1508 & 153.1428 \end{bmatrix},$$

$$Z = \begin{bmatrix} 0.1259 & 0.0729 \\ 0.0729 & 5.6393 \end{bmatrix},$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} -99.8415 & -2.1750 \\ -4.1917 & -66.9478 \end{bmatrix},$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} 36.3535 & -11.2874 \\ -15.2556 & 70.7947 \end{bmatrix},$$

$$W_3 = \begin{bmatrix} 5.9405 & -1.8663 \\ -1.6345 & 5.0726 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} -0.0005 & 0.0518 \\ -0.1789 & 0.5024 \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} 0.7238 & 1.2042 \\ -0.4280 & -1.1489 \end{bmatrix}.$$

从而,滤波器参数可选为

$$A_f = \begin{bmatrix} -1.2276 & -0.5181 \\ -0.4257 & -1.2252 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0.3884 & 0.0003 \\ 0.2056 & 1.1857 \end{bmatrix},$$

$$C_f = \begin{bmatrix} 5.9405 & -1.8663 \\ -1.6345 & 5.0726 \end{bmatrix}.$$

利用上面数据,考虑误差估计方程(4),假定系统初始状态 $e_0 = [1 \ 1]$,可得到此误差系统方程状态响应曲线,如图1所示.

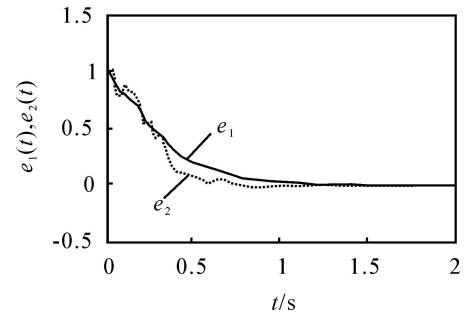


图1 误差方程状态响应曲线

5 结论

通过引入矩阵变量的方法,本文针对随机时滞系统的 L_2-L 滤波器的设计问题,给出了误差系统依赖于时滞的渐近稳定且满足 L_2-L 性能的充分条件.在此基础上,给出了 L_2-L 滤波器的设计方法.最终把问题转化为一组线性矩阵不等式可解性问题.仿真例子说明了方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Fridman E, Shaked U. A descriptor system approach to H control of linear time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(2): 253-270.
- [2] Fridman E, Shaked U, Shaked. An improved stabilization method for linear time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1931-1937.
- [3] Wu M, He Y, She J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems [J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.
- [4] Xu S, Lam J. Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(3): 384-387.
- [5] Xu S, Chen T. Robust H control for uncertain stochastic systems with state delay [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(12): 2089-2094.
- [6] Chen W, Guan Z, Lu X. Delay-dependent exponential stability of uncertain stochastic systems with multiple delays: An LMI approach [J]. Systems and Control Letters, 2005, 54(6): 547-555.
- [7] Bernstein D S, Haddad M W. Steady-state Kalman filtering with an H error bound [J]. Systems and Control Letters, 1989, 12(1): 9-16.
- [8] Fridman E, Shaked U, Xie L. Robust H filtering of linear systems with time-varying delay [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(1): 159-165.
- [9] Gao H, Lam J, Wang C. Robust energy-to-peak filter design for stochastic time-delay systems [J]. Systems and Control Letters, 2006, 55(2): 101-111.