

文章编号: 1001-0920(2005)05-0598-03

基于多面体方法的时变约束系统控制算法

张娟, 陈杰, 蔡涛

(北京理工大学 自动控制系, 北京 100081)

摘要: 基于多面体方法的约束系统控制算法能有效地处理存在状态量和控制量凸约束的定常系统的控制问题, 采用多面体方法对时变约束系统的稳定控制方法进行了研究. 针对时变约束系统的模型参数是变化的特点, 提出了一种约束系统的动态控制算法. 仿真结果表明, 该算法能保证约束时变系统的稳定性.

关键词: 时变约束控制; 多面体方法; 时间最优控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Control algorithm for time-varying constrained system via polyhedral techniques

ZHANG Juan, CHEN Jie, CAI Tao

(Department of Automatic Control, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China Correspondent: ZHANG Juan, E-mail: zhjuan@bit.edu.cn)

Abstract: The control algorithm of constrained systems via polyhedral techniques does well in deal with the control problem in the systems with convex constraints on states and control inputs. The stable control problem of time-varying constrained systems via polyhedral techniques is studied. An algorithm of dynamic control for constrained systems is proposed. And the result of simulation shows that the algorithm ensures stability of the varied constrained system.

Key words: time-varying constrained control; polyhedral techniques; time-optimal control

1 引言

很多控制应用中都存在控制量和状态量的强约束. 对于约束系统, 按无约束情况设计的控制器会破坏系统的稳定性, 可能产生振荡等不期望的响应, 甚至破坏系统的硬件设备.

采用不变集合^[1]的有关概念和方法能有效地解决约束系统的稳定控制问题. Gilbert 等^[2]提出了最大输出许可集的理论, 并用这一理论构造了相应的控制器. 1994年, Mayne 等^[3]利用多面体集合的几何性质和方法, 设计了一个鲁棒时间最优控制器, 以控制带状态量和控制量强约束的定常线性系统. 该控制器可以使系统稳定, 而且能在最短时间内将系统中任意初始状态点控制到达预定集合或跟踪给定信号. 2002年, 张娟等^[4]对多面体方法进行了改进,

实现了对含参数不确定的约束系统的稳定控制.

实际系统中很多约束系统的状态参数和控制参数是由系统的物理特性决定的, 随时间而改变, 所以其模型不能用常参数描述. 在处理上述系统的控制问题时, 必须同时对系统的时变模型和系统约束条件加以考虑.

本文采用多面体方法对时变约束系统的稳定控制问题进行了研究. 假设时变约束系统模型为

$$\dot{x}(t) = A_c(t)x(t) + B_c(t)u(t) + w(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$; $u(t) \in \mathbf{R}^m$; $A_c(t)$ 和 $B_c(t)$ 分别为 $n \times n$ 和 $n \times m$ 的连续时间函数构成的矩阵. 控制、状态和扰动分别满足如下约束:

$$u(t) \in \Omega, x(t) \in E, w(t) \in W. \quad (2)$$

假设系统满足下列条件: 1) (A_c, B_c) 能控; 2)

收稿日期: 2004-02-23; 修回日期: 2004-04-29

作者简介: 张娟(1976—), 女, 河北秦皇岛人, 讲师, 博士, 从事非线性控制方法、温室智能控制等研究;
陈杰(1965—), 男, 福建福州人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制方法、智能控制等研究

状态 x 可实现; 3) Ω 是 \mathbf{R}^m 中的多面体, 包含原点, 且 $u(k) \in \Omega, k = 0$; 4) E 是 \mathbf{R}^n 中的可剖分空间, 包含原点, 且 $x(k) \in E, k = 0$

上述时变约束系统的状态参数和控制参数由系统的物理特性决定, 随时间改变, 所以其模型不能用常参数描述

在处理上述系统的控制问题时, 必须同时考虑系统的时变模型和系统约束条件两方面问题。现在用于处理时变约束系统的控制问题较为成熟的方法是预测控制方法, 但这类方法存在计算困难和无法保证求得可行解等问题

2 动态控制算法

上述系统可转换为如下相应的离散时间模型:

$$x[k+1] = A(k)x[k] + B(k)u[k] + w[k] \quad (3)$$

对于上述系统, 要取得时间最短的控制效果, 首先应根据特定的控制规则和约束条件计算系统的最终状态集; 然后按照时间最优价值函数, 利用有关几何方法计算水平集序列; 最后根据状态条件、相应水平集条件和约束条件计算相应的控制量^[3,4]。

上述时变约束系统的模型是随时间变化的, 其最终状态集和水平集的计算需考虑模型的时变问题。相应控制器的构造也应随水平集计算方法的变化而改变。下面对时变约束系统的计算进行介绍和分析。

(1) 最终状态集

对于时变约束系统, 其最终状态集可参照有关时变系统的鲁棒控制不变集合计算方法求得^[3,4]。

(2) 水平集和控制量

由水平集的定义^[3,4]可知, 如果约束系统的第 k 阶水平集是 X_k , 则系统的第 $(k+1)$ 阶水平集 X_{k+1} 就是能在满足约束条件控制量作用下能到达 X_k 的所有状态点的集合。

在定常约束系统中, 水平集为

$$X_{k+1} = (A^{-1}X_k - A^{-1}B\Omega) \cap E \quad (4)$$

在多面体方法中, 针对给定的定常系统, 需预先计算水平集。水平集的计算由第 0 阶开始, 由低阶到高阶进行。控制过程中, 控制量需按照高阶到低阶的水平集进行计算。在时变约束系统中, 系统的状态参数矩阵和控制参数矩阵随时间变化, 所以很难计算得到完全符合定义的水平集。对于时变约束系统, 本文尝试了以下两种方法。

动态控制方法: 对系统任意状态量, 根据系统下一时刻模型, 计算系统水平集序列和控制量。即对于 p 时刻的系统状态量 $x[p]$, 将系统下一时刻的模型 $x[k+1] = A(p)x[k] + B(p)u[k] + w[k]$ 作为不

变系统模型, 计算系统的水平集和控制量, 对系统进行控制。

一般的约束系统的鲁棒时优控制器的最终状态集和水平集都可以离线计算。但在动态控制方法中, 只有系统的最终状态集可离线计算, 而系统的水平集和控制量都需在线计算。对每一个状态点都需要重新计算水平集序列, 直到得到包含该状态点的水平集, 才能根据相应的控制规则和水平集求得相应的控制量。这样即使需要控制的是简单的低维约束系统, 计算量仍可能较大。若采用多面体水平集的简单算法^[5], 则水平集不需通过迭代计算得到。

与其他方法相比, 本文方法的优越性体现在: 对于给定的初始状态点, 即使系统的模型参数有变化, 也不需重新计算完整的水平集序列, 只需重新计算最终状态集和矩阵 U , 根据上述方法计算相关的水平集即可求得相应的控制量。所以, 采用这种方法, 可以方便地实现在线计算。

3 仿真结果

对于如下时变约束系统:

$$x[k+1] = \begin{bmatrix} 1 - 0.15\cos(0.1k) & 1 + 0.1/(k+1) \\ -\sin(0.1k) & 1.18 \end{bmatrix} x[k] + \begin{bmatrix} \cos(0.03k)/2 & 0 \\ 0 & 1.11 \end{bmatrix} u[k] + w[k] \quad (5)$$

假设其约束条件为

$$\begin{aligned} x &\in E = [-6, 6] \times [-6, 6] \subset \mathbf{R}^2, \\ u &\in \Omega = [-1, 1] \times [-1, 1] \subset \mathbf{R}^2, \\ w &\in W, \\ W &= \text{co}\{[0.0626 \pm 0.0626], \\ &[-0.0626 \pm 0.0626], [\pm 0.0885 \ 0], \\ &[0 \ \pm 0.0885]\} \subset \mathbf{R}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $A = \text{co}(a_1, a_2, a_3)$ 表示 A 是顶点为 (a_1, a_2, a_3) 的凸空间。

采用动态控制方法进行控制, 控制轨迹和控制量如表 1 所示。从表 1 可以看出, 采用本文方法可以实现对上述系统的稳定控制。本文方法在控制的每

表 1 控制轨迹和相应的控制量

x_1	x_2	u_1	u_2
5.000 0	4.000 0	0.000 0	-0.891 1
6.722 1	3.548 0	0.000 0	-0.861 9
11.468 0	3.082 6	0.000 0	-0.936 1
13.137 9	2.258 8	0.000 0	-0.931 3
13.754 3	1.200 1	-0.372 5	-0.907 0
12.842 7	0.044 2	-0.754 4	-0.908 7
10.495 6	-1.388 9	-0.778 3	0.086 1
6.917 6	-1.808 3	-0.868 2	0.791 2
3.367 8	-1.431 0		

一步都能得到局部时间最优的控制结果,可取得较好的控制时间,但该方法不能保证取得全局时间最优的控制结果

4 结 语

本文提出的控制算法可以处理某些时变约束系统的稳定控制问题,采用这种方法能有效地实现对时变约束系统的稳定控制,而且在控制时间上具有一定优势,但这种方法计算较为复杂,有待于进一步的改进

本文对约束时变系统的控制方法进行了研究,但未找到普遍适用的时间最优的控制算法,约束时变系统的控制问题尚有待进一步的研究

参考文献(References)

- [1] Feuer A, Heymann M. Admissible sets in linear feedback systems with bounded controls[J]. *Int J of Control*, 1976, 23(3): 381-393
- [2] Gilbert E G, Tan K T. Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(9): 1008-1020
- [3] Mayne D Q, Schroeder W R. Robust time-optimal control of constrained linear systems[J]. *Automatica*, 1997, 33(12): 2103-2118
- [4] Zhang J, Chen J. Robust algorithm of constrained linear systems with parameters uncertainties[A]. *ASCC 2002*[C]. Singapore, 2002: 1455-1460
- [5] 张娟, 陈杰. 基于多面体方法的约束线性系统控制算法的简化算法[J]. *北京理工大学学报*, 2002, 22(6): 335-338
(Zhang J, Chen J. Simplified algorithm for constrained linear system control via polytope techniques[J]. *J of Beijing Institute of Technology*, 2002, 22(3): 335-338)

(上接第578页)

参考文献(References)

- [1] Lee Y H, Lee J S. PD controllers tuning for integrating and unstable processes with time delay[J]. *Chemical Engineering Science*, 2000, 55(17): 3481-3493
- [2] Yang X P, Wang Q G, Hang C C. MC-based control system design for unstable processes[J]. *Industrial Engineering & Chemical Research*, 2002, 41(17): 4288-4294
- [3] Tan W, Marquez H J, Chen T W. MC design for unstable processes with time delays[J]. *J of Process Control*, 2003, 13(3): 203-213
- [4] Majhi S, Atherton D P. Obtaining controller parameters for a new Smith predictor using autotuning[J]. *Automatica*, 2000, 36(11): 1651-1658
- [5] Zhang W D, Gu D Y, Wang W, et al. Quantitative performance design of a modified Smith Predictor for unstable processes with time delay[J]. *Industrial Engineering & Chemical Research*, 2004, 43(1): 56-62
- [6] 刘涛, 张卫东, 顾诞英. 一类开环不稳定串级控制系统的解析设计[J]. *控制与决策*, 2004, 19(8): 872-876
(Liu T, Zhang W D, Gu D Y. Analytical design for a class of open-loop unstable cascade control systems[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(8): 872-876)
- [7] Morari M, Zafriou E. *Robust process control* [M]. Englewood Cliffs, NY: Prentice Hall, 1989

(上接第597页)

参考文献(References)

- [1] Chang S, Peng T. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans Automation Control*, 1972, 17(4): 356-361
- [2] Petersen I R, M cFarlane D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems[J]. *IEEE Trans Automation Control*, 1994, 39(9): 1971-1977
- [3] 俞立. 不确定离散系统的最优保性能控制[J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(5): 639-642
(Yu L. Optimal guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems[J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(5): 639-642)
- [4] Xie S, Xie L, Wang Y, et al. Decentralised control of multimachine power systems with guaranteed performance[J]. *IEE Proc Control Theory Application*, 2000, 47(3): 355-365
- [5] Yang Y, Dong Y, Guo X. Guaranteed-cost design based on T-S fuzzy model[A]. *Proc The 4th World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002: 1862-1866
- [6] Boyd S, Ghaoui L, Feron E, et al. *Linear matrix inequalities in systems and control theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994
- [7] Gahinet P, Nemirovski A, Laub A J, et al. *LM I control toolbox* [M]. Natick, MA: Mathworks, 1995