

文章编号: 1001-0920(2008)05-0487-05

## 基于需求偏差的供应链协调问题

冯花平, 吕廷杰

(北京邮电大学 经济管理学院, 北京 100876)

**摘要:** 分析了单供应商和单零售商组成的供应链在需求预测偏差下的协调问题. 当市场规模和价格敏感系数同时发生变化时, 为使供应链收益最大, 提出了调整生产计划和零售价格的协调机制. 进一步证明了利用数量折扣机制可协调需求偏差下的分权供应链, 而且该机制还实现了供应链收益在供应商和零售商间的任意分配. 最后进行了实例分析.

**关键词:** 协调机制; 需求偏差; 数量折扣; 供应链

**中图分类号:** F402.6

**文献标识码:** A

### Problem of supply chain coordination based on demand disruption

FENG Huaping, LV Tingjie

(School of Economics and Management, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China.

Correspondent: FENG Huaping, E-mail: fenghuapingfhp@gmail.com)

**Abstract:** The coordination problem of a supply chain with one supplier and one retailer is analyzed under demand disruption. When the market scale and price-sensitive coefficient are disrupted in the planning horizon, a coordination mechanism about adjusting price and production quantity is proposed to maximize the profit of the supply chain. It is proved that quantity discount mechanism can be used to coordinate the decentralized decision-making supply chain. The mechanism can also allocate arbitrarily the optimal supply chain between the supplier and the retailer. Finally, a numerical analysis is given.

**Key words:** Coordination mechanism; Demand disruption; Quantity discount; Supply chain

## 1 引言

近年来, 供应链协调的研究越来越受到关注. 有效的供应链协调是供应链生产和分配系统运作成功的关键因素之一, 其中数量折扣是应用较为广泛的一种协调机制<sup>[1-5]</sup>. Jeuland<sup>[1]</sup> 研究了单供应商和单零售商通过数量折扣政策的协调问题. Ingene<sup>[2]</sup> 和 Chen<sup>[3]</sup> 研究了单供应商和多个零售商的协调定货问题. 这些研究均是假设在需求没有发生变化的情况下, 即市场需求是确定条件下的单阶段协调订货问题. 现实中, 由于机器故障、工人罢工、自然灾害和其他突发事件等环境的变化, 常常造成预测需求与实际需求间的偏差. 为了增加供应链上的收益, 需根据预测偏差对供应链进行协调. 目前已有较多的该类问题研究文献. Qi 等人<sup>[6]</sup> 研究了需求出现偏差时, 供应链利用数量折扣契约进行协调, 以使供应链性能最优. Xu 等人<sup>[7,8]</sup> 研究了在非线性需求函数和

生产成本函数为凸函数的情形下, 需求发生偏差时, 供应链的应急管理及其协调机制. Huang<sup>[9]</sup> 对指数需求函数做了类似的研究. 以上这些研究均是就供应链中单个因素的变化进行的, 没有考虑两种或两种以上的因素同时发生变化的情况. 但是, 在管理实践中, 突发事件不仅会造成市场规模的变化, 而且同一时期的价格对于需求的敏感系数也有很大变化, 这些变化同样会对供应链系统带来巨大的影响. 本文在文献[1, 6, 10]的基础上考虑了市场规模和价格敏感系数同时发生变化的情形下, 供应商为 Stackelberg 博弈主导者的供应链协调机制.

## 2 基准的供应链模型

考虑由单供应商和单零售商组成的二级供应链系统模型, 供应商基于对市场的预测制定相应的生产计划, 将商品(一个短生命周期的商品)卖给零售商, 零售商根据供应商提供的数量折扣政策或转移

收稿日期: 2007-01-11; 修回日期: 2007-04-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70472073).

作者简介: 冯花平(1979—), 女, 山西孝义人, 博士生, 从事供应链管理、电子商务等研究; 吕廷杰(1955—), 男, 北京人, 教授, 博士生导师, 从事信息管理与信息经济学等研究.

支付价格决定购买商品. 该模型可看成是一个 Stackelberg 博弈, 在这个博弈里, 假设供应商具有领导作用, 零售商是跟随者. 首先由供应商提供其产品的供应链契约; 然后由零售商对该契约做出反应以确定进入或不进入供应链. 如果进入则同时确定订货量与零售价格. 供应商一旦确定了数量折扣契约, 就必须提供给零售商所需的订货.

设供应商的单位生产成本为  $\omega$ , 零售商用于辅助购买产品(如运输)的单位成本为  $c_r$ , 零售商的零售价格为  $p$ , 面临的实际需求  $q = a - kp$  是其零售价格的线性减函数. 其中:  $a > 0$  表示市场规模(市场的最大需求),  $k > 0$  为价格敏感系数. 由于其订货  $q$  给供应商的转移支付为  $T(q)$ , 供应商、零售商和供应链的收益分别为  $f^s = T(q) - \omega q$ ,  $f^r = pq - T(q) - c_r q$  和  $f^x = f^s + f^r$ , 则  $f^x = (a - kp)(p - c_r - \omega)$ . 经计算得, 当零售价格  $p^* = \frac{a}{2k} + \frac{1}{2}(c_r + \omega)$  时, 供应链的收益最大. 此时, 零售商的最优订货量

$$q^* = a/2 - k(c_r + \omega)/2,$$

整个供应链的最优收益

$$f^{x*} = (a - k(c_r + \omega))^2/4k.$$

在以上假设下, 文献[10]证明了供应商通过下面的定理 1 提供的数量折扣策略可达到供应链的协调. 即找出适当的  $w(q)$ , 使得转移支付  $T(q) = w(q)q$  可使供应链达到协调.

**引理 1<sup>[1]</sup>** 供应链在数量折扣契约下是协调的. 任意的  $(0 < \alpha < 1)$  可使  $f^{s*} = \alpha f^{x*}$ , 即供应商的收益是供应链收益函数的线性函数.

**定理 1<sup>[10]</sup>**  $\forall \alpha, 0 < \alpha < 1$ , 设

$$w(q) = \omega - (\omega + c_r)\alpha + \frac{a - q}{k},$$

使  $f^{s*} = \alpha f^{x*}$ , 则供应链在这个数量折扣契约下实现了协调.

### 3 集权供应链在需求偏差下的最优应对

当供应商的生产计划安排好以后, 一些突发事件的发生不仅改变了市场的最大需求, 同时也改变了需求函数的价格敏感系数. 其变化量分别用  $\Delta a$  和  $\Delta k$  表示, 当且仅当  $\Delta a + \Delta a > 0, \Delta k + \Delta k > 0$  时才有实际意义. 因此, 以下讨论均是建立在同时满足上述条件的基础上进行的.

设  $\bar{q}$  是突发事件发生后的实际需求, 即  $\bar{q} = a + \Delta a - (k + \Delta k)p$ . 对于这时的现实需求  $\bar{q}$  和供应商原有的生产计划  $q^*$  之差为  $q$ , 即  $q = \bar{q} - q^*$ . 当  $q < 0$  时, 产品有剩余, 多余的产品可以在二级市场上以低于购买价格销售; 当  $q > 0$  时, 必须增加生产以满足新的需求. 当然, 由于需利用更多的额外资

源, 且更重要的是要打破供应商原有的生产计划, 这样不管是产品增加或产品剩余都将带来比原有成本更高的额外成本. 从供应链集权的管理者来看, 对于现实的需求  $\bar{q}$ , 在突发事件发生的情况下, 供应链收益函数为

$$\bar{f}^x(\bar{q}) = \bar{q} \left( \frac{a + \Delta a - \bar{q}}{k + \Delta k} - c_r - \omega \right) - \alpha_1 (\bar{q} - q^*)^+ - \alpha_2 (q^* - \bar{q})^+. \quad (1)$$

其中:  $\alpha_1, \alpha_2 > 0$ ;  $(x)^+ = \max(0, x)$ .  $\alpha_1$  是因增加产量而发生的单位成本,  $\alpha_2$  是因多余的产品需在二级市场以低于单位生产成本  $\omega$  的价格出售而损失的单位成本, 即  $0 < \alpha_2 < \omega$ .

为了进一步说明需求规模和敏感系数同时发生变化的情况下对生产计划的影响, 本文给出如下引理:

**引理 2** 假设  $q^*$  是式(1)的最优解. 当  $a > k(\omega + c_r)$  时, 有  $\bar{q}^* < q^*$ ; 当  $a < k(\omega + c_r)$  时, 有  $\bar{q}^* > q^*$ .

**证明(反证法)** 只证  $a > k(\omega + c_r)$  的情况, 另一情况类似.

假设  $\bar{q}^* < q^*$ , 则  $\bar{q}^*$  为式(1)最优解的充要条件是:  $\bar{q}^*$  为下式的最优解:

$$\bar{f}^x(\bar{q}) = \bar{q} \left( \frac{a + \Delta a - \bar{q}}{k + \Delta k} - c_r - \omega \right) - \alpha_2 (q^* - \bar{q}). \quad (2)$$

当

$$\bar{q}_1 = q^* + \frac{a - (c_r + \omega)(k + \alpha_2(k + \Delta k))}{2} \quad (3)$$

时,  $\bar{f}^x(\bar{q}_1)$  达到最大. 因为式(2)最优解是唯一的, 即  $\bar{q}_1 = \bar{q}^*$ , 又  $a > k(\omega + c_r)$ , 所以  $\bar{q}^* > q^*$ , 与假设矛盾, 所以引理成立.

引理 2 表明, 当市场规模和敏感系数同时发生变化时, 如果市场规模增加而敏感系数减少, 则条件  $a > k(\omega + c_r)$  一定成立, 应该增加生产水平; 否则, 当市场规模变小而敏感系数增加时, 条件  $a < k(\omega + c_r)$  一定成立, 则应该降低生产水平. 这与现实经济生活中的现象是一致的. 当市场规模和敏感系数同时下降或上升时, 生产水平的变化并不固定, 而是取决于引理 2 中的条件.

根据引理 2, 下面分两种情况进行讨论:

1) 当  $a > k(\omega + c_r)$  时, 式(1)可简化为

$$\bar{f}^x(\bar{q}) = \bar{q} \left( \frac{a + \Delta a - \bar{q}}{k + \Delta k} - c_r - \omega \right) - \alpha_1 (\bar{q} - q^*). \quad (4)$$

则经计算满足式(4)最大的最优订货量为

$$\bar{q}_1^* = \begin{cases} q^* + \frac{a - (c_r + \omega)k}{k_1(k_1 + k)}; \\ q^*, \\ 0 < a - (c_r + \omega)k < k_1(k_1 + k). \end{cases}$$

相应的最优零售价格为

$$\bar{p}_1^* = \begin{cases} p^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}; \\ a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k); \\ p^* + \frac{a - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}; \\ 0 < a - (c_r + \omega)k < k_1(k_1 + k). \end{cases}$$

供应链的最优收益为

$$\bar{f}_1^{sc} = \begin{cases} f^{sc*} + (q^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}) \frac{a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k} + \\ (p^* - c_r - \omega) - k_1, \\ a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k); \\ f^{sc*} + q^* \frac{a - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ 0 < a - (c_r + \omega)k < k_1(k_1 + k); \end{cases}$$

其中  $\frac{a - (c_r + \omega + 1)k - k_1k}{2}$

2) 当  $a < k(\omega + c_r)$  时, 与上面的讨论类似, 其最优订货量为

$$\bar{q}^* = \begin{cases} q^*, & -2(k_1 + k) < a - (c_r + \omega)k < 0; \\ q^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k)}{k_1 + k}. \end{cases}$$

最优零售价格为

$$\bar{p}_2^* = \begin{cases} p^* + \frac{a - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ -2(k_1 + k) < a - (c_r + \omega)k < 0; \\ p^* + \frac{a - k_1(k_1 + k) - 2(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k). \end{cases}$$

供应链的最大收益为

$$\bar{f}_2^{sc} = \begin{cases} f^{sc*} + (q^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k)}{k_1 + k}) \frac{a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k)}{k_1 + k} + \\ (p^* - c_r - \omega) + 2, \\ a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k); \\ f^{sc*} + q^* \frac{a - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ -2(k_1 + k) < a - (c_r + \omega)k < 0; \end{cases}$$

其中  $\frac{a - (c_r + \omega - 2)k + 2k}{2}$

**定理 2** 当突发事件发生时, 造成市场规模变化了  $a$ , 需求函数的价格敏感系数变化了  $k$ , 为使整个供应链的收益最大, 决策者需调整生产计划和

零售价格. 此时零售价格  $\bar{p}^*$  和生产量  $\bar{q}^*$  分别取值如下:

$$\bar{p}^* = \begin{cases} p^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k); \\ p^* + \frac{a - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ -2(k_1 + k) < a - (c_r + \omega)k < k_1(k_1 + k); \\ p^* + \frac{a - k_1(k_1 + k) - 2(k_1 + k)}{k_1 + k}, \\ a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k); \end{cases} \quad (5)$$

$$\bar{q}^* = \begin{cases} q^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - k_1(k_1 + k)}{k_1 + k}; \\ q^*, & -2(k_1 + k) < a - (c_r + \omega)k < k_1(k_1 + k); \\ q^* + \frac{a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k)}{k_1 + k}; \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\frac{a - (c_r + \omega)k - 2(k_1 + k)}{k_1 + k}$  是前面提到的.

定理 2 表明, 突发事件发生后, 造成市场规模和价格敏感系数发生变化的情况下, 最优的应对策略是: 零售商的零售价格总是需要作出积极的调整, 而只有当  $|a - (c_r + \omega)k|$  超过一定的范围后, 才对订货量作出调整, 否则, 保持原来的订货量不变.

#### 4 分权供应链在需求偏差下的协调机制

在市场规模和价格敏感系数发生变化的情况下, 当供应链中不存在集中决策者时, 由供应商和零售商分别制定决策, 则原来的供应链协调策略必须进行调整, 供应商需通过提供数量折扣契约诱使零售商选取  $\bar{p}^*$  为零售价格,  $\bar{q}^*$  为订货量, 这样不仅满足双方的期望收益, 而且也满足供应链的整体收益最大. 本文通过数量折扣机制来协调该情况下的供应链.

**定理 3** 在市场规模和价格敏感系数变化的情况下,  $\forall \alpha, 0 < \alpha < 1$ , 设

$$\bar{w}(q) = \omega - (\omega + c_r + \frac{S(q)}{q}) + \frac{a + a - q}{k + k}$$

使  $\bar{f}^s = \bar{f}^{sc}$ , 则供应链在这个数量折扣契约下实现了协调. 其中  $S(q) = 2(q - q^*)^+ + 2(q^* - q)^+$ .

证明

$$\bar{f}^s = \bar{q}^* (\bar{w}(\bar{q}^*) - \omega) = \bar{q}^* (\omega - (\omega + c_r + S(\bar{q}^*)/\bar{q}^*) + (a + a - \bar{q}^*)/(k + k) - \omega) = \bar{f}^{sc}$$

由引理 1 可知, 供应商的收益是供应链收益函

数的线性函数,则供应链在该数量折扣契约下达到协调.

定理 3 是从供应商的角度来考虑,已知供应链的总利润  $f^{sc*}$ , 供应商先设置自己的期望收益  $f^s*$ , 则零售商的收益为  $f^r* - f^s*$ . 当然,也可从零售商的角度来考虑,如果供应商知道零售商的最小期望收益为  $f^r*$  时才会选择进入供应链,则供应商会设置自己的收益为  $f^{sc*} - f^r*$ .

### 5 需求偏差下没有采用应对策略收益情况

当突发事件发生后,集权的决策者没有意识到突发事件对供应链造成的影响,不能及时作出调整零售价格的决策,此时供应链所面临的实际需求为  $\tilde{q} = q^* + a - kp^*$ , 整个供应链的收益函数为

$$\tilde{f}^{sc}(\tilde{q}) = \tilde{q}(p^* - c_r - c_0) - \frac{1}{2}(a - kp^*)^2 - \frac{1}{2}(kp^* - a)^2,$$

即

$$\tilde{f}^{sc}(\tilde{q}) = \begin{cases} f^{sc*} + (a - kp^*)(p^* - c_r - c_0 - 1), & a > kp^*; \\ f^{sc*} + (a - kp^*)(p^* - c_r - c_0 + 2), & a < kp^* \text{ and } q^* + a - kp^* > 0; \\ -2q^*, & q^* + a - kp^* \leq 0. \end{cases} \quad (7)$$

供应商的收益为  $\tilde{f}^s(\tilde{q}) = \tilde{q}(w(\tilde{q}) - c_0)$ , 零售商的收益为  $\tilde{f}^r(\tilde{q}) = \tilde{q}(p^* - w(\tilde{q}) - c_r)$ .

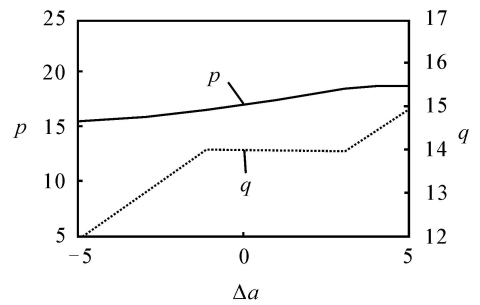
式(7)表明,当  $q^* + a - kp^* \leq 0$  时,供应链的收益为  $-2q^*$ ,即零售商没有订货,退出供应链.同时可证明收益不满足引理 1 的条件.下面将通过算例分析集权者对突发事件发生后作出最优应对与不作出应对策略的收益差别.

### 6 算例分析

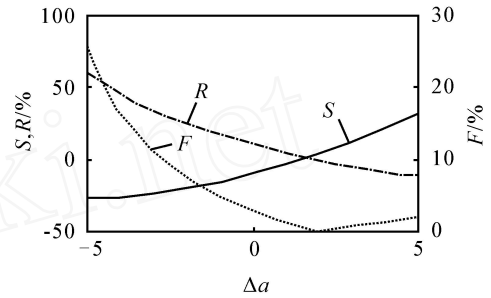
假设  $a = 50, c_0 = 6, c_r = 5, k = 2$ , 根据前面介绍算出最优的生产数量和零售价格分别为  $q^* = 14$  和  $p^* = 18$ , 此时,供应链的最优收益  $f^{sc*} = 98$ . 在信息对称的假设下,如果供应商和零售商同意整个供应链的收益分成按 4:6 分配,则取  $\alpha = 0.4$ . 为了满足双方的期望收益,根据定理 1,当供应商提供的数量折扣价  $w(q^*) = 8.8$  时供应链得到协调,且供应商和零售商的收益分别为  $f^s* = 39.2$  和  $f^r* = 58.8$ .

当市场规模和价格敏感系数同时发生变化时,原有的生产计划就可能需要进行调整.设收益分享比例不变,增加的边际成本  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ .

图 1(a) 和图 2(a) 分别表示  $a \in [-5, 5], k = 0.1$  和  $a \in [-5, 5], k = -0.1$  时供应商的最优应对策略.可见当  $|a - (c_r + c_0)/k|$  变化较小时,并不会对供应商原有的生产计划产生影响,两者

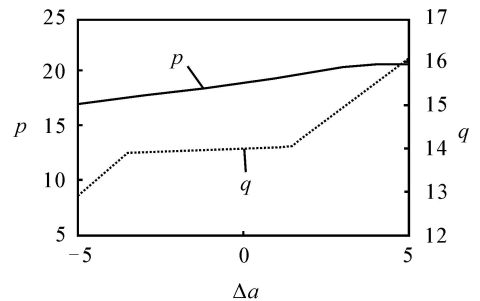


(a) 供应商的应对策略

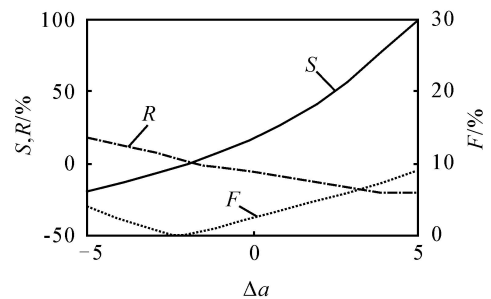


(b) 对供应链的影响

图 1 价格敏感系数增大时供应商的应对策略及对供应链的影响



(a) 供应商的应对策略



(b) 对供应链的影响

图 2 价格敏感系数减小时供应商的应对策略及对供应链的影响

之间存在着一种相互制约的作用.即一方变化带来的不利影响可以被另一方变化带来的有利影响抵消或部分抵消.当变化较大时,随着  $a$  的增加,最优零售价格和订货量也将增加;而随着  $k$  的增加,最优零售价格和订货量将减小.

图 1(b) 和图 2(b) 分别表示  $a \in [-5, 5], k = 0.1$  和  $a \in [-5, 5], k = 0.1$  时决策者采用新策略和不采用新策略对供应链、供应商和零售商的收益的影响,分别用下式表示:

$$F = (\tilde{f}^{sc*} - \tilde{f}^{sc}) * 100 \% / \tilde{f}^{sc},$$

$$S = (\tilde{f}^s* - \tilde{f}^s) * 100 \% / \tilde{f}^s,$$

$$R = (\tilde{f}^r* - \tilde{f}^r) * 100 \% / \tilde{f}^r.$$

可见,当市场规模和价格敏感系数同时发生变化时,整个供应链的收益变化率均大于零,说明了采用应急策略的必要性.同时还表明当最优订货量减少时,随着  $a$  的增加,供应链的收益变化率呈递减趋势,而随着  $k$  的增大而增大;当最优订货量增加时,则正好相反.

对于零售商而言,随着  $a$  的增加,收益变化率呈递减趋势.当最优订货量减少时,零售商的收益变化率大于零;当最优订货量增加时,其变化率小于零.而随着  $k$  的减小,其收益变化率呈递增趋势.对于供应商而言,则正好相反.

总之,在需求预测偏差下,对于零售商而言,当需求量增加时,如不采用新的策略,其收益增加;而采用新策略,其收益减少.所以在需求预测偏差下,零售商不会主动为了协调整个供应链的收益而降低自己的收益.而当需求量减少时,零售商会要求供应商采用新的数量折扣机制,否则将退出供应链.因此,在需求预测偏差下,不管是需求量增加还是减少,供应商都应积极地做出应对策略.

## 7 结 论

本文研究了由单供应商和单零售商在需求预测偏差下的供应链协调问题.当供应商为 Stackelberg 博弈主导者时,对市场规模和敏感系数同时发生变化的情形进行了分析,给出了对供应商而言的最优应对策略.本文的结论也解释了随着市场规模和价格敏感系数的变化,价格会及时作出调整,而生产计划不经常改变的经济现象.并通过数值例子进行了分析比较,为供应链的决策者进行科学决策提供了有效依据.

## 参考文献(References)

[1] Jeuland A L, Shugan S M. Managing channel profits

[J]. Marketing Science, 1983, 2(3): 239-272.

[2] Ingene C, Parry M. Coordination and manufacturer profit maximization: The multiple retailer channel[J]. J of Retailing, 1995, 71(2): 129-151.

[3] Chen F, Federgruen A, Zheng Y S. Coordination mechanisms for a distribution system with one supplier and multiple retailers [J]. Management Science, 2001, 47(5): 693-708.

[4] 常良峰, 卢震, 黄小原. 供应链渠道协调中的 Stackelberg 主从对策[J]. 控制与决策, 2003, 18(6): 651-655.

(Chang Liang-feng, Lu Zhen, Huang Xiao-yuan. Stackelberg game in supply chain channel coordination [J]. Control and Decision, 2003, 18(6): 651-655.)

[5] 索寒生, 储洪胜, 金以慧. 带有风险规避型销售商的供应链协调[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 1042-1049.

(Suo Han-sheng, Chu Hong-sheng, Jin Yi-hui. Supply chain coordination with risk aversion retailers [J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 1042-1049.)

[6] Qi X T, Bard J, Yu G. Supply chain coordination with demand disruption[J]. Omega, 2004, 32(4): 301-312.

[7] Xu M H, Qi X T. The demand disruption management problem for a supply chain system with nonlinear demand functions [J]. J of Systems Science and Systems, 2003, 12(1): 82-97.

[8] Xu M, Gao X. Supply chain coordination with demand disruptions under convex production cost function [J]. Wuhan University J of Natural Science, 2005, 10(3): 493-498.

[9] Huang C C, Yu G, Wang S. Disruption management for supply chain coordination with exponential demand function[J]. Acta Mathematica Scientia, 2006, 26B(4): 655-669.

[10] 于辉, 陈剑, 于刚. 协调供应链如何应对突发事件[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(7): 9-16.

(Yu Hui, Chen Jian, Yu Gang. How to coordinate supply chain under disruption[J]. System Engineering Theory and Practice, 2005, 25(7): 9-16.)

(上接第 486 页)

[43] Yoav Gabriely, Elon Rimon. Spiral-STC: An on-line coverage algorithm of grid environments by a mobile robot[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Washington, 2002: 954-960.

[44] Zelinsky A, Jarvis R A, Byrne J C, et al. Planning paths of complete coverage of an unstructured environment by a mobile robots [C]. Int Conf on Advanced Robotics. Tokyo, 1993: 533-538.

[45] Ercan Umut Acar. Complete sensorbased coverage of

unknown spaces: Incremental construction of cellular decompositions [D]. Pennsylvania: Carnegie Mellon University, 2002.

[46] Iwan R Ulrich, Francesco Mondada, Nicoud J D. Autonomous vacuum cleaner [J]. Robotics and Autonomous Systems, 1997, 19(3/4): 233-245.

[47] Gerkey B P, Mataric M J. A formal analysis and taxonomy of task allocation in multi-robot systems[J]. Int J of Robotics Research, 2004, 23(9): 939-954.