文章编号: 1001-0920(2008)05-0503-04

线性系统的非脆弱 H_∞ 滤波

王　武, 郭祥贵, 杨富文
(福州大学 电气工程与自动化学院, 福州 350002)

摘　要:考虑一类线性系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计问题.所设计的滤波器具有乘性的滤波器增益变化.采用线性矩阵不等式方法,给出线性连续系统和离散系统的非脆弱 H_∞ 滤波器存在的充要条件.数值仿真例子说明了设计方法的有效性.

关键词: 线性系统; 非脆弱; H_∞ 滤波; 乘性增益变化; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Non-fragile H_∞ filtering for linear system

WANG Wu, GUO Xiang-gui, YANG Fu-wen
(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China. Correspondent: WANG Wu, E-mail: wangwu@fzu.edu.cn)

Abstract: The problem of a non-fragile H_∞ filter design for a class of linear systems is discussed. The designed filter is assumed to be with multiplicative filter gain variations. Sufficient and necessary conditions for the existence of the non-fragile H_∞ filter are given by using linear matrix inequality (LMI). Numerical examples illustrate the feasibility and advantage of the proposed designs.

Key words: Linear system; Non-fragile; H_∞ filtering; Multiplicative gain variations; LMI

1 引　　言

近年来, 随着 H_∞ 控制理论的日益成熟, H_∞ 滤波理论的研究受到国内外学者的广泛关注,并提出了一系列有效的滤波算法[1-3],但所有结论都是假设滤波器参数能准确实现.然而,计算机字长的限制和元器件的老化等因素可能导致滤波器参数产生微小的变化,这足以使滤波器性能下降甚至完全失效.所以,自 1997 年 Keel 和 Bhattacharyya[4] 提出非脆弱的概念之后,对于非脆弱控制器的研究引起学者们的广泛兴趣,并取得了不少研究成果[5,6],但是对非脆弱滤波器的研究则较少[7,8].文献[7]提出了鲁棒非脆弱 Kalman 滤波器设计方法,其中滤波器考虑了具有乘性的滤波器参数变化,但所得结论形式复杂,求解困难.文献[8]针对加性的滤波器参数变化,设计了线性连续系统的 H_∞ 滤波器,但求解也比较复杂.

脆弱性是研究控制器参数变化对闭环系统的影响,鲁棒性是研究系统参数不确定对闭环系统的影响[7].为了突出滤波器参数变化引起的影响,本文不考虑系统参数的不确定因素.对于线性系统,本文研究了非脆弱 H_∞ 滤波问题,设计的非脆弱滤波器考虑具有乘性滤波器参数变化.基于线性矩阵不等式(LMI)方法,同时给出线性连续系统和离散系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计方案.该方案既能使滤波误差系统稳定,又能保证系统具有一定的 H_∞ 性能.

2 问题描述

考虑如下线性系统:

$$\begin{aligned} \delta x(t) &= Ax(t) + Bw(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Dw(t), \\ z(t) &= Lx(t). \end{aligned} \tag{1}$$

其中:δ 代表算子运算,对于连续系统 $\delta x(t) = \dot{x}(t)$, 离散系统 $\delta x(t) = x(t+1)$; $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态; $w(t) \in \mathbf{R}^r$ 为干扰信号(包括过程和测量干扰信号), 连续时属于 $L_2[0,\infty)$, 离散时属于 $l_2[0,\infty)$; $z(t) \in \mathbf{R}^q$ 为要估计的信号; $y(t) \in \mathbf{R}^p$ 为测量输出信号; A, B, C, D 和 L 为已知的系统矩阵.

收稿日期: 2007-02-09; 修回日期: 2007-05-16.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474049,60604027); 福建省自然科学基金项目(A0510009).
作者简介: 王武(1973—),男,福建莆田人,副教授,博士,从事网络化系统的控制与滤波、非脆弱控制等研究; 杨富文(1963—),男,福建莆田人,教授,博士生导师,从事鲁棒控制、鲁棒滤波等研究.

构造如下形式的全阶滤波器:

$$\delta\bar{x}(t) = A_F\bar{x}(t) + B_F y(t),$$
$$\bar{z}(t) = C_F\bar{x}(t). \tag{2}$$

其中:$\bar{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为滤波器的状态;滤波器参数 A_F, B_F 和 C_F 具有乘性的滤波器参数变化,即

$$A_F = A_{F_1}(I + \Delta_1),\ B_F = B_{F_1}(I + \Delta_2),$$
$$C_F = C_{F_1}(I + \Delta_3), \tag{3}$$

其中 $A_{F_1}, B_{F_1}, C_{F_1}$ 为待设计的滤波器参数. 假设滤波器参数的变化具有以下形式:

$$\Delta_1 = H_1F_1E_1,\ \Delta_2 = H_2F_2E_2,\ \Delta_3 = H_3F_3E_3. \tag{4}$$

其中:H_i 和 $E_i(i = 1,2,3)$ 为已知常矩阵,$F_i(i = 1,2,3)$ 满足

$$F_i^{\mathrm{T}}F_i \le \rho_i I,\ i = 1,2,3. \tag{5}$$

注 1　乘性参数变化常常是在系统初运行时微调以及性能衰减时出现的.

对滤波器进行状态变换. 令

$$\hat{x}(t) = M\bar{x}(t), \tag{6}$$

则滤波器为

$$\delta\hat{x}(t) = MA_FM^{-1}\hat{x}(t) + MB_Fy(t),$$
$$\hat{z}(t) = C_FM^{-1}\hat{x}(t). \tag{7}$$

由式(1) 和(7) 可得滤波误差系统为

$$\delta\xi(t) = \bar{A}\xi(t) + \bar{B}y(t),$$
$$e(t) = \bar{C}\xi(t). \tag{8}$$

其中

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}(t)\end{bmatrix},\ e(t) = z(t) - \hat{z}(t),$$
$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ MB_FC & MA_FM^{-1}\end{bmatrix},\ \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ MB_FD\end{bmatrix},$$
$$\bar{C} = [L \quad -C_FM^{-1}].$$

本文的目标是设计滤波器(7),对于所有容许的滤波器增益变化(3),使得:1) 在外部扰动 $w(t) = 0$ 情况下,滤波误差系统(8) 是渐近稳定的;2) 在零初始条件下,滤波误差系统(8) 具有 H_∞ 性能 $\gamma(\gamma > 0)$.

3　主要结果

下面基于线性矩阵不等式方法给出线性连续系统和离散系统在 H_∞ 性能约束下的滤波器存在条件和设计方法. 首先给出以下几个引理.

引理 1[9]　给定矩阵 $N = N^{\mathrm{T}}$, H 和 E 为合适维数的实矩阵,且 F 满足 $F^{\mathrm{T}}F \le \rho I$,使

$$N + HFE + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}} < 0 \tag{9}$$

成立的充要条件是存在正数 $\varepsilon > 0$,使

$$N + \varepsilon HH^{\mathrm{T}} + \frac{\rho}{\varepsilon}E^{\mathrm{T}}E < 0. \tag{10}$$

引理 2[10]　给定 $\gamma > 0$. 系统(8) 是渐近稳定且具有 H_∞ 性能的充要条件是存在正定对称矩阵 $X = X^{\mathrm{T}} > 0$,针对连续系统应满足

$$\begin{bmatrix} \bar{A}^{\mathrm{T}}X + X\bar{A} & * & * \\ \bar{B}^{\mathrm{T}}X & -\gamma I & * \\ \bar{C} & 0 & -\gamma I\end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

而针对离散系统应满足

$$\begin{bmatrix} -X & * & * & * \\ 0 & -\gamma I & * & * \\ X\bar{A} & X\bar{B} & -X & * \\ \bar{C} & 0 & 0 & -\gamma I\end{bmatrix} < 0. \tag{12}$$

下面给出滤波器存在的充要条件.

定理 1　给定常数 $\gamma > 0$. 滤波误差系统(8) 是渐近稳定且具有 H_∞ 性能 γ 的充要条件是:如果存在常数 $\varepsilon_i > 0(i = 1,2,3)$,矩阵 $S = S^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{n\times n} > 0$, $R = R^{\mathrm{T}} \in \mathbf{R}^{n\times n} > 0$, $\hat{A}_F \in \mathbf{R}^{n\times n}$, $\hat{B}_F \in \mathbf{R}^{n\times p}$ 和 $\hat{C}_F \in \mathbf{R}^{q\times n}$,针对连续系统应满足

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2^{\mathrm{T}} \\ \Phi_2 & \Phi_3\end{bmatrix} < 0. \tag{13}$$

其中

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} SA + A^{\mathrm{T}}S & * & * & * & * \\ \Omega_1 & \Omega_2 & * & * & * \\ B^{\mathrm{T}}S & \Omega_3 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_4 & L & 0 & -\gamma I & * \\ 0 & H_2^{\mathrm{T}}\hat{B}_F^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I\end{bmatrix},$$

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} \varepsilon_2E_2C & \varepsilon_2E_2C & \varepsilon_2E_2D & 0 & 0 \\ 0 & H_1^{\mathrm{T}}\hat{A}_F^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ \varepsilon_1E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -H_3^{\mathrm{T}}\hat{C}_F^{\mathrm{T}} & 0 \\ \varepsilon_3E_3 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\Phi_3 = \mathrm{diag}\{-\rho_2^{-1}\varepsilon_2 I, -\varepsilon_1 I, -\rho_1^{-1}\varepsilon_1 I, -\varepsilon_3 I, -\rho_3^{-1}\varepsilon_3 I\},$$

且

$$\Omega_1 = A^{\mathrm{T}}S + R^{\mathrm{T}}A + \hat{B}_FC + \hat{A}_F,$$
$$\Omega_2 = A^{\mathrm{T}}R + R^{\mathrm{T}}A + \hat{B}_FC + C^{\mathrm{T}}\hat{B}_F^{\mathrm{T}},$$
$$\Omega_3 = B^{\mathrm{T}}R + D^{\mathrm{T}}\hat{B}_F^{\mathrm{T}},\ \Omega_4 = L - \hat{C}_F.$$

而针对离散系统则应满足

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2^{\mathrm{T}} \\ \Psi_2 & \Psi_3\end{bmatrix} < 0. \tag{14}$$

其中

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} -S & * & * & * & * & * \\ -S & -R & * & * & * & * \\ 0 & 0 & -\gamma I & * & * & * \\ SA & SA & SB & -S & * & * \\ \Theta_1 & \Theta_2 & \Theta_3 & -S & -R & * \\ \Theta_4 & L & 0 & 0 & 0 & -\gamma I\end{bmatrix},$$

$$
\Psi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_2^{\mathrm T}\bar B_F^{\mathrm T} \\ \varepsilon_2 E_2 C & \varepsilon_2 E_2 C & \varepsilon_2 E_2 D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_1^{\mathrm T} A_F^{\mathrm T} & 0 \\ \varepsilon_1 E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -H_3^{\mathrm T}\bar C_F^{\mathrm T} \\ \varepsilon_3 E_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},
$$

$$
\Psi_3 = \mathrm{diag}\{-\varepsilon_2 I, -\rho_2^{-1}\varepsilon_2 I, -\varepsilon_1 I, -\rho_1^{-1}\varepsilon_1 I, -\varepsilon_3 I, -\rho_3^{-1}\varepsilon_3 I\},
$$

且

$$
\Theta_1 = RA + \bar B_F C + A_F,
$$

$$
\Theta_2 = RA + \bar B_F C,
$$

$$
\Theta_3 = RB + \bar B_F D,\ \Theta_4 = L - \bar C_F.
$$

如果上述的LMI有解,则非脆弱滤波器参数均可由下式求得:

$$
A_{F1} = (S - R)^{-1} A_F,
$$

$$
B_{F1} = (S - R)^{-1}\bar B_F,
$$

$$
C_{F1} = \bar C_F. \tag{15}
$$

证明　首先证明连续系统. 由引理 2 可知,系统(8) 渐近稳定且具有 H_∞ 性能约束是式(11) 成立. 令

$$
X = \begin{bmatrix} R & X_{12} \\ X_{12}^{\mathrm T} & X_{22} \end{bmatrix},\ X^{-1} = \begin{bmatrix} S^{-1} & Y_{12} \\ Y_{12}^{\mathrm T} & Y_{22} \end{bmatrix}. \tag{16}
$$

其中:$R > 0, S > 0$;不失一般性,假设矩阵 X_{12} 和 Y_{12} 为满秩阵.

定义

$$
T_1 = \begin{bmatrix} S^{-1} & I \\ Y_{12}^{\mathrm T} & 0 \end{bmatrix},\ T_2 = \begin{bmatrix} I & R \\ 0 & X_{12}^{\mathrm T} \end{bmatrix}, \tag{17}
$$

取变换阵 $\mathrm{diag}\{T_1, I, I\}$,对式(11) 进行合同变换,可得

$$
\begin{bmatrix} AS^{-1} + S^{-1}A^{\mathrm T} & * & * & * \\ \Omega_{11} & \Omega_{12} & * & * \\ B^{\mathrm T} & \Omega_{13} & -\gamma I & * \\ \Omega_{14} & L & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \tag{18}
$$

其中

$$
\Omega_{11} = A^{\mathrm T} + R^{\mathrm T} A S^{-1} + X_{12} M B_F C S^{-1} + X_{12} M A_F M^{-1} Y_{12}^{\mathrm T},
$$

$$
\Omega_{12} = A^{\mathrm T} R + R^{\mathrm T} A + X_{12} M B_F C + C^{\mathrm T} B_F^{\mathrm T} M^{\mathrm T} X_{12}^{\mathrm T},
$$

$$
\Omega_{13} = B^{\mathrm T} R + D^{\mathrm T} B_F^{\mathrm T} M^{\mathrm T} X_{12}^{\mathrm T},
$$

$$
\Omega_{14} = LS^{-1} - C_F M^{-1} Y_{12}^{\mathrm T}.
$$

再取变换阵 $\mathrm{diag}\{S, I, I, I\}$,对式(18) 进行合同变换,得

$$
\begin{bmatrix} SA + A^{\mathrm T} S & * & * & * \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & * & * \\ B^{\mathrm T} & \Omega_{23} & -\gamma I & * \\ \Omega_{24} & L & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \tag{19}
$$

其中

$$
\Omega_{21} = A^{\mathrm T} S + R^{\mathrm T} A + X_{12} M B_F C + X_{12} M A_F M^{-1} Y_{12}^{\mathrm T} S,
$$

$$
\Omega_{22} = A^{\mathrm T} R + R^{\mathrm T} A + X_{12} M B_F C + C^{\mathrm T} B_F^{\mathrm T} M^{\mathrm T} X_{12}^{\mathrm T},
$$

$$
\Omega_{23} = B^{\mathrm T} R + D^{\mathrm T} B_F^{\mathrm T} M^{\mathrm T} X_{12}^{\mathrm T},
$$

$$
\Omega_{24} = L - C_F M^{-1} Y_{12}^{\mathrm T} S.
$$

令 $M = Y_{12}^{\mathrm T} S$,可得 $X_{12} M = S - R$. 将 $M = Y_{12}^{\mathrm T} S$ 和 $X_{12} M = S - R$ 代入式(19) 并考虑滤波器参数(3). 然后将确定部分和不确定部分分开,连续运用引理 1,并令 $A_F = (S - R) A_{F_1}$, $\bar B_F = (S - R) B_{F_1}$, $\bar C_F = C_{F_1}$ 便可得到式(13).

同理,离散系统也可得证. □

注 2　式(13) (离散时为式(14)) 不仅是关于矩阵变量,也是关于标量 γ 的线性矩阵不等式组. 因此,可将 γ 作为一个优化变量来得到最优扰动衰减水平,即可通过求解如下的凸优化问题来设计系统(1) 的最优全阶非脆弱 H_∞ 滤波器:

$$
\min_{S, R, A_F, \bar B_F, \bar C_F, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \theta} \theta,
$$

$$
\text{s.t. 式(13) (or(14))},\ \theta = \gamma, \tag{20}
$$

则最优扰动衰减水平为 $\gamma^* = \theta^*$, θ^* 为 θ的最优值,且满足要求的滤波器参数矩阵可由式(15) 求得.

注 3　式(13) 和(14) 是线性矩阵不等式组,所有变量都是自由变量,不需要预取,直接优化凸优化问题(20) 便可得到解,这比文献[7] 给出的求解非脆弱滤波器的算法更简单.

注 4　定理 1 给出了具有滤波器参数乘性变化时的滤波器存在的充要条件. 对于连续系统,当滤波器参数变化幅度为 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$ 时,便退化为常规连续滤波器设计方法[11]. 与其类似,离散系统的滤波器参数变化幅度为 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$ 时,便退化为常规离散滤波器设计方法[1].

4　数值例子

例 1　考虑如下线性连续系统:

$$
\dot x(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0.5 \\ 0.1 & -1 & 1 \\ -4 & -2 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1.5 & 0 \\ 0.9 & 0 \\ 2.5 & 0 \end{bmatrix} w(t),
$$

$$
y(t) = [3\quad -2\quad 1]\, x(t) + [0\quad 0.9]\, w(t),
$$

$$
z(t) = [-2\quad 1\quad -2]\, x(t).
$$

非脆弱滤波器中的已知参数为

$$
H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},
$$

$$
E_1 = 0.01 * \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},
$$

$$E_3 = 0.01 * \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$H_2 = 1,\ E_2 = 0.01,$

$\rho_1 = 1, \rho_2 = 1, \rho_3 = 1.$

应用 Matlab LMIToolbox 求解优化问题(20),可得最优 $\gamma = 3.547\,5$ 时的滤波器参数为

$$A_F = \begin{bmatrix} -8.325\,4 & -2.814\,1 & -1.885\,0 \\ 14.683\,3 & -1.362\,8 & 3.886\,8 \\ 11.802\,3 & 23.391\,1 & -0.579\,0 \end{bmatrix},$$

$$B_F = \begin{bmatrix} -0.865\,3 \\ -1.516\,5 \\ 7.392\,1 \end{bmatrix},$$

$C_F = [-0.581\,4 \quad -0.997\,7 \quad -0.300\,7].$

为了说明非脆弱滤波器设计方法的优越性,下面与常规滤波器($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$)进行比较. 常规滤波器的最优扰动衰减性能指标 $\gamma_{opt} = 3.487\,2$. 当常规滤波器的参数发生式(4)的变化,即取 $F_1 = I$, $F_2 = -I$, $F_3 = I$ 时,扰动衰减性能指标 $\gamma = 66.606\,9$. 而本文的滤波器在式(3)时 $\gamma = 3.545\,7$,可见本文设计的非脆弱滤波器具有明显的优越性.

例 2 考虑如下线性离散系统:

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.1 & 0.4 \\ 0.7 & -0.1 & 0.1 \\ -0.3 & -0.2 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1.5 & 1 \\ 2.5 & 1 \end{bmatrix} w(t),$$

$y(t) = [1 \quad -2 \quad 1]x(t) + [0 \quad 0.9]w(t),$

$z(t) = [-2 \quad 1 \quad -2]x(t).$

非脆弱滤波器中的已知参数为

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = 0.03 * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$E_3 = 0.01 * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$H_2 = 1,\ E_2 = 0.02,$

$\rho_1 = 1, \rho_2 = 1, \rho_3 = 1.$

应用 Matlab LMIToolbox 求解优化问题(20),可得最优 $\gamma = 5.730\,0$ 时的滤波器参数为

$$A_F = \begin{bmatrix} -0.320\,5 & 0.230\,6 & 0.222\,5 \\ 0.314\,5 & 0.542\,8 & -0.315\,2 \\ -0.012\,0 & -0.522\,5 & 0.072\,5 \end{bmatrix},$$

$$B_F = \begin{bmatrix} 0.155\,9 \\ 0.374\,2 \\ -0.119\,7 \end{bmatrix},$$

$C_F = [-1.206\,9 \quad 1.070\,9 \quad -1.492\,1].$

为了说明非脆弱滤波器设计方法的优越性,下面与常规滤波器($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$)进行比较. 常规滤波器的最优扰动衰减性能指标 $\gamma_{opt} = 5.547\,8$. 当常规滤波器的参数发生式(4)的变化,即取 $F_1 = I$, $F_2 = -I$, $F_3 = I$ 时,扰动衰减性能指标 $\gamma = 7.389\,0$. 而本文的滤波器在式(3)时 $\gamma = 5.730\,0$,可见本文设计的非脆弱滤波器具有明显的优越性.

5 结 论

本文研究了具有乘性滤波器参数变化的线性系统的非脆弱 H_∞ 滤波器设计问题,并基于线性矩阵不等式方法,同时给出了线性连续系统和离散系统非脆弱 H_∞ 滤波器存在的充要条件. 所设计的非脆弱 H_∞ 滤波器既能使滤波误差系统稳定,又能保证系统具有一定的 H_∞ 性能. 本文方法还可推广到参数不确定系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 滤波器的设计.

参考文献(References)

[1] Palhares R M, Peres P L D. Robust H_∞ filter design with pole constraints for discrete-time system[J]. J of the Franklin Institute, 2000, 337(6): 713-723.

[2] 高会军, 王常虹. 参数摄动系统的鲁棒 H_∞ 状态估计[J]. 控制与决策, 2004, 19(2): 147-152.
(Gao Hui-jun, Wang Chang-hong. Robust H_∞ state estimation for systems with uncertain parameters[J]. Control and Decision, 2004, 19(2): 147-152.)

[3] Assawinchaichote W, Nguang S K. H_∞ filtering for nonlinear singularly perturbed systems with pole placement constraints: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 34(6): 1659-1667.

[4] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile, or optimal[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1098-1105.

[5] 王武, 杨富文. 具有控制器增益变化的不确定时滞系统的鲁棒 H_∞ 控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(6): 1043-1046.
(Wang Wu, Yang Fu-wen. Robust H_∞ control for linear time-delay uncertain systems with controller gain variations[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 28(2): 1043-1046.)

(下转第 510 页)

4) 的期望值为

$$E(\tilde{d}_1) = 0.4894,\ E(\tilde{d}_2) = 0.5182,$$
$$E(\tilde{d}_3) = 0.4939,\ E(\tilde{d}_4) = 0.4990.$$

显然,有 $E(\tilde{d}_2) > E(\tilde{d}_4) > E(\tilde{d}_3) > E(\tilde{d}_1)$,因此,相应方案的优先次序为 $x_2 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_1$,故最优方案为 x_2. 该结果与文献[6]的结果相同,而本文方法要比文献[6]的方法简单. 因为本文的最优权重模型只有 9 个未知自变量,而文献[6]需求解含有 54 个未知自变量的优化模型.

5 结 论

本文进一步研究了只有部分权重信息且决策者对方案的偏好信息以三角模糊数互反判断矩阵形式给出的模糊多属性决策问题. 本文建立了一个基于主观偏好信息和客观决策信息的极小化极大偏差模型. 通过求解线性规划问题得到属性的权重向量,并利用简单的加权集结方法,得到了方案的排序. 本文方法包含了主观和客观信息,因此,要优于现有的主观模糊决策方法. 同时,该方法也可用于多人多属性的模糊多属性决策问题.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.

[2] Chen S J, Hwang C L. Fuzzy multiple attribute decision making[M]. Berlin: Springer, 1992.

[3] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵的一种排序方法[J]. 模糊系统与数学, 2002,16(1): 47-50.
(Xu Ze-shui. A method for priorities of triangular fuzzy number complementary judgment matrices[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2002, 16(1): 47-50.)

[4] 姜艳萍, 樊治平. 三角模糊数互补判断矩阵排序的一种实用方法[J]. 系统工程, 2002, 20(2): 89-92.
(Jiang Yan-ping, Fan Zhi-ping. A practical ranking method for reciprocal judgment matrix with triangular fuzzy numbers[J]. Systems Engineering, 2002, 20(2): 89-92.)

[5] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵排序方法研究[J]. 系统工程学报, 2004,19(1): 85-88.
(Xu Ze-shui. On priority method of triangular fuzzy number complementary judgment matrix[J]. J of System Engineering, 2004,19(1): 85-88.)

[6] 徐泽水, 赵华. 偏好信息为模糊互反判断矩阵的模糊多属性决策法[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(4): 115-121.
(Xu Ze-shui, Zhao Hua. A method for fuzzy multi-attribute decision making with preference information in the form of fuzzy reciprocal judgment matrix[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2004, 18(4): 115-121.)

[7] Lipovetsky, Michael Conklin M. Robust estimation of priorities in the AHP[J]. European J of Operational Research, 2002, 137(1): 110-122.

[8] Wang Ying-ming, Parkand. Multiple attribute decision making based on fuzzy preference infor mation on alternatives: Ranking and weighting[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 153(3): 331-346.

[9] Van Laarhoven P J M, Pedrycz W. A fuzzy extension of Saaty's priority theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1983, 11(3): 229-241.

[10] 王玮, 张玉芝. 模糊 AHP 的权重向量求解方法研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(2): 184-188.
(Wang Wei, Zhang Yu-zhi. Method of obtaining eigenvector for a fuzzy AHP[J]. Control and Decision, 2006, 21(2): 184-188.)

[11] Christer Carlsson, Robert Fuller. On posibilistic mean value and variance of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 122(2): 315-326.

(上接第 506 页)

[6] 舒伟仁, 张庆灵. 不确定时滞广义系统的鲁棒非脆弱 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(6): 629 - 633.
(Shu Wei-ren, Zhang Qing-ling. Robust and non-fragile H_∞ control for uncertain singular systems with time-delay in state[J]. Control and Decision, 2005, 20(6): 629-633.)

[7] Yang G H, Wang J L. Robust non-fragile kalman filtering for uncertain linear systems with estimation gain uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatatic Control, 2001, 46(2): 343-348.

[8] Yang G H, Che W W. Non-fragile H_∞ filter design with additive gain variations[C]. Proc of the 45th IEEE Conf on Decision and Control. San Diego: IEEE, 2006: 4775-4780.

[9] Xie L, Fu M, de Souza C E. H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback[J]. IEEE Trans on Automation Control, 1992, 37(8): 1253-1256.

[10] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[11] Yang F, Wang Z, Hung Y S, et al. Mixed H_2/H_∞ filtering for uncertain systems with regional pole assignment[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(2): 438-448.