

文章编号: 1001-0920(2008)06-0665-07

收益与进化阶段强相关的灰色进化博弈模型研究

阮爱清, 刘思峰, 方志耕

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘要: 进化博弈的链结构模型能直观地描述和研究经济活动的过程, 而收益与发展阶段强相关是经济活动中经常存在的一种现象, 同时考虑到人的有限理性以及现实中的贫信息因素, 灰数便成为收益矩阵估计的重要手段. 为此提出一类收益与进化阶段强相关的灰进化博弈链结构模型. 在此基础上研究模型的求解问题, 并给出了算例. 最后结合产业集聚, 讨论了解的经济含义和现实启发.

关键词: 进化博弈; 灰数; 链结构; 进化阶段

中图分类号: C931; F204 **文献标识码:** A

Category of symmetric grey evolutionary game under strong correlation between individual pay-off and evolution stage

RUAN Ai-qing, LIU Si-feng, FANG Zhi-geng

(School of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: RUAN Ai-qing, E-mail: ruanaiqing@126.com)

Abstract: A chain model of evolutionary is used to describe and study economic process vividly. However, the income of economic action is under strong correlation with development stage. Considering the bounded rationality and the inadequacy of information in real life, grey number is an important tool for the estimation of pay-off matrix. Therefore, a class of category chain model of grey evolutionary game is proposed to study the process of some economic conditions. On the basis of these, its evolutionary stable strategy (ESS) is discussed, and some important conclusions are obtained. Finally, an irradiative conclusion is gotten that, in some situation, industry cluster can be created by some ways.

Key words: Evolutionary game; Grey number; Chain structure; Evolutionary stage

1 引言

进化博弈的提出为研究经济和社会现象演进和发展提供了一个重要的工具^[1,2]. 其有限理性的假设使模型能更好地描述现实经济人的状况^[3]; 进化博弈链结构模型的提出^[4]动态地刻画出复制动态和学习机制. 但是, 这些模型的共同点是, 收益矩阵始终固定不变. 固定的收益矩阵意味着这样的假设, 即不论个体在发展的哪个阶段作出策略选择, 他们所面临的收益状况都是相同的.

进一步分析可发现, 现实的经济生活并非总是如此. 同样的决策, 由于作出选择的时间不同, 结果往往大相径庭. 产业集聚就是典型的例子, 厂商在集聚形成的不同阶段(形成期、发展期或成熟期)选择是否集聚, 所面临的收益情况是不同的. 这是因为在

不同的阶段, 厂商面对的经济环境并不相同. 类似的例子还存在于企业之间的技术交流与合作、信息沟通等活动, 交流与合作的程度不同、阶段不同时, 企业从中获得的收益也就不同. 从另一个视角看, 由于决策人的有限知识, 也由于现实生活中存在大量贫信息的状况, 人们往往更容易对收益作出一个范围的判断. 因此, 在进化博弈的收益矩阵中引入灰数^[4]是合适的, 这有助于更好地描述收益矩阵. 为此, 本文改进了进化博弈的收益矩阵, 建立一类收益与进化阶段强相关的灰进化博弈模型, 并讨论了模型的进化稳定策略解. 此前, 作者在研究产业集聚形成的动态轨迹时, 做了一些尝试性的工作^[5], 这里将对模型的建立和进化稳定策略^[6]求解进行较为系统的研究和讨论.

收稿日期: 2007-04-21; 修回日期: 2007-07-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70473037); 南京航空航天大学特聘教授科研创新基金项目(1009-260812).

作者简介: 阮爱清(1977—), 女, 福建宁德人, 博士生, 从事产业经济、系统工程的研究; 刘思峰(1955—), 男, 河南平舆人, 教授, 博士生导师, 从事数量经济学、灰色系统理论、产业经济的研究.

2 模型的构建

反映进化程度和发展阶段的指标是多方面的,例如:可用某个策略参与者的比例变化来描述进化阶段,也可用参与者的收益情况来反映进化程度.而且进化阶段也可从参与者比例的变化速度或收益的变化速度中得到反映.因为某项策略的选择比例是最为直观的指标,所以选择它作为进化阶段的衡量参数.

定义 1 收益与进化阶段强相关的灰进化博弈:一类进化博弈,如果参与者的收益与进化阶段强相关,且其收益矩阵用灰数来估计,则称之为收益与进化阶段强相关的灰进化博弈.用某个策略的参与者比例作为进化阶段的衡量指标,则收益与进化阶段强相关的进化博弈可用表 1 表示.

表 1 收益与进化阶段强相关的灰进化博弈

		参与者 2	
		策略 A	策略 D
参与者 1	策略 A	$A \odot (p^t), B \odot (p^t)$	$E \odot (p^t), F \odot (p^t)$
	策略 D	$G \odot (p^t), H \odot (p^t)$	$C \odot (p^t), D \odot (p^t)$

定义 2 收益与进化阶段强相关的对称进化博弈:满足收益矩阵对称条件的收益与进化阶段强相关的灰进化博弈,称为收益与进化阶段强相关的对称灰进化博弈.其收益矩阵可用表 2 描述.

表 2 收益与进化阶段强相关的对称灰进化博弈

		参与者 2	
		策略 A	策略 D
参与者 1	策略 A	$A \odot (p^t), A \odot (p^t)$	$B \odot (p^t), C \odot (p^t)$
	策略 D	$C \odot (p^t), B \odot (p^t)$	$D \odot (p^t), D \odot (p^t)$

表 1 和表 2 中的收益是进化阶段的函数,其下标表示收益函数含灰参数.此进化博弈的链结构模型可用博弈链模型图^[5]来刻画,如图 1 所示.图 1 中: p 表示某策略参与者的比例, I 表示某策略参与者的平均收益.参数的上标表示时间,即进化阶段,下标表示策略选择的变化情况.

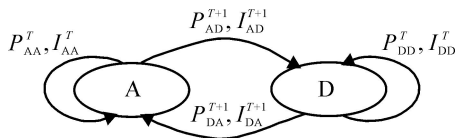


图 1 进化博弈链结构模型

用进化博弈的链结构方程^[5]描述对称型灰进化博弈的整个过程,如式(1)~(8)所示。 \bar{I}_T 表示 T 时期全体成员的平均收益.

$$\begin{aligned}
 P_{AA}^T &= p^t, \\
 I_{AA}^T &= p^t \cdot A \odot (p^t) + (1 - p^t) \cdot B \odot (p^t); \\
 P_{DD}^T &= q^t = 1 - p^t, \\
 I_{DD}^T &= p^t \cdot C \odot (p^t) + q^t \cdot D \odot (p^t); \\
 \bar{I}_T &= p^t \cdot I_{AA}^T + (1 - p^t) \cdot I_{DD}^T; \\
 P_{AD}^{T+1} &= k \cdot P_{AA}^T \cdot \frac{\bar{I}_T - I_{AA}^T}{|\bar{I}_T| + |I_{AA}^T|}, \\
 I_{AD}^{T+1} &= I_{DD}^{T+1}; \\
 P_{DA}^{T+1} &= k \cdot P_{DD}^T \cdot \frac{\bar{I}_T - I_{DD}^T}{|\bar{I}_T| + |I_{DD}^T|}, \\
 I_{DA}^{T+1} &= I_{AA}^{T+1}; \\
 P_{AA}^{T+1} &= P_{AA}^T + P_{DA}^{T+1} - P_{AD}^{T+1}, \\
 I_{AA}^{T+1} &= P_{AA}^{T+1} \cdot A \odot (p^{t+1}) + (1 - P_{AA}^{T+1}) \cdot (B \odot (p^{t+1})); \\
 P_{DD}^{T+1} &= P_{DD}^T + P_{AD}^{T+1} - P_{DA}^{T+1}, \\
 I_{DD}^{T+1} &= P_{AA}^{T+1} \cdot C \odot (p^{t+1}) + (1 - P_{AA}^{T+1}) \cdot D \odot (p^{t+1}); \\
 \bar{I}_{T+1} &= P_{AA}^{T+1} \cdot I_{AA}^{T+1} + P_{DD}^{T+1} \cdot I_{DD}^{T+1}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

按研究问题的一般方法,先研究收益函数是进化阶段的线性函数且收益矩阵是对称的情形.

假设收益函数

$$\begin{aligned}
 A \odot (p^t) &= a(\otimes) p^t + m(\otimes), \\
 B \odot (p^t) &= b(\otimes) p^t + l(\otimes), \\
 C \odot (p^t) &= c(\otimes) p^t + r(\otimes), \\
 D \odot (p^t) &= d(\otimes) p^t + s(\otimes).
 \end{aligned}$$

其中: $a(\otimes), b(\otimes), c(\otimes), d(\otimes), m(\otimes), l(\otimes), r(\otimes), s(\otimes)$ 均为灰数;实数参数可视为灰数的特殊形式.

下面讨论此灰博弈的复制动态^[7]和进化稳定策略.考虑采取 A 策略的博弈方的比例,其复制动态用如下微分方程表示:

$$dp^t/dt = p^t (I_{AA}^T - \bar{I}_T). \tag{9}$$

该方程表明,选择 A 策略的博弈方的比例变化率与该博弈方的比例成正比,与该类博弈方期望收益大于所有博弈方平均收益的幅度成正比.根据收益矩阵和链结构方程,可得到复制动态方程^[5](为讨论方便,这里令 $p^t = p$)

$$\begin{aligned}
 dp^t/dt &= p^t (I_{AA}^T - \bar{I}_T) = \\
 &= p(1 - p) \{ [a(\otimes) - c(\otimes) - b(\otimes) + d(\otimes)] p^2 + \\
 &+ [m(\otimes) - r(\otimes) - d(\otimes) + s(\otimes) + b(\otimes) - \\
 &l(\otimes)] p + [l(\otimes) - s(\otimes)] \}.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

式(9)和(10)中 $0 < p < 1$.

根据复制动态方程研究复制动态的稳定状态.令 $dp/dt = 0$,显然最多可能有 4 个稳定状态.

当 $p = 0$ 时, $dp/dt = 0$,即如果没有博弈方采用 A 策略,那么采用 A 策略的博弈方就始终不会出现;当 $p = 1$ 时,所有博弈方都采取 A 策略,变化速度为零;当 $0 < p < 1$ 时,曲线

$$y_{\odot}(p) = [a(\odot) - c(\odot) - b(\odot) + d(\odot)]p^2 + [m(\odot) - r(\odot) - d(\odot) + s(\odot) + b(\odot) - l(\odot)]p + [l(\odot) - s(\odot)] = M(\odot)p^2 + N(\odot)p + R(\odot)$$

与 y 轴的交点,即是可能的稳定状态;当 $N(\odot)^2 - 4M(\odot)R(\odot) \geq 0$ 时,可能存在交点

$$p = \frac{-N(\odot) \pm \sqrt{N(\odot)^2 - 4M(\odot)R(\odot)}}{2M(\odot)}$$

由上述分析可看出,稳定状态的存在情况由收益函数的参数之间的关系决定。

3 进化稳定策略解

由于引入了灰参数,模型的求解变得较为复杂,且模型的求解与灰参数的数量以及灰数覆盖^[4]的优劣密切相关.考虑到灰数比较大小的问题尚未完全得到解决,因此根据灰数及其计算结果的情况来分类讨论进化稳定策略的求解。

3.1 灰数或其计算结果可比

在灰数大小可直接比较或灰数运算结果可比较大小的情况下^[8],可得到以下结论:

命题 1 当 $m(\odot) < r(\odot), l(\odot) < s(\odot)$ 时,此博弈存在 2 个进化稳定策略(ESS): $p_1 = 0, p_2 = 1$ 。

1) 当 $a(\odot) < c(\odot)$ 且 $b(\odot) < d(\odot)$ 时,此博弈的进化稳定策略仅有 $p_2 = 1$;

2) 当 $a(\odot) > c(\odot)$ 且 $b(\odot) > d(\odot)$ 时,此博弈的进化稳定策略仅有 $p_1 = 0$ 。

证明略。

命题 2 当 $m(\odot) < r(\odot), l(\odot) < s(\odot)$, 且 $a(\odot) < c(\odot), b(\odot) < d(\odot)$ 时, $dp/dt < 0$, 仅有 $p_1 = 0$ 是此博弈的进化稳定策略。

证明略。

命题 3 当 $m(\odot) < r(\odot), l(\odot) < s(\odot)$, 且 $a(\odot) > c(\odot), b(\odot) > d(\odot)$ 时,记

$$(\odot) = \frac{r(\odot) - m(\odot)}{a(\odot) - c(\odot)},$$

$$(\odot) = \frac{s(\odot) - l(\odot)}{b(\odot) - d(\odot)},$$

p^0 表示初始策略 A 的选择比例,则:

1) 当 p^0 满足条件 $p^0 > \max((\odot), (\odot))$ 时,此博弈仅有进化稳定策略 $p_2 = 1$;

2) 当 p^0 满足条件 $p^0 < \min((\odot), (\odot))$ 时,此博弈仅有进化稳定策略 $p_1 = 0$;

3) 当 $\min((\odot), (\odot)) < p^0 < \max((\odot), (\odot))$ 时,必存在一个临界点 $p = p^*(\odot) \in (0, 1)$,在 $p^*(\odot)$ 的左边和右边,进化博弈分

别稳定于 $p_1 = 0$ 或 $p_2 = 1$ 。

证明 设 $q = 1 - p$, 则 $0 < p, q < 1, dp/dt = p(I_{AA}^T - \bar{I}_T) = pq(I_{AA}^T - I_{DD}^T)$, 且 $(I_{AA}^T - I_{DD}^T) = p[(a(\odot) - c(\odot))p - (r(\odot) - m(\odot))] + q[(b(\odot) - d(\odot))p - (s(\odot) - l(\odot))]$ 。

当 $p > p^0, dp/dt = p(I_{AA}^T - \bar{I}_T) > 0$ 时,由条件 1) 得 $(I_{AA}^T - I_{DD}^T) > 0$, 因此仅有 $p_2 = 1$ 是此博弈的进化稳定策略。

当 $p < p^0, dp/dt = p(I_{AA}^T - \bar{I}_T) < 0$ 时,由条件 2) 得 $(I_{AA}^T - I_{DD}^T) < 0$, 因此仅有 $p_1 = 0$ 是此博弈的进化稳定策略。

当 $\min((\odot), (\odot)) < p^0 < \max((\odot), (\odot))$ 时, dp/dt 符号不确定,随着 p 的增大, dp/dt 符号由负转为正.因复制动态方程连续可导,由中值定理,必存在一个临界点 $p = p^*$,使得 $dp/dt = 0$. 在 p^* 的左边和右边,进化博弈分别稳定于 $p_1 = 0$ 或 $p_2 = 1$. 对于灰参数的不同取值,临界点 $p = p^*$ 的不同取值构成灰临界点 $p^*(\odot)$ 。

临界点 $p^*(\odot)$ 由各参数之间的关系确定.这个命题揭示了在此种情况下,进化博弈的进化稳定策略对初始值的敏感性。

命题 4 当 $m(\odot) < r(\odot), l(\odot) < s(\odot)$, 且 $a(\odot) < c(\odot), b(\odot) < d(\odot)$ 时,记

$$(\odot) = \frac{m(\odot) - r(\odot)}{c(\odot) - a(\odot)},$$

$$(\odot) = \frac{l(\odot) - s(\odot)}{d(\odot) - b(\odot)}.$$

则有:

1) 如果满足条件 $(\odot) < 1$ 且 $(\odot) < 1$, 则此博弈仅有 $p_2 = 1$ 的进化稳定策略;

2) 如果满足条件 $0 < (\odot) < 1$ 且 $0 < (\odot) < 1$, 则此博弈的进化稳定策略解 p 为

$$\frac{\min((\odot), (\odot))}{\max((\odot), (\odot))} < p < 1.$$

3) 如果满足条件 $\max((\odot), (\odot)) < 1, 0 < \min((\odot), (\odot)) < 1$, 则此博弈的进化稳定策略解 p 为

$$\min((\odot), (\odot)) < p < 1.$$

证明 由命题 3 的证明过程,如果满足条件 1), 则必有 $(I_{AA}^T - I_{DD}^T) < 0$, 所以 $dp/dt < 0$, 因此仅有 $p_2 = 1$ 是此博弈的进化稳定策略。

如果满足条件 2), 则分以下 3 种情况讨论: 1) 当 $p < \min((\odot), (\odot))$ 时, $dp/dt < 0$; 2) 当 $p > \max((\odot), (\odot))$ 时, $dp/dt > 0$; 3) 当 $\min((\odot), (\odot)) < p < \max((\odot), (\odot))$ 时, dp/dt 随着 p 的增大符合由正转为负,

因复制动态方程连续可导,由中值定理,必存在

$$\min(p^*, p^*) \leq p \leq \max(p^*, p^*),$$

使得 $dp/dt = 0$. 因此,进化稳定策略解 p^* 为

$$\min(p^*, p^*) \leq p \leq \max(p^*, p^*).$$

如果满足条件3),则当 $p^* \leq \min(p^*, p^*) < 1$ 时, $dp/dt > 0$; 当 $\min(p^*, p^*) < p < 1$ 时, dp/dt 符号不确定; 当 $p = 1$ 时, $dp/dt = 0$. 故此博弈的进化稳定策略解 p^* 为

$$\min(p^*, p^*) \leq p \leq 1.$$

3.2 灰数运算结果不可比

假如灰数运算^[4]的结果无法直接比较大小,即无法用前面的命题进行判别,则可采用仿真的方法进行求解.

应用系统动力学方法建立收益与进化阶段强相关的进化博弈的模型,可对不同的参数进行仿真,求解进化稳定策略解. 为了便于说明,将此系统动力学模型的运算过程用符号 $E(\cdot)$ 表示,模型的输入和输出分别是一系列参数,则模型求解可表示为

$$(p^*, G_e, \bar{I}_T) = E(a(\otimes), b(\otimes), c(\otimes), d(\otimes), m(\otimes), l(\otimes), r(\otimes), s(\otimes), p^0, \dots). \quad (11)$$

式中: p^* 表示当进化到 G_e 代时,采用策略 A 的比例; \bar{I}_T 则表示这个时刻全体成员的平均收益. 进化代数 G_e 由 \bar{I}_T 决定,即当条件 $(\bar{I}_{T+1} - \bar{I}_T)/\bar{I}_T$ 满足时仿真停止. 当 \bar{I}_T 取值足够小时, p^* 和 \bar{I}_T 分别是模型的进化稳定策略解和全体平均收益.

仿真时不能将灰数直接输入,因此根据灰数覆盖的运算方法^[4],将求解转化为两组仿真运算的组合. 以 $a(\otimes)$ 为例来说明符号的表示,记 $\bar{D}(a(\otimes)) = [a^-, a^+]$ 是灰数 $a(\otimes)$ 的覆盖,其中 a^- 和 a^+ 分别是灰数覆盖的最小和最大取值. 其他参数的表示方法类似.

由于进化的方向和速度是由两种策略的收益的对比情况决定的,只要分析极限的两种情况,即两种策略收益差距最大和差距最小的两种情况,就可以把握住这个博弈问题的进化稳定策略解. 求解的两组仿真参数分别为

$$(p^*_1, G_e(1), \bar{I}_T(1)) = E(a^-, b^-, c^+, d^+, m^-, l^-, r^+, s^+, p^0, \dots), \quad (12)$$

$$(p^*_2, G_e(2), \bar{I}_T(2)) = E(a^+, b^+, c^-, d^-, m^+, l^+, r^-, s^-, p^0, \dots). \quad (13)$$

这里进化代数与平均收益的大小无法确定,因此分别用括号中的数字进行标识. 当所有参数的覆盖给出后,便可分别进行两组仿真. 为便于讨论,将

这种求解方法称为极限组合求解法.

通过分析可得到下面的结论:

结论 1 对于所有的 $0 < p^0 < 1$, 如果存在足够小的 $\epsilon > 0$, 使得:

- 1) 若 p^*_1 趋向 0, 则此博弈的进化稳定策略解为 $p^* = 0$;
- 2) 若 p^*_2 趋向 1, 则此博弈的进化稳定策略解为 $p^* = 1$;
- 3) 若 p^*_1 趋向 1, p^*_2 趋向 0, 则进化博弈对初始值具有敏感性, 进化稳定策略解由初始值 p^0 决定.

结论 1 的条件“所有的 $0 < p^0 < 1$ ”, 在实际仿真中不可能也不必要对所有 p^0 进行, 可以对 p^0 选取一系列值进行仿真, 例如 (0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.999). 当然, 在必要的情况下, 根据仿真结果, 可用插值法增加 p^0 的取值进行仿真. 而且只要存在 $0 < p^0 < 1$, 使得结论的第 3) 种情况出现, 则排除 1) 和 2) 的可能性. 通过仿真, 可大致确定 $p^*(\otimes)$, 当初始值 p^0 在其覆盖的左边和右边区间时, 博弈的进化稳定策略解分别为 0 和 1.

3.3 其他解决方法

除上面的两种方法, 还可借用标准灰数的思想进行仿真求解.

借用标准灰数^[8]的思想进行求解, 就是将灰数运算转化为实数运算. 以 $a(\otimes)$ 为例, 灰数 $a(\otimes)$ 的覆盖是 $\bar{D}(a(\otimes)) = [a^-, a^+]$, 则灰数 $a(\otimes)$ 可用标准灰数 $a^- + a^-(a^+ - a^-)$ 表示, 其中 a^- 称为单位灰数, 满足 $0 \leq a^- \leq 1$. 可将 a^- 视为对收益的乐观程度的衡量, 则不同的单位灰数的向量 $\bar{a} = [a_i^-] (i = a, b, \dots, r, s)$ 所对应的不同仿真结果, 从另一个角度反映了进化稳定策略解的情况.

4 案例分析

下面针对上述进化稳定策略求解方法和结论设计算例, 并通过系统动力学模型进行仿真和分析.

4.1 灰数或其计算结果可比

表 3 的算例符合命题 1 和命题 2 的情形, 表 4 和表 5 分别验证了命题 3 和命题 4. 现以产业集聚^[9]为例, 分析模型参数及其进化稳定策略解的经济含义.

大量同类企业形成地理上的集中, 相互之间形成相互协作或相互竞争的复杂关系. 收益与进化阶段强相关的对称灰进化博弈的各参数综合反映了企业这样的环境中的收益状况. 假设在 T 时刻, 比例 p 的企业采用策略“集聚”, 比例 $q = 1 - p$ 的企业采用“不集聚”策略, 则上面构建的收益与进化阶段强相关的对称灰进化博弈的进化稳定策略, 描述了一

表 3 收益与进化程度强相关的灰进化博弈仿真结果 1

	算 例			算 例	
	1	2		1	2
<i>a</i>	[15,16]	[9,10]	<i>r</i>	[4,5]	[10,11]
<i>b</i>	[13,14]	[13,14]	<i>s</i>	[5,6]	[9,10]
<i>c</i>	[12,13]	[11,12]	p^0	0.1	0.1
<i>d</i>	[10,11]	[15,18]	G_e	[33,118]	[15,52]
<i>m</i>	[5,6]	[8,9]	<i>p</i>	1	0
<i>l</i>	[6,7]	[6,8]	\bar{T}_T	[19.992,21.998]	[9.003,10.0005]

表 4 收益与进化程度强相关的灰进化博弈仿真结果 2

	算 例				
	3	4	5	6	7
<i>a</i>	10	10	10	10	10
<i>b</i>	9	9	9	9	9
<i>c</i>	5	5	5	5	5
<i>d</i>	5	5	5	5	5
<i>m</i>	[4,4.5]	[4,4.5]	[4,4.5]	[4,4.5]	[4,4.5]
<i>l</i>	[2,3]	[2,3]	[2,3]	[2,3]	[2,3]
<i>r</i>	[5,6]	[5,6]	[5,6]	[5,6]	[5,6]
<i>s</i>	[4,5]	[4,5]	[4,5]	[4,5]	[4,5]
	[0.1,0.4]	[0.1,0.4]	[0.1,0.4]	[0.1,0.4]	[0.1,0.4]
	[0.2,0.6]	[0.2,0.6]	[0.2,0.6]	[0.2,0.6]	[0.2,0.6]
p^0	0.05	0.1816	0.3	0.5	0.65
G_e	[6,21]	[1,9]	[12,31]	[1,25]	[23,37]
<i>p</i>	0	[0,0.1816]	[0,1]	[0.5,1]	1
\bar{T}_T	[4,5]	[4,5]	[5,14.499]	[7.75,14.5]	[13.998,14.499]

表 5 收益与进化程度强相关的灰进化博弈仿真结果 3

	算 例		
	8	9	10
<i>a</i>	8	5	[7,8]
<i>b</i>	9	6	[4,5]
<i>c</i>	10	10	[8.5,9]
<i>d</i>	10	11	[7,8]
<i>m</i>	[5,6]	[4.5,5]	[4.5,5]
<i>l</i>	[5,7]	[5.5,5]	[5,6]
<i>r</i>	[1,2]	[1,2]	[3.5,4]
<i>s</i>	[1,3]	[3,4]	[1,2]
	[1.5,2.5]	[0.5,0.8]	[0.25,3]
	[2,6]	[0.2,0.5]	[0.75,2.5]
p^0	0.1	0.1	0.1
G_e	[30,78]	[58,69]	[100,349]
<i>p</i>	1	[0.285,0.713]	[0.866,0.978]
\bar{T}_T	[12.993,13.998]	[6.487,8.914]	[10.846,12.271]

定条件下区域产业集聚的发展轨迹.

从总体上看,随着时间的推移,收益与进化阶段强相关的对称灰进化博弈都存在唯一的进化稳定策略均衡点,且参数不同,进化稳定速度也不同,初始值越靠近均衡点,其进化达到均衡的时间越短.

算例1的参数表示策略A所带来的收益与策略D相比,具有绝对的优势.一旦有个体选择集聚策略A,则策略A的比例将不断上升,整个群体向集聚的方向发展.这是一种绝对集聚的理想模式.如果区域经济环境的构建以及政策的安排使得这种条件形成,则产业集聚就会自动形成,而且不断加速.这个模型从理论上验证了许多地区创造各种有利条件和政策优势的正确性.

算例2恰恰相反,其参数表明,任何阶段集聚策略与分散策略相比均处于劣势,这是绝对不可能形成集聚的模式,即使集聚已经形成也最终衰退乃至灭亡.这是各集聚区域最为担心和努力避免的情形.这个模式说明了建设和发展区域经济环境并不断保持其优势的必要性,与时俱进、积极建设,避免产业集聚优势转为劣势是既有的产业集聚的始终任务.

表4中的5个算例的参数说明,策略A不比策略D有明显的优势;当群体采取集聚策略A时,相互之间的正向作用比采取分散策略时大.因此,当集聚策略的参与者比例 p 足够大时,策略A的收益会大于策略D,且随着比例增加,策略A越来越明显地优于策略D.这说明集聚在达到一定的规模时才体现出优势.这种情形与现实经济生活最为贴近.

图2为不同初始值的进化轨迹.参数相同,但初始条件 p^0 不同.此灰进化博弈的进化轨迹与进化稳定策略解不同,存在一个灰临界点 $p^*(\otimes)$,其覆盖大约为 $[0.1816, 0.5]$,这里仅给出约值.在其两侧,进化稳定策略解分别为 $p_1 = 0$ 和 $p_2 = 1$,且初始值离临界值越远,达到稳定状态越快.在临界值两边,群体的平均收益也存在重大差异.若初始值在 p^* 的

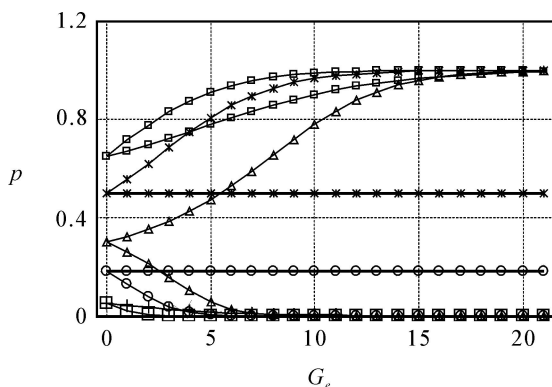


图2 算例3~算例7不同初始值的进化稳定策略进化轨迹

灰数覆盖中,则无法判定进化稳定策略解,要依灰参数的具体取值而定.

该模型有明显的现实意义:在一个区域内,尽管条件不是很优越,集聚策略A不比分散策略D有明显的优势,因而没有自动形成的现有集聚.但若可以形成一定的初始集聚规模(满足 $p^0 > p^*(\otimes)$),则有可能推进区域集聚的发展.从该意义上说,产业集聚是可以有意识地被“创造”出来.

现实的经济生活中,一些地区在集聚发展初期积极建设专业市场,带动和促进集聚发展,取得了很好的效果.模型从理论上解释了为什么建立和发展大规模的专业市场具有明显的带动经济发展的效果,模型也给出了临界条件:足够大的初始规模 $p^0 > p^*(\otimes)$;模型同时说明了产业集聚的一个特性,即在一定的条件下,产业集聚对初始条件的敏感性.

表5中算例的参数 $m(\otimes)$ 、 $r(\otimes)$ 和 $l(\otimes)$ 、 $s(\otimes)$ 说明,产业集聚未形成时,集聚策略明显优于分散策略; $a(\otimes) < c(\otimes)$ 和 $b(\otimes) < d(\otimes)$ 说明,集聚比例增加所产生的负面作用使集聚带来的好处受到部分抵消.

该模型的经济含义是:尽管集聚策略的最初优势明显,但如果随着集聚阶段的推进,负面因素增加,参与集聚的速度会由快变慢.而集聚的发展趋势主要看收益的变化情况,只要在一定的条件下,集聚产生的负面因素没有抵消正面收益,集聚仍具有吸引力.但当达到某个临界状态时,集聚则不再发展.这时的进化稳定策略便刻画了这种临界状态.

4.2 灰数运算结果不可比

表6中的算例分别给出了3.2节中极限组合求解法结论1中的3种情形.每次计算均对 p^0 的一系

表6 灰进化博弈的极限组合求解法的仿真结果

	算例		
	11	12	13
a	[6,8]	[2,3]	[2,4]
b	[5,6]	[3,4]	[3,4]
c	[5,7]	[2,4]	[2,5]
d	[4,6]	[1,4]	[1,4]
m	[3,5]	[20,22]	[10,12]
l	[4,6]	[15,17]	[8,10]
r	[2,4]	[16,18]	[16,18]
s	[3,5]	[13,15]	[15,18]
$p\bar{r}$	0	1	0
$p\bar{r}$	1	1	0
p	对 p^0 敏感	1	0
\bar{I}_R	与 p^0 有关	[22,25]	[15,18]

列值进行仿真运算. 通过仿真,对灰数不可比情形下的进化稳定策略解有了整体的认识和把握.

4.3 其他解决方法

表 7 的算例 14,可用多组单位灰数向量 进行仿真,特别是通过对特殊的单位灰数向量 的设计和计算,可较为全面地了解进化稳定策略解的情况. 通过单位灰数向量的设计,可实现极限组合求解法的两种组合方法. 因此,限组合求解法可视为这种方法的特殊形式.

表 7 标准灰数计算方法的算例

算例 14	1	2	3	4	取值	
<i>a</i>	[4,6]	0	0.3	1	0	4.6
<i>b</i>	[2,4]	0	0.3	0.5	0	2.2
<i>c</i>	[3,5]	0	0.3	0.2	1	4.6
<i>d</i>	[1,3]	0	0.3	0.3	1	2.8
<i>m</i>	[5,6]	0	0.3	0.1	0	5.1
<i>l</i>	[5,7]	0	0.3	0.6	0	5.4
<i>r</i>	[4,6]	0	0.3	0.4	1	4.8
<i>s</i>	[5,6]	0	0.3	0.7	1	5.7
<i>p</i>	-	1	1	1	0	0
\bar{I}_T	-	9	9.9	11.1	6	5.7

5 结 论

本文根据现实生活中存在的收益与进化阶段强相关的现象,改进并提出了一类收益矩阵与进化阶段强相关的灰进化博弈链结构模型的灰进化博弈模型,讨论了对称状态和线性收益函数条件下的求解过程,并进行了仿真验证. 将仿真结果应用于产业集聚案例的研究,较好地解释了产业集聚的多种现象和表现形式,所得到的结论对经济活动以及政府部门具有一定的启示.

现实的经济活动所面临的环境极为复杂,例如厂商的规模和实力是多层次的,且差异很大,随着时间的推移,厂商的收益函数将发生改变等,因此线性收益函数仅是简化的模型. 为了更好地研究这些问题,所研究的模型也需进行调整,如由对称型到非对称型,线性函数到分段函数、非线性函数等. 这些问题都有待于进一步研究.

参考文献(References)

[1] Daniel Friedman. On economy applications of evolutionary game theory[J]. Evolutionary Economics,

1998, 8(1): 15-34.
 [2] Friedam J W. Game theory with application of economics[M]. Cambridge: MIT Press, 1990.
 [3] 谢识予. 有限理性条件下的进化博弈理论[J]. 上海财经大学学报, 2001, 3(5): 3-9.
 (Xie S Y. Evolutionary game theory under bounded rationality[J]. J of Shanghai University of Finance and Economics, 2001, 3(5): 3-9.)
 [4] Sifeng Liu, Yaoguo Dang, Zhigeng Fang. Grey system theory and applications[M]. Beijing: Press of Science, 2004.
 [5] Aiqing Ruan, Sifeng Liu, Zhigeng Fang, et al. Study on chain model of evolutionary game of industrial cluster under strong correlation between individual pay-off and individual quantity [C]. WCICA 2006: 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006,1: 3648-3652.
 [6] Dieter Balkenborg, Karl H Schlag. Evolutionarily stable sets[J]. Int J Game Theory, 2001, 29(4): 571-595.
 [7] 谢识予. 经济博弈论[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2004.
 (Xie S Y. Game theory in economics[M]. Shanghai: Fudan Press, 2004.)
 [8] 方志耕, 刘思峰. 基于纯策略的灰矩阵二人有限零和博弈模型研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(4): 441-445.
 (Fang Z G, Liu S F. Grey matrix game model based on pure strategy[J]. J of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2003, 35(4): 441-445.)
 [9] 梁琦. 产业集聚论[M]. 北京: 商务印书馆, 2004.
 (Liang Q. Theory of industrial agglomeration [M]. Beijing: The Commercial Press, 2004.)
 [10] Zhigeng Fang, Sifeng Liu, Aiqing Ruan. Study on chain structure model of evolutionary game based on symmetric case [C]. 2005 IEEE Int Conf on Networking, Sensing and Control Sponsored by the IEEE Systems, Man and Cybernetics Society. Tucson, 2005: 19-22.
 [11] Srihari Govindan, Robert Wilson. Maximal stable sets of two-player games[J]. Int J of Game Theory, 2001, 30(4): 557-566.
 [12] Oechssler J, Riedel F. Evolutionary dynamics on infinite strategy spaces[J]. Economic Theory, 2001, 17: 141-162.