第 23 卷 第 6 期 控 制 与 决 策 2008 年 6 月
Vol. 23 No. 6 Control and Decision Jun. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)06-0677-04

一种带有链约束的连续型批处理机调度问题

赵玉芳[1,2], 唐立新[1]
(1. 东北大学 物流优化与控制研究所, 沈阳 110004; 2. 沈阳师范大学 数学与系统科学学院, 沈阳 110034)

摘 要: 针对链式约束下工件释放时间和工期同序的情况,证明了即使所有工件都是单位加工时间时,极小化最大拖期问题也是强 NP-难的. 对于工件的零时刻都到达且同一链中工件工期相同的特殊情况,给出了多项式时间的最优算法.

关键词: 加热炉调度; 连续批; 计算复杂性; 链式约束
中图分类号: O223 **文献标识码**: A

Scheduling problem of a continuous batching machine in chains structure

ZHAO Yu-fang[1,2], *TANG Li-xin*[1]
(1. The Logistics Institute, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. School of Mathematics and Systems Science, Shenyang Normal University, Shenyang 110034, China. Correspondent: ZHAO Yu-fang, E-mail: yufangzhao66 @163. com)

Abstract: For the problem that the job release times and due dates are assumed to be agreeable in chains structure, the objectives are to schedule jobs on the machine so that the maximum tardiness is minimized. It is NP-hard in the strong sense even for the case of unit processing time, and also provide polynomial algorithm to obtain the optimal solution for the case when the due dates in same chain are equal to each other.

Key words: Heating-furnace scheduling; Continuous batch; Computational complexity; Chains structure

1 引 言

连续型批处理机调度问题(Continuous batch scheduling problems)[1]的主要特征是同一批中的工件依次按周期进入、离开机器. 同一批中的工件有各自的开始加工时间和完工时间;每个工件的加工时间均等于这批工件中加工时间的最大者,即基本加工时间;批的加工时间取决于批的大小、批的基本加工时间和机器的容量. 本文研究工件具有链式约束和释放时间以及工期限制等特征的问题. 数学模型描述如下:

设有 n 个工件在一台连续型批处理机上加工,这 n 个工件被分成 ch(1), ch(2), …, ch(s) 共 s 条链. 链 ch(i) $(1 \le i \le s)$ 中有 $n(i)$ 个工件,表示为 $J_{i1}, J_{i2}, \cdots, J_{i,n(i)}$,其中 $n(1) + n(2) + \cdots + n(s) = n$. 工件 J_{ij} 所需的加工时间为 $p_{ij} \ge 0$,释放时间为 $r_{ij} \ge 0$,工期为 $d_{ij} \ge 0$. 链 ch(i) 中的工件可分成若干个批,记为 $B_{i1}, B_{i2}, \cdots, B_{i,m(i)}$,即 B_{ik} 表示第 i 条链中的第 k 个批,批 B_{ik} 中全部工件加工完后才可以加工下一个批;链间彼此独立;批 B_{ik} 的大小记为 $|B_{ik}|$,基本加工时间记为 $p_{(ik)}$,即 $p_{(ik)} = \max\{p_{ij} \mid J_{ij} \in B_{ik}\}$;批的加工时间记为 $p^{(ik)}$;批处理机的容量为 C. 在确定了工件在机器上的一个加工顺序后,J_{ij} 的实际完工时间为 C_{ij};记 $T_{ij} = \max\{0, C_{ij} - d_{ij}\}$,若 $T_{ij} > 0$,则称 T_{ij} 为拖期工件. 目标函数为最大拖期问题,用三参数表示法记为 $1 \mid c\text{-batch}, r_j, \text{chains} \mid T_{\max}$.

钢铁企业的主要特征是批调度生产[2]. 连续型批处理机调度问题是从加热炉的工作过程中提炼出来的新型批调度问题[1]. 文献[1,3]针对单机调度的不同情况进行了研究. 文献[1]研究的是工

收稿日期: 2007-08-22; **修回日期**: 2007-10-23.
基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(70425003); 国家 863 计划项目(2006AA04Z174); 国家自然科学基金项目(60674084).
作者简介: 赵玉芳(1966 —),女,辽宁辽阳人,博士生,从事生产调度与组合最优化的研究; 唐立新(1966 —),男,黑龙江绥化人,教授,博士生导师,从事生产调度、物流与供应链管理等研究.

件同时到达时极小化最大完工时间问题. 当工件的加工时间与工期同序时,文献[3]分别给出了极小化最大拖期和拖期工件数问题的多项式最优算法. 实际生产中,加热炉的后道工序——热轧工艺要求将板坯分成若干个轧制单元(turn),每个轧制单元中板坯的加工顺序固定不变,且在加工新轧制单元中的板坯时轧机需换轨. 这样,在一台加热炉为一台轧机加热板坯时,每个轧制单元中板坯具有链式约束,且链与链之间相互独立. 而传统批调度问题的生产方式是批进批出,同一批中工件具有同一开始加工时间和完工时间[4]. 文献[5,6]研究了带有释放时间及工期的并型工件同时加工调度问题;[7]研究了带有释放时间的串型工件同时加工调度问题;[8]则研究了链式约束的单机分批调度问题.

2 极小化最大拖期问题的复杂性

问题 $1|c\text{-batch}, r_j, \text{chains}|T_{\max}$ 包含两部分内容,即链内如何分批及链间的排序问题. 由文献[1]知,批 B_{ik} 的加工时间为

$$p^{(ik)} = p_{(ik)}\left(1 + \frac{|B_{ik}| - 1}{C}\right),$$

$$i = 1,2,\cdots,s,\ k = 1,2,\cdots,m(i). \qquad (1)$$

显然,B_{ik} 在 t 时刻开始加工时,B_{ik} 中第 l 个工件的完工时间为

$$t + p_{(ik)}\left(1 + \frac{l-1}{C}\right),\ 1 \le l \le |B_{ik}|. \qquad (2)$$

下面利用三划分问题证明 $1|c\text{-batch}, \text{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \text{chains}|NT$ 是强 NP-难的. 其中:NT 表示没有拖期工件;$\text{agr}(r_j, d_j)$ 表示释放时间 r_j 与工期 d_j 同序,即对任意 i,j,当 $r_i \le r_j$ 时,$d_i \le d_j$.

三划分问题:给定 $3t+1$ 个正整数 $a(1)\ \cdots\ a(3t)$ 和 H,其中 $\sum_{i=1}^{3t} a(i) = tH$ 且 $a(i)$ 满足 $H/4 < a(i) < H/2, i = 1,\cdots,3t$,问指标集 $I = \{1,\cdots,3t\}$ 是否能被划分成 t 个互不相交的子集 $S_1,\cdots,S_t$,使得 $\sum_{i\in S_j} a(i) = H,\ j = 1,\cdots,t$.

引理 1 三划分问题是强 NP-完备的[9].

定理 1 问题 $1|c\text{-batch}, \text{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \text{chains}|NT$ 是强 NP-难的.

证明 给定三划分问题的任一实例,构造 $1|c\text{-batch}, \text{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \text{chains}|NT$ 的一个实例如下:

1) 批处理机的容量为 $C = 2$.

2) 对于每个正整数 $a(i)$, $1 \le i \le 3t$,构造 1 条由 $a(i)$ 个工件组成的链 $\text{ch}(i)$,结构为

$$\text{ch}(i): J_{i1} \to J_{i2} \to \cdots \to J_{i,a(i)}.$$

其中:$p_{ij} = 1, r_{ij} = 0, d_{ij} = \bar{d} = 3t + Ht/2 - 3/2, j = 1,\cdots,a(i)$.

3) 对于 $i = 1,2,\cdots,t-2$,构造含 $2t-2$ 个辅助工件的工件组 $\{J_{3t+1,1}, J_{3t+1,2}, J_{3t+2,1}, J_{3t+2,2},\cdots,J_{4t-1,1}, J_{4t-1,2}\}$,工件 $\{J_{3t+i,1}, J_{3t+i,2}\}$ 组成 1 条链,即

$$\text{ch}(3t+i): J_{3t+i,1} \to J_{3t+i,2}.$$

其中:$p_{3t+i,j} = 1, j = 1,2; r_{3t+i,1} = 3i + Hi/2 - 3/2; r_{3t+i,2} = 0; d_{3t+i,1} = \bar{d} = 3t + Ht/2 - 3/2; d_{3t+i,2} = 3i + Hi/2$.

显然,上述变换可以在拟多项式时间内完成.

下面只需证明三划分问题有解,当且仅当问题 $1|c\text{-batch}, \text{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \text{chains}|NT$ 有可行解.

1) 必要性

设 $\{S_1, S_2,\cdots,S_t\}$ 是三划分问题的 1 个解,$S_i = \{\xi_i, \eta_i, \zeta_i\}$. 构造 $1|c\text{-batch}, \text{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \text{chains}|NT$ 的一个调度表:将每条链 $\text{ch}(i)$ $(i = 1,\cdots,4t-1)$ 中的工件分别放在一批中加工,表示为 $B_i = \{J_{i1},\cdots,J_{i,a(i)}\}$ $(i = 1,\cdots,3t)$ 和 $B_{3t+i} = \{J_{3t+i,1}, J_{3t+i,2}\}$ $(i = 1,\cdots,t-1)$. 按下面的调度表安排各批的加工顺序没有拖期工件,其中任两相邻批之间加工时都无空闲.

$(\{J_{\xi_1,1}, J_{\xi_1,2},\cdots,J_{\xi_1,a(\xi_1)}\},\{J_{\eta_1,1}, J_{\eta_1,2},\cdots,J_{\eta_1,a(\eta_1)}\},\{J_{\xi_1,1}, J_{\xi_1,2},\cdots,J_{\xi_1,a(\xi_1)}\},\{J_{3t+1,1}, J_{3t+1,2}\},\cdots,\{J_{4t-1,1}, J_{4t-1,2}\},\{J_{\xi_t,1}, J_{\xi_t,2},\cdots,J_{\xi_t,a(\xi_t)}\},\{J_{\eta_t,1}, J_{\eta_t,2},\cdots,J_{\eta_t,a(\eta_t)}\},\{J_{\zeta_t,1}, J_{\zeta_t,2},\cdots,J_{\zeta_t,a(\zeta_t)}\})$.

2) 充分性

先证明下面的事实:若 $1|c\text{-batch}, \text{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \text{chains}|NT$ 存在可行解,则辅助工件 $J_{3t+i,1}$ 和 $J_{3t+i,2}$ $(i = 1,2,\cdots,t-1)$ 一定在同一批加工,即辅助工件必须按 $\{J_{3t+1,1}, J_{3t+1,2}\},\cdots,\{J_{4t-1,1}, J_{4t-1,2}\}$ 分批. 用反证法. 假设结论不成立,那么至少存在 1 条链 $\text{ch}(3t+k)$, $1 \le k \le t-1$,工件 $J_{3t+k,1}$ 和 $J_{3t+k,2}$ 分别作为一批加工. 不失一般性,假设 $k = 1$,即 $J_{3t+1,1}$ 和 $J_{3t+1,2}$ 分别作为一批加工. 设 π 是工件带有释放时间和工期限制,而 $J_{3t+1,1}$ 和 $J_{3t+1,2}$ 分别作为一批加工的极小化最大完工时间的最优调度,C_π 是对应的最大完工时间. 因为 $J_{3t+i,1}$ 和 $J_{3t+i,2}$ $(i = 2,\cdots,t-1)$ 在一条链中加工,加工时间相同,由文献[1]中性质 1,它们分别在同一批中、在 $r_{3t+i,1}$ 时刻开始加工,即辅助工件的分批为 $\{J_{3t+1,1}\}$, $\{J_{3t+1,2}\}$, $\{J_{3t+2,1}, J_{3t+2,2}\},\cdots,\{J_{4t-1,1}, J_{4t-1,2}\}$,其加工时间和为 $3t/2 - 1$. 同理,对于 J_{ij} $(i = 1,2,\cdots,3t,\ j = 1,2,\cdots,a(i))$,每条链中的工件在同一批中加工,加工时间和为 $Ht/2 + 3t/2$. 那么

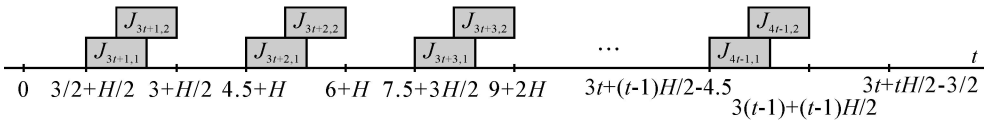

图 1　定理 1 中的工件 J_{ij} ($i = 3t+1, \cdots, 4t-1$, $j = 1, 2$) 的调度图

$$C_{\bar{\pi}} \ge 3t + \frac{H}{2}t - 1 > 3t + \frac{H}{2}t - \frac{3}{2} = \bar{d},$$

有拖期工件,矛盾. 因此辅助工件 $J_{3t+i,1}$ 和 $J_{3t+i,2}$ 一定在同一批中加工,即每条链中的辅助工件一定按 $\{J_{3t+1,1}, J_{3t+1,2}\}, \{J_{3t+2,1}, J_{3t+2,2}\}, \cdots, \{J_{4t-1,1}, J_{4t-1,2}\}$ 分批. 由 $J_{3t+i,1}$ 与 $J_{3t+i,2}$ 的释放时间和工期可知,这些批必须分别在 $3i + iH/2 - 3/2$ 时刻开始加工,在 $3i + iH/2$ 时刻完工. 这样,这 $t-1$ 个批的加工时刻与 0 时刻及最大工期形成了 t 个长度为 $H/2 + 3/2$ 的时间间隔,如图 1 所示,工件 $J_{11}, \cdots, J_{1,a(1)}, \cdots, J_{3t,1}, \cdots, J_{3t,a(3t)}$ 要在这些时间间隔内被加工完. 链 ch(i) 中工件组成一批记为 B_i,若某时间间隔内只加工不超过 2 批的工件,则一定有某个时间间隔至少加工 4 批工件,这些工件的加工时间和至少为 $H/2 + 2$,超出了此时间间隔的长度,会产生拖期工件. 故这些时间间隔包含且只包含 3 个批. 设 $B_{h_{j1}}$, $B_{h_{j2}}$, $B_{h_{j3}}$ 在时间间隔 $[3(j-1) + (j-1)H/2, 3j + jH/2 - 3/2]$ 内加工,那么一定有

$$\frac{a(h_{j1})+1}{2} + \frac{a(h_{j2})+1}{2} + \frac{a(h_{j3})+1}{2} \le \frac{3}{2} + \frac{H}{2},$$

即 $a(h_{j1}) + a(h_{j2}) + a(h_{j3}) \le H$. 又

$$\sum_{j=1}^{t} (a(h_{j1}) + a(h_{j2}) + a(h_{j3})) = tH,$$

则 $a(h_{j1}) + a(h_{j2}) + a(h_{j3}) = H$. 取 $S_j = \{h_{j1}, h_{j2}, h_{j3} \mid a(h_{j1}) + a(h_{j2}) + a(h_{j3}) = H\}$,则 $S_1, S_2, \cdots, S_t$ 就是三划分问题的一个解. □

推论 1　问题 $1 \mid c\text{-batch}, \mathrm{agr}(r_j, d_j), p_j = 1, \mathrm{chains} \mid T_{\max}$ 是强 NP-难的.

3　多项式可解的特殊情形

考虑工件在零时刻都到达,且每条链中工件的工期都相同的连续性批处理机调度问题. 用三参数表示法记为 $1 \mid c\text{-batch}, d_{ij} = d_i, \mathrm{chains} \mid T_{\max}$.

设第 i 条链含有工件 $J_{i1}, J_{i2}, \cdots, J_{i,n(i)}$,工期为 $d_{ij} = d_i$. 由 $T_{ij} = \max\{0, C_{ij} - d_{ij}\}$ 可知, $T_{i1} \le T_{i2} \le \cdots \le T_{i,n(i)} = \max\{0, C_{i,n(i)} - d_i\}$,此式说明每条链中的最大拖期工件一定是最后一个工件. 定义 $T_i = \max\{0, C_{i,n(i)} - d_i\}$ 为链 ch(i) 的拖期. 对于链间的排序,有如下引理:

引理 2　在问题 $1 \mid c\text{-batch}, d_{ij} = d_i, \mathrm{chains} \mid T_{\max}$ 中,一定存在一个这样的最优调度,各链间的加工顺序是按 EDD 规则排列的.

证明　设最优调度 π 对应的目标函数值为 $T_{\max}$,其不符合 EDD 规则,则至少存在两个相邻链 ch(i) 和 ch(j),使得 $d_i < d_j$,且 ch(i) 在 ch(j) 后加工. 这样 $C_{i,n(i)} > C_{j,n(j)}$,从而 $T_j \le T_i$. 对 π 作调度如下:只交换 ch(i) 和 ch(j) 的加工位置,得新调度为 $\bar{\pi}$. 那么除 ch(i) 和 ch(j) 中工件的完工时间发生变化外,其他工件都不变,则 $\overline{T_{\max}} \le T_{\max}$. 所以 $\bar{\pi}$ 也是最优调度. 重复上述过程,经过有限次交换可得到 1 个按 EDD 规则排列的最优调度. □

对于每条链而言,此链中工件的最大完工时间越小,拖期就越小. 由于链中工件加工顺序固定,可采用类似于文献[1]中求极小化最大完工时间的动态规划算法,依次对每条链进行分批,就会得到使该链的最大完工时间最小的分批方法. 由引理 2 可得求解极小化最大拖期问题的算法如下,其中 $f_i(k)$ 表示第 i 条链中工件从 J_{i1} 到 J_{ik} 对应的目标函数值.

算法 1

Step1: 将所有链按 EDD 规则排列,使得 $d_1 \le d_2 \le \cdots \le d_s$;

Step2: 依次对链 ch(i) 进行分批, $i = 1, 2, \cdots, s$,令 $f_i(0) = 0$,按递归方程

$$f_i(k) = \min_{0 \le j \le k-1} \left\{ f_i(j) + \max_{j+1 \le l \le k} \{p_{il}\} \left(1 + \frac{k-j-1}{C}\right) \right\}$$

计算 $f_i(k)$, $k = 1, 2, \cdots, n(i)$;

Step3: 依次计算 $C_{i,n(i)}$ 和 T_i,其中

$$C_{i,n(i)} = \sum_{j=1}^{i} f_j(n(j)),\ T_i = \max\{0, C_{i,n(i)} - d_i\},$$

则 $T_{\max} = \max\{T_i\}$ 就是所求,对应的调度就是最优调度.

算法的复杂性是 $O(n^2)$.

例 1　利用算法 1,考虑 $n = 10$, $C = 2$ 的一个例子. 其中各链中工件的加工时间和工期分别为

ch(1): $J_{11} \to J_{12} \to J_{13} \to J_{14} \to J_{15} \to J_{16}$,

$p_1 = (4, 6, 5, 4, 8, 8)$, $d_1 = 40$;

ch(2): $J_{21} \to J_{22} \to J_{23} \to J_{24} \to J_{25}$,

$p_2 = (6, 8, 4, 4, 4)$, $d_2 = 42$.

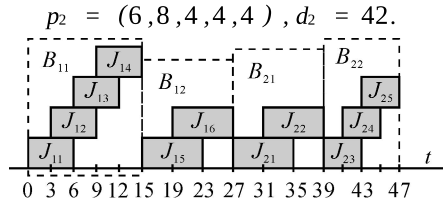

图 2　例 1 中工件的调度图

则最优值是 $T_{max} = 5$,最优分批是 $B_{11} = \{ J_{11}, J_{12}, J_{13}, J_{14} \}$, $B_{12} = \{ J_{15}, J_{16} \}$, $B_{21} = \{ J_{21}, J_{22} \}$, $B_{22} = \{ J_{23}, J_{24}, J_{25} \}$,加工过程如图 2 所示.

4 结 论

链式约束下连续型批调度问题的模型来源于钢铁工业加热炉对板坯的生产过程. 在实际生产中,加热炉加热只是中间生产环节. 加工顺序被给定的情况在实际问题中普遍存在,且工件带有的释放时间和工期同序的限制问题更为普遍. 本文讨论了极小化最大拖期问题,对于这一模型的其他目标函数,如极小化拖期工件数、拖期惩罚等问题的研究同样具有意义.

参考文献(References)

[1] 赵玉芳, 唐立新. 极小化最大完工时间的单机连续型批调度问题[J]. 自动化学报, 2006, 32(5): 730-737.
(Zhao Y F, Tang L X. Scheduling a single continuous batch processing machine to minimize makespan[J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(5): 730-737.)

[2] Tang L X, Liu J Y, Rong A Y, et al. A review of planning and scheduling systems and methods for integrated steel production [J]. European J of Operational Research, 2001, 133(1): 1-20.

[3] Zhao Y F, Tang L X. Scheduling with agreeable processing times and due dates on a semi-continuous batch processing machine[C]. Proc of the 4th Int Conf on Impulsive and Hybrid Dynamical Systems. Nanning: Watam Press, 2007: 2406-2409.

[4] Potts C N, Kovalyov M Y. Scheduling with batching [J]. European J of Operational Research, 2000, 120 (2): 228-249.

[5] Lee C Y, Uzsoy R, Martin-Vega L A. Efficient algorithms for scheduling semiconductor burn-in operations[J]. Operations Research, 1992, 40(4): 764-775.

[6] Brucker P, Gladky A, Hoogeveen H, et al. Scheduling a batching machine[J]. J of Scheduling, 1998, 1(1): 31-54.

[7] Ng C T, Cheng T C E, Yuan J J. A note on the single machine serial batching scheduling problem to minimize maximum lateness with precedence constraints [J]. Operations Research Letters, 2002, 30(1): 66-68.

[8] 刘朝晖, 俞文紫. 链式先后关系下的单机分批排序问题[J]. 运筹学学报, 1999, 3(1): 65-68.
(Liu Z H, Yu W C. One-machine scheduling with batching under chain-like precedence constraints [J]. Operations Research Transactions, 1999, 3(1): 65-68.)

[9] Garey M R, Johnson D S. Computers and intractability: A guide to the theory of NP-Completeness[M]. San Francisco: Freeman, 1979.

(上接第 676 页)

参考文献(References)

[1] Ding S X, Zhang P. Observer-based monitoring of distributed networked control systems[C]. Proc of the IFAC Safeprocess Conf. Beijing, 2006: 337-342.

[2] Ping Zhang, Steven X Ding. Fault detection of networked control systems with limited communication [C]. Proc of the IFAC Safeprocess Conf. Beijing, 2006: 1135-1140.

[3] Dominique Sauter, Taha Boukhobza, Frédéric Hamelin. Decentralized and autonomous design for FDI/FTC of networked control systems [C]. Proc of the IFAC Safeprocess Conf. Beijing, 2006: 163-168.

[4] Daniel Georgiev, Dawn M Tilbury. Packet-based control: The H_2-optimal solution [J]. Automatica, 2006, 42(1): 137-144.

[5] Weihua Li, Zhengang Han, Sirish L Shah. Subspace identification for FDI in systems with non-uniformly sampled multirate data[J]. Automatica, 2006, 42(4): 619-627.

[6] Iman Izadi, Qing Zhao, Tongwen Chen. An H_∞ approach to fast rate fault detection for multirate sampled-data systems[J]. J of Process Control, 2006, 16(6): 651-658.

[7] 肖建. 多采样率数字控制系统[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
(Xiao J. Multirate digital control systems[M]. Beijing: Science Press, 2003.)

[8] Zhang P, Ding S X, Wang G, et al. An H_∞ approach to fault detection for sampled-data systems[C]. Proc of American Control Conf. Anchorage, 2002: 2196-2201.

[9] Cristian Oar, Vlad Ionescu. Singular riccati theory via extended symplectic pencils[C]. Proc of the 34th Conf on Decision & Control. New Orleans, 1995: 1881-1886.

[10] Kambhampati C, Patton R J, Uppal F J. Reconfiguration in networked control systems: Fault tolerant control and plug-and-play [C]. Proc of the IFAC Safeprocess Conf. Beijing, 2006: 151-156.