

文章编号: 1001-0920(2008)06-0718-03

PWM-准滑模控制及其应用

王柏林

(河海大学 电气工程学院, 南京 210098)

摘要: 用变结构控制(VSC)理论设计脉宽调制(PWM)控制系统时,存在的主要困难是VSC的开关频率不恒定.为解决这一问题,提出一种“PWM-准滑动模态”的概念,利用这一概念,可建立起PWM与VSC之间的联系,分析出PWM控制系统的3种运行状态和稳定条件.最后以一个电力电子系统的应用为例,验证了所得结论的正确性.

关键词: 变结构控制; 滑动模态; 脉宽调制; 功率因数校正

中图分类号: TP202

文献标识码: A

PWM-quasi-sliding mode control and its application

WANG B o l i n

(School of Electric Engineering, Hohai University, Nanjin 210098, China. E-mail: phdwb1@163.com)

Abstract: When variable structure control (VSC) theory is used to design the pulse-width modulation (PWM) control system, the main problem is that the switching frequency of the VSC is inconsistent. To solve the problem, a concept, PWM-quasi-sliding mode, is proposed. By which the connection between PWM and VSC is established, the three operation states and stability conditions of PWM control system are analyzed. An application example in power electronic system proves the correction of the conclusions.

Key words: Variable structure control (VSC); Sliding mode; Pulse-width modulation (PWM); Power factor correction (PFC)

1 引言

PWM 控制系统是典型的不连续非线性系统,工程上一般用小信号线性化方法进行分析.但是,对于工作点大幅度变化的系统(如 PFC^[1]),小信号线性化是不合理的.VSC 是一种大信号方法,用 VSC 的传统理论只能得到开关频率不恒定的滑模控制^[2,3],而不是恒频 PWM 控制.

本文将恒频 PWM 控制定义为一种“PWM-准滑动模态”,即在一个误差带上恒频切换、滑动运动的模态.这一定义建立了 PWM 与 VSC 之间的联系,表明了开关式电力电子闭环控制系统的几种运行状态,以及出现这些运行状态的条件.

2 常规滑动模态

考虑如下的被控对象是一个不连续非线性时变系统:

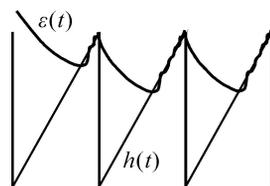
$$\dot{x} = f(x, t) + b(x, t)\mu, \quad (1)$$

$$(t) = cx(t). \quad (2)$$

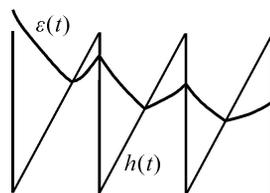
式中: $x \in R^n$, μ 只取 0 或 1, (t) 是观测量, $c \in R^{1 \times n}$ 由设计者选定.



(a) 常规滑动模态



(b) 锯齿波滑动模态



(c) PWM-准滑动模态

图 1 3 种滑动模态

收稿日期: 2007-01-23; 修回日期: 2007-09-30.

基金项目: 江苏省科技攻关计划项目(BE2005064).

作者简介: 王柏林(1948—),男,江苏泰州人,教授,博士生导师,从事非线性系统理论、电力电子等研究.

按 VSC 的传统方法^[4], 一般以观测量 $x(t)$ 为切换函数. 这时, 如果 $x > 0$ 时取 $\mu = 1$, $x < 0$ 时取 $\mu = 0$, 则 $\dot{x} = cf + cb$, $x < 0$ 时 $\dot{x} = cf$; 如果 $cf < -cb - \epsilon$, ϵ 为任意小的正数, 则 $\dot{x} < -\epsilon$, $x < 0$ 时 $\dot{x} > -\epsilon$. 从而有 $-\epsilon < \dot{x} < \epsilon$, $x(t)$ 一定会进入图 1(a) 所示的常规滑动模态, 即开关频率不恒定且切换频率极高(已报导的电力电子 VSC 系统大多属这种模态). 极高的开关频率增大了开关器件的损耗, 变化的切换频率给滤波器的设计带来了困难.

3 锯齿波滑动模态

实际上, 电力电子系统大多工作于恒频开关状态, 这归功于含锯齿波的切换函数. 定义切换函数为

$$s(t) = cx(t) - h(t), \tag{3}$$

$$h(t) = \frac{2A_h}{T_h}(t \bmod T_h) - A_h. \tag{4}$$

式中: $T_h > 0$ 和 $A_h > 0$ 分别是锯齿波 $h(t)$ 的周期和峰值. 锯齿波的跳变点是孤立的不可微点, 在不含跳变点的时段 $kT_h < t < (k+1)T_h, k = 0, 1, \dots$ 有

$$\dot{s} = cf + cb\mu - 2A_h/T_h, \tag{5}$$

式中 $2A_h/T_h$ 是锯齿波的斜率. 取控制律

$$\mu = \begin{cases} 1, & s \geq 0; \\ 0, & s < 0. \end{cases} \tag{6}$$

如果对于任意小的正数 ϵ , 系统参数满足

$$\frac{2A_h}{T_h} + \epsilon < cf < \frac{2A_h}{T_h} - cb - \epsilon, \tag{7}$$

则当 $s = 0$ 时, $\dot{s} = cf + cb - 2A_h/T_h < -\epsilon$; 当 $s < 0$ 时, $\dot{s} = cf - 2A_h/T_h > \epsilon$. 从而有 $-\epsilon < \dot{s} < \epsilon$, $x(t)$ 会象图 1(b) 那样沿锯齿波的斜面滑动, 称之为锯齿波滑动模态.

定理 1 对于系统(1)和(2), 定义切换函数(3)和(4)以及控制律(6), 如果 T_h, A_h 和 c 满足条件(7), 则 $x(t)$ 会在有限时间内进入图 1(b) 所示的锯齿波滑动模态.

4 PWM- 准滑动模态

显然, 锯齿滑模的开关频率是不恒定的, 且切换频率比锯齿波频率高得多. 这说明, 切换函数含锯齿波(如 PWM 控制系统)不一定能保证开关频率恒定, 这还应看参数的配合. 要保证开关频率恒定, 就必须每个锯齿波周期中 $x(t)$ 都穿越且仅穿越锯齿波一次.

定理 2 对于系统(1)和(2), 定义切换函数(3)和(4)以及控制律(6), 如果 T_h, A_h 和 c 满足

$$cf < \min(-cb - \epsilon, \frac{2A_h}{T_h} - \epsilon), \tag{8}$$

那么:

1) 从任一初态 $x(t_0)$ 出发的 $x(t)$ 会在有限时间内进入区域 $|x(t)| < A_h$;

2) 进入区域 $|x(t)| < A_h$ 后, 每个锯齿波周期中 $x(t)$ 都穿越且仅穿越锯齿波一次.

证明 当 $s = 0$ 时, $\dot{s} = cf + cb - 2A_h/T_h$, 由式(8)有 $cf + cb < -\epsilon$, 进而有

$$\dot{s} < -2A_h/T_h - \epsilon, \quad s = 0. \tag{9}$$

当 $s < 0$ 时, $\dot{s} = cf - 2A_h/T_h$, 由式(8)有 $cf < 2A_h/T_h - \epsilon$, 进而有

$$-2A_h/T_h + \epsilon < \dot{s} < -\epsilon, \quad s < 0. \tag{10}$$

取

$$V(x, t) = \begin{cases} (cx - A_h)^2, & cx > A_h; \\ 0, & |cx| < A_h; \\ (cx + A_h)^2, & cx < -A_h. \end{cases} \tag{11}$$

因为 $|h(t)| < A_h$, 所以 $s = cx > A_h$ 意味着 $s = -h > 0$, 而 $s = cx < -A_h$ 意味着 $s = -h < 0$. 这样, 由式(9)~(11)可得

$$\dot{V}(x, t) = \begin{cases} 2(cx - A_h)cx\dot{c} < -\epsilon |cx - A_h|, & cx > A_h; \\ 0, & |cx| < A_h; \\ 2(cx + A_h)cx\dot{c} < -\epsilon |cx + A_h|, & cx < -A_h. \end{cases} \tag{12}$$

于是 1) 成立.

下面证明 2) 成立. 设 $h(t) = A_h$, 这时 $s = 0$. 由式(2)和(9)得 $\dot{x} < -\epsilon$, 即在本周期内 $x(t)$ 一定会到达 $h(t)$. 到达 $h(t)$ 后, 因为 $s = 0$, $\dot{x} < -\epsilon$, $x(t)$ 继续运动到 $x(t) < h(t)$. 当 $x = -A_h$ ($t) < h(t)$ 时, $s < 0$, 由式(2)和(10)得 $\dot{x} < -\epsilon < 2A_h/T_h - \epsilon$. 所以 $x(t)$ 会不断增长, 但斜率小于锯齿波斜率, 即本周期内不会到达 $h(t)$. 于是 2) 成立. 2) 意味着运动具有恒频 PWM 特性.

本文将定理 2 定义的运动模态称为 PWM- 准滑动模态, 简称 PWM- 准滑模. 显然, PWM- 准滑模就是工作于恒频切换状态下的 PWM. 定理 2 的意义在于: 明确给出了 PWM 工作于恒频切换状态的条件.

现在可以清楚地看到, 对于同一个 PWM 控制系统, 不同的参数可能导致不同的运行状态: PWM- 准滑动模态、锯齿波滑动模态. 这两种状态下闭环系统都是稳定的. 还有一个状态是不稳定状态, 其充分条件是满足下列不等式之一:

$$cf > \max(\frac{2A_h}{T_h} - cb, \frac{2A_h}{T_h}), \tag{13}$$

$$cf < \min(\frac{2A_h}{T_h} - cb, \frac{2A_h}{T_h}). \tag{14}$$

5 应用与仿真

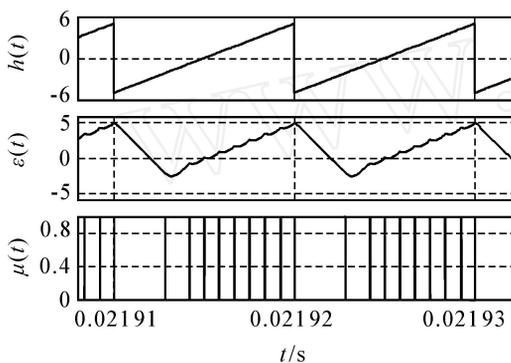
在电力电子装置中, 越来越多地采用有源功率

因素校正 (APFC), 其中用得最广的是 Boost-PFC. 单相 Boost-PFC 的大信号瞬时值状态方程可写成

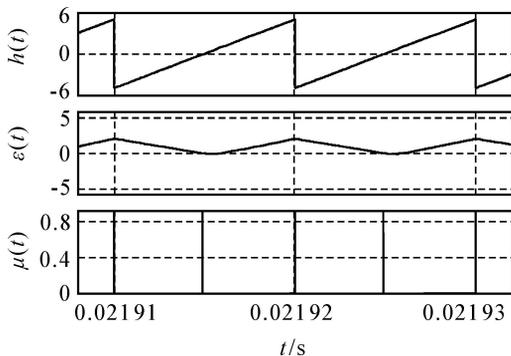
$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}u_g - \frac{1-\mu}{L}V_c, \\ \frac{dV_c}{dt} = -\frac{1}{RC}V_c + \frac{1-\mu}{C}i_L, \end{cases} \quad (15)$$

其中各变量的定义可参见文献[5]. 定义 $e = Gu_g - R_1 i_L$, $s = -h(t)$, 其中 $R_1, G, K_p > 0$ 采用控制律(6). 利用定理 2 便可证明, 只要系统参数满足

$$\frac{K_p R_1 V_m}{L} \left(M + \frac{L G}{R_1} \right) < \frac{2 A_h}{T_h},$$



(a) 锯齿波滑动模式



(b) PWM-准滑动模式

图2 两种模式下的 $h(t)$, $\varepsilon(t)$ 和 $\mu(t)$

$$L G / R_1 < M - 1,$$

电流环就一定稳定, 且存在 $t_1 > t_0$ 使得 $t > t_1$ 时 $|e(t)| < A_h / k_p$. 其中 $M = V_c / V_m$.

对单相 Boost-PFC 进行 Matlab 仿真, 取不同的切换函数和参数, 可得到不同的运行状态. 图 2 给出了两种运行状态, 图中从上到下的波形依次为 $h(t)$, $\varepsilon(t)$ 和 $\mu(t)$. 仿真结果验证了上述结论. 用 PWM-准滑模控制原理设计了一种单 / 三相 (10 A) PFC 装置, 经测试, 其输入电流接近正弦, 功率因数 > 0.99 , 效率 > 0.96 , 样机已稳定运行 1 年.

6 结 论

PWM-准滑模是用 VSC 理论描述恒频 PWM 控制的新概念, 借助这一概念, PWM 控制可直接用 VSC 理论进行分析. 分析表明, PWM 控制系统存在 3 种运行状态, 满足一定的条件便能进入相应的状态. 分析结果为电力电子系统提供了一种非线性、大信号的设计方法.

参考文献 (References)

- [1] Jang Y, Jovanovic M M. A comparative study of single-switch three-phase high-power-factor rectifiers [J]. IEEE Trans on Industrial Applications, 1998, 34 (1): 1327-1334.
- [2] Sira-Ramirez H. Sliding motion in bilinear switched networks [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1987, 34(8): 919-933.
- [3] Sira-Ramirez H. Sliding-mode control on slow manifolds of DC-DC power converters [J]. Int J of Control, 1988, 47(5): 1323-1340.
- [4] Slotine J E, Li W. Applied nonlinear control [M]. Taipei: Pearson Education Taiwan Limited, 1991.
- [5] Spiazzi G, Lee F C. Implementation of single-phase boost power-factor-correction circuits in three-phase applications [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1997, 44(3): 365-369.

(上接第 717 页)

- [4] Lee Y S, Moon Y S, Kwon W H, et al. Delay-dependent robust H_∞ control for uncertain systems with a state-delay [J]. Automatica, 2004, 40(1): 65-72.
- [5] Fridman E, Shaked U. Delay-dependent stability and H_∞ control: Constant and time-varying delays [J]. Int J of Control, 2003, 76(1): 48-60.
- [6] Han Q L. On robust stability of neutral systems with time-varying discrete delay and norm-bounded

uncertainty [J]. Automatica, 2004, 40(6): 1087-1092.

- [7] Jing X J, Tan D L, Wang Y C. An LMI approach to stability of systems with severe time-delay [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(7): 1192-1195.
- [8] Wu M, He Y, She J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems [J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.