

文章编号: 1001-0920(2008)06-0626-05

## 使用超椭球参数化坐标的支持向量机

张钦礼<sup>1,2</sup>, 王士同<sup>1</sup>, 郭琦<sup>3</sup>

(1. 江南大学 信息工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 北华航天工业学院 基础部, 河北 廊坊 065000; 3. 哈尔滨工业大学 理学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 基于  $n$  维超椭球面坐标变换公式, 构造一类核函数—— $n$  维超椭球坐标变换核. 由于是同维映射, 且增大了类间距离, 这类核函数在一定程度上改善了支持向量机的性能. 与其他核函数(如高斯核)相比, 将所构造的核函数用于支持向量机, 仅产生了很少的支持向量, 因而大大加快了学习速度, 改善了泛化性能. 数值实验结果表明了所构造的核函数的有效性和正确性.

**关键词:** 支持向量机; 超椭球; 核函数

**中图分类号:** TP391.4      **文献标识码:** A

## Hyper-ellipsoid support vector machine classifiers

ZHANG Qin-li<sup>1,2</sup>, WANG Shi-tong<sup>1</sup>, GUO Qi<sup>3</sup>

(1. School of Information Engineering, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China; 2. Department of Basic Science, North China Institute of Aerospace Engineering, Langfang 065000, China; 3. School of Science, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: ZHANG Qin-li, E-mail: zhangql1972@yahoo.com.cn)

**Abstract:** A class of kernel functions, hyper-ellipsoid coordinate transform kernels with  $n$  dimensions, is proposed by using  $n$ -dimensional hyper-ellipsoid coordinate transformation formula. The performance of support vector machine (SVM) with  $n$ -dimensional hyper-ellipsoid kernels is enhanced, which is due to the same dimensional mapping between input space and the feature space, and the enlarged spatial resolution. Compared with the conventional SVM with Gaussian kernels, much less support vectors is required, which results in faster learning speed and better generalization capability. Experimental results show the effectiveness of the proposed hyper-ellipsoid support vector classifier.

**Key words:** Support vector machine(SVM); Hyper-ellipsoid; Kernel functions

### 1 引言

支持向量机是由 Vapnik 等人提出的基于统计学习理论的模式分类方法<sup>[1,2]</sup>. 传统的机器学习方法普遍采用经验风险最小化的原则, 当样本是有限样本时, 这类方法是不合理的, 因为需同时最小化经验风险和置信范围. 支持向量机(SVM)采用的是另一种策略——结构风险最小化原则(Structural risk minimization), 简称 SRM 原则, 即通过最大化分类间隔来最小化泛化误差. 基本思想是: 首先通过非线性变换, 将输入空间变换到一个高维的特征空间; 然后在特征空间中寻求最优分类面. 因为非线性变换是通过核函数实现的, 所以并未使算法的复杂性随

维数的增加而增加, 而且支持向量机仍仅用支持向量来稀疏表示训练数据, 因而压缩了训练数据<sup>[3]</sup>.

支持向量机有着严格的数学理论基础. 它对有限样本模式识别的一些根本问题进行了系统的理论研究, 建立了一整套行之有效的学习算法, 因而使困扰机器学习的许多问题, 如模型选择与过学习、非线性与维数灾、局部极小点与泛化能力等, 得到了很大程度的改善<sup>[4,5]</sup>. 支持向量机的模型是自动选择的, 尤其突出的是他的泛化能力得到了很大的提高. 基于此, 支持向量机已成功广泛地应用于分类和回归领域, 如文本分类、图像分类、手写字符识别、生物序列分析、生物数据挖掘等<sup>[2,6,7]</sup>.

收稿日期: 2007-04-01; 修回日期: 2007-06-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60225015); 2005 年教育部科学研究重点项目; 2004 年教育部新世纪优秀人才计划项目(NCET-040496).

作者简介: 张钦礼(1973-), 男, 河北沧州人, 副教授, 博士生, 从事模式识别、机器学习和小波分析等研究; 王士同(1964-), 男, 江苏扬州人, 教授, 博士生导师, 从事人工智能、神经网络、模式识别等研究.

非线性的支持向量机,无论用于分类还是回归,本质上都是一种核方法<sup>[8]</sup>.支持向量机性能的好坏在很大程度上取决于所利用的核函数.虽然 Smola 和 Evgeniou 等人给出了 SVM 核与正则算子之间的关系<sup>[9-11]</sup>,但迄今为止,尚没有一个明确的理论结果指导人们如何根据具体的数据集选择一个性能良好的核函数.现在已有许多 SVM 学习算法<sup>[12-15]</sup>,它们都对一种类型的数据集表现出良好的性能,而对于不同类型数据集的效果则相差很大,特别是对数据量大且含有噪音的数据集,效果很不理想,一是学习速度慢,二是泛化性能差和分类正确率低.针对这些问题,本文基于  $n$  维超椭球坐标变换公式,提出一类新的支持向量机——超椭球支持向量机.因为是同维映射,所以经过核映射后,并没有提高数据的复杂性.显然,极坐标变换公式、椭圆坐标变换公式、球坐标变换公式、椭球坐标变换公式、柱坐标变换公式和椭柱坐标变换公式都是  $n$  维超椭球坐标变换公式的特例,所以本文提出的超椭球支持向量机对多种类型的数据集敏感,既能处理含有噪音的双螺旋线数据,又能处理呈团状或椭球状的数据.这些数据本来是线性不可分的,但经  $n$  维超椭球坐标变换后就变成了线性可分或近似线性可分的.数值实验结果表明,该类支持向量机具有良好的性能,不仅支持向量少、速度快,而且泛化能力和抗噪音能力强.

### 2 Mercer 核

为方便后面的讨论,下面简单介绍一下 Mercer 核.有关支持向量机的内容可参见文献 [1, 2, 16, 17].

非线性的支持向量机无论是分类还是回归都通过核函数来实现特征空间的内积运算.现在使用的核函数大都是 Mercer 核,即满足 Mercer 条件的连续对称实函数.

**定理 1<sup>[1]</sup>** (Mercer 条件) 对于任意的对称实函数  $K(x, x)$ ,它是某个特征空间中的内积运算的充分必要条件是:对于任意的  $f(x) \geq 0$  且  $\int f^2(x) dx < \infty$ ,有  $\int K(x, x) f(x) f(x) dx > 0$ .

**定理 2<sup>[1]</sup>** 设  $K_1$  和  $K_2$  是  $X \times X$  上的核,  $X \subseteq R^n$ ,  $K_3$  是  $R^m \times R^m$  上的核,  $a \in R^+$ ,  $f(x)$  是定义在  $X$  上的一个实值函数,  $B_{n \times n}$  是一个半正定矩阵,  $P(\cdot)$  是一正系数多项式.则如下 9 个函数是核函数:

$$\begin{aligned} &K_1(x, z) + K_2(x, z); \\ &aK_1(x, z); \\ &K_1(x, z) K_2(x, z); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &xBz^T; \\ &p(K_i(x, z)), i = 1, 2; \\ &f(x)f(z); \\ &\exp(K_i(x, z)), i = 1, 2; \\ &K_3(x, z); \\ &\exp(-\|x - z\|^2/2). \end{aligned}$$

其中  $x, z \in X$ .

### 3 超椭球支持向量机

超椭球支持向量机的核函数是  $n$  维超椭球坐标变换核,是同维映射的核函数.

$n$  维超椭球坐标变换公式为

$$\begin{cases} x_1 = a_1 r \cos \theta_1, \\ x_2 = a_2 r \sin \theta_1 \cos \theta_2, \\ \dots \\ x_{n-1} = a_{n-1} r \sin \theta_1 \dots \sin \theta_{n-2} \cos \theta_{n-1}, \\ x_n = a_n r \sin \theta_1 \dots \sin \theta_{n-2} \sin \theta_{n-1}. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $a_i > 0, i = 1, 2, \dots, n; r \geq 0; 0 \leq \theta_i < 2\pi, i = 1, 2, \dots, n-2, 0 \leq \theta_{n-1} < 2\pi$ .其逆变换公式为

$$\begin{cases} r = \sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n^2}}, \\ \theta_{n-1} = f(x_{n-1}, x_n) \\ \theta_{n-2} = \arccos\left(\frac{x_{n-2}}{a_{n-2}} / \sqrt{\frac{x_{n-2}^2}{a_{n-2}^2} + \frac{x_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{x_n^2}{a_n^2}}\right), \\ \dots \\ \theta_1 = \arccos\left(\frac{x_1}{a_1} / \sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n^2}}\right). \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} f(x_{n-1}, x_n) = \\ \arctan \frac{a_{n-1} x_n}{a_n x_{n-1}}, x_{n-1} > 0, x_n \geq 0; \\ \quad + \arctan \frac{a_{n-1} x_n}{a_n x_{n-1}}, x_{n-1} < 0; \\ 2 + \arctan \frac{a_{n-1} x_n}{a_n x_{n-1}}, x_{n-1} > 0, x_n < 0; \\ \quad /2, x_{n-1} = 0, x_n > 0; \\ 3 /2, x_{n-1} = 0, x_n < 0; \\ 0, x_{n-1} = x_n = 0. \end{cases} \quad (3)$$

**定理 3** 下式为核函数:

$$\begin{aligned} &K_1(X, Y) = \\ &\left\{c + \sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n^2}} \cdot \sqrt{\frac{y_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{y_n^2}{a_n^2}} + \right. \\ &f(x_{n-1}, x_n) f(y_{n-1}, y_n) + \\ &\arccos\left[\frac{x_{n-2}}{a_{n-2}} / \sqrt{\frac{x_{n-2}^2}{a_{n-2}^2} + \frac{x_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{x_n^2}{a_n^2}}\right] \cdot \\ &\arccos\left[\frac{y_{n-2}}{a_{n-2}} / \sqrt{\frac{y_{n-2}^2}{a_{n-2}^2} + \frac{y_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{y_n^2}{a_n^2}}\right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \arccos\left(\frac{x_{n-3}}{a_{n-3}} / \sqrt{\frac{x_{n-3}^2}{a_{n-3}^2} + \frac{x_{n-2}^2}{a_{n-2}^2} + \frac{x_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{x_n^2}{a_n^2}}\right) \right] \cdot \\ & \left[ \arccos\left(\frac{y_{n-3}}{a_{n-3}} / \sqrt{\frac{y_{n-3}^2}{a_{n-3}^2} + \frac{y_{n-2}^2}{a_{n-2}^2} + \frac{y_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{y_n^2}{a_n^2}}\right) \right] + \\ & \dots + \left[ \arccos\left(\frac{x_1}{a_1} / \sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{x_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{x_n^2}{a_n^2}}\right) \right] \cdot \\ & \left[ \arccos\left(\frac{y_1}{a_1} / \sqrt{\frac{y_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{y_{n-1}^2}{a_{n-1}^2} + \frac{y_n^2}{a_n^2}}\right) \right]^d. \end{aligned}$$

其中:  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n), Y = (y_1, y_2, \dots, y_n), d$   
 $N, c \in R$ .

定理 4 下式为核函数:

$$K_2(X, Y) = \exp(-\sqrt{\phi(X) - \phi(Y)}^2 / 2).$$

### 3.1 椭圆坐标变换核

当  $n = 2$  时,  $n$  维超椭球坐标变换公式变成如下的椭圆坐标公式:

$$\begin{cases} x = ar \cos \theta \\ y = br \sin \theta \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $r \in [0, 2], a > 0, b > 0$ . 其逆变换公式为

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2/a^2 + y^2/b^2} \\ \theta = g(x, y) \end{cases} \quad (5)$$

$$g(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{ay}{bx}, & x > 0, y \geq 0; \\ \arctan \frac{ay}{bx} + \pi, & x < 0; \\ 2 + \arctan \frac{ay}{bx}, & x > 0, y < 0; \\ \pi/2, & x = 0, y > 0; \\ 3\pi/2, & x = 0, y < 0; \\ 0, & x = y = 0. \end{cases} \quad (6)$$

令

$$\begin{aligned} X &= \left( \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}}, g(x, y) \right), \\ Y &= \left( \sqrt{\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2}}, g(u, v) \right), \end{aligned}$$

则此时的坐标变换核函数, 即椭圆坐标核函数为

$$\begin{aligned} K_3(X, Y) &= (c + X \cdot Y)^d, \\ K_4(X, Y) &= \exp(-\sqrt{X - Y}^2 / 2). \end{aligned}$$

当  $a = b = 1$  时, 椭圆坐标核函数就变成了极坐标核函数.

### 3.2 椭球坐标变换核

当  $n = 3$  时,  $n$  维超椭球坐标变换公式变成如下的椭球坐标公式:

$$\begin{cases} x = ar \sin \theta \cos \phi \\ y = br \sin \theta \sin \phi \\ z = cr \cos \theta \end{cases} \quad (7)$$

其中  $r \in [0, 2], \theta \in [0, \pi], \phi \in [0, 2\pi], a > 0, b > 0, c > 0$ . 其逆变换公式为

$$\begin{cases} r = \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}, \\ \theta = \arccos(z / (cr)), \\ \phi = g(x, y), \end{cases} \quad (8)$$

其中  $g(x, y)$  同式(6).

设

$$X = \left( \sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}, \arccos\left(\frac{z}{cr}\right), g(x, y) \right),$$

$$Y = \left( \sqrt{\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} + \frac{w^2}{c^2}}, \arccos(abw / \sqrt{b^2 c^2 u^2 + a^2 c^2 v^2 + a^2 b^2 w^2}), g(u, v) \right),$$

则此时的坐标变换核函数, 即椭球坐标核函数为

$$\begin{aligned} K_5(X, Y) &= (c + X \cdot Y)^d, \\ K_6(X, Y) &= \exp(-\sqrt{X - Y}^2 / 2). \end{aligned}$$

当  $a = b = c = 1$  时, 椭球坐标核函数就变成了球坐标核函数.

## 4 仿真实验与分析

为验证算法的可行性和有效性, 下面用超椭球支持向量机对两类样本进行仿真实验, 并与高斯核进行比较.

### 4.1 人造数据

#### 4.1.1 双螺旋线问题

这是一个二类问题, 是人们普遍认可的检验学习算法的有效方法. 该问题要求将  $x-y$  坐标平面上 2 条不同的螺旋线上的点正确地分开. 螺旋线方程为

$$\begin{cases} x = (k + r) \cos \theta \\ y = (k + r) \sin \theta \end{cases}$$

其中:  $k$  和  $r$  是常量, 分别代表速度和原始距离; 是以弧度为单位的相角. 取不同的  $k$  和  $r$ , 可得到不同的螺旋线. 这里取 2 条螺旋线分别为:  $k_1 = 4, r_1 = 1$  和  $k_2 = 4, r_2 = 3$ , 且加上噪音  $0.1 \exp(-(\theta - \pi)^2)$ . 令  $\theta \in [0, 2\pi)$ , 即取一个周期内的点. 每类取 2 个点作为训练样本集, 其余 122 个点作为测试样本集. 用极坐标核对其进行仿真实验, 通过参数调整可达到 100% 的识别率. 进行 10 次仿真实验, 将平均结果作为识别结果, 见表 1.

表 1 极坐标核对双螺旋线数据的识别结果

核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
极坐标核	4	类 1:100 类 2:100	3 75 %	122	类 1:100 类 2:100

由表 1 可看出, 极坐标核的支持向量个数特别少, 因而速度快, 且识别正确率高, 这是高斯核所无

法比拟的.此外,极坐标核也适合分类圆线、椭圆线,对加噪或近似的圆线、椭圆线的效果也不错.

4.1.2 随机数据集

随机产生一组三维数据作为样本集,人工将其化为呈近似团状的两类,分别用“+”和“o”代表,如图 1~图 4 所示.由图 1 和图 2 可知,输入空间的样本集是非线性可分的,而由图 3 和图 4 可看出,在特征空间样本变得近似线性可分了.用椭球坐标变换核和高斯核对其进行进行 10 次仿真实验,取平均结果作为识别结果,见表 2.

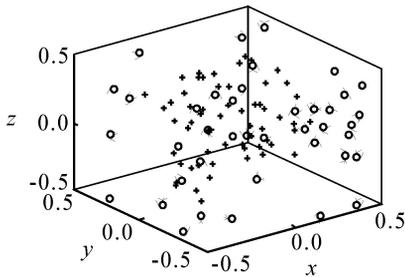


图 1 输入空间数据集

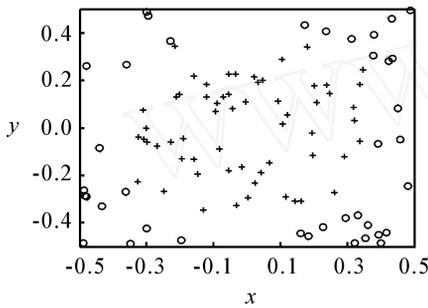


图 2 数据投影

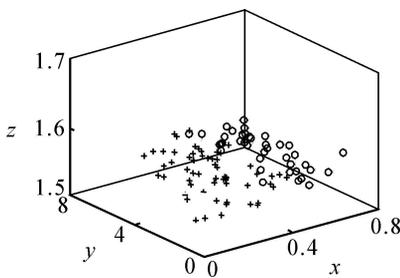


图 3 特征空间数据集

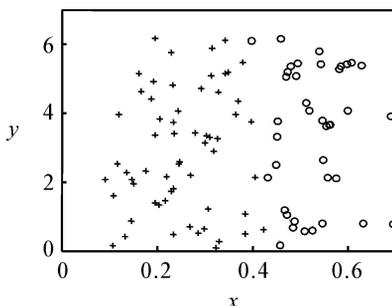


图 4 数据投影

表 2 椭球坐标核对随机数据的识别结果

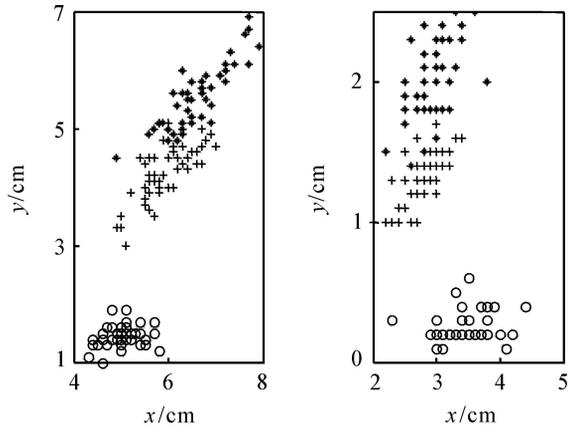
核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
椭球	10	类 1:100 类 2:100	3 30 %	90	类 1:98.2 类 2:97.4
高斯核	10	类 1:100 类 2:100	10 100 %	90	类 1:70.1 类 2:99.8

4.2 真实数据

以下真实数据均来自 Donald Bren School of Information and Computer Sciences, University of California, Irvine.

4.2.1 Iris 数据集

Iris 数据集是一个 4 维数据集,用于描述鸢尾的花或叫蝴蝶花的特征,包括萼片(sepal)和花瓣(petal)的长度和宽度,分为 3 类:setosa 类、versicolor 类、virginica 类.分别用“o”,“\*”和“+”代表,如图 5 所示.由图 5 可看出,versicolor 类和 virginica 类比较难分.本文对这两类进行仿真实验.在 100 个样本数据中,每类取 3 个作为训练样本,其余的作为测试样本.分别用 4 维超椭球坐标变换核和高斯核对其进行分类,进行 10 次实验取平均结果,然后比较它们的性能,见表 3.



(a) 萼片和花瓣长度 (b) 萼片和花瓣宽度

图 5 Iris 数据集

表 3 4 维超椭球坐标核及高斯核对 Iris 数据的识别结果

核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
高斯核	6	100	6 100 %	94	87
超椭球核	6	100	5 83.3 %	94	96

4.2.2 Wisconsin Breast Cancer (BCW) 数据集

BCW 数据是 9 维数据,分为良性和恶性两类.256 个数据作为训练样本,233 个数据作为测试样

本. 分别用超椭圆坐标变换核和高斯核对其进行分类, 然后比较它们的性能, 见表 4.

表 4 超椭圆坐标核及高斯核对 BCW 数据的识别结果

核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
高斯核	256	100	198 77.3 %	233	95.3
超椭圆核	256	98.2	125 48.8 %	233	97

#### 4.2.3 Monk's Problems 数据集

MP 数据是 7 维数据, 分为两类: 169 个数据作为训练样本, 256 个数据作为测试样本. 分别用超椭圆坐标变换核和高斯核对其进行分类, 然后比较它们的性能, 见表 5.

表 5 超椭圆坐标核及高斯核对 MP 数据的识别结果

核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
高斯核	169	100	169 100 %	256	77.7
超椭圆核	169	100	164 97.1 %	256	90.6

#### 4.2.4 The Johns Hopkins University Ionosphere 数据集

Ionosphere 数据是 34 维数据, 234 个数据作为训练样本, 117 个数据作为测试样本. 分别用超椭圆坐标变换核和高斯核对其进行分类, 然后比较它们的性能, 见表 6.

表 6 超椭圆坐标核及高斯核对 Ionosphere 数据识别结果

核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
高斯核	234	94.4	144 61.5 %	117	88.9
超椭圆核	234	97.4	137 58.5 %	117	92.3

#### 4.2.5 Pima Indians Diabetes 数据集

PI Diabetes 数据是 8 维数据, 分为两类: 256 个数据作为训练样本, 256 个数据作为测试样本. 分别

表 7 超椭圆坐标核及高斯核对 PI Diabetes 数据识别结果

核函数	训练集		支持向量个数	测试集	
	训练样本数	识别正确率 / %		测试样本数	识别正确率 / %
高斯核	256	89.2	231 90.2 %	256	72.3
超椭圆核	256	80.4	137 53.5 %	256	77.8

用超椭圆坐标变换核和高斯核对其进行分类, 然后比较它们的性能, 见表 7.

## 5 结 论

本文提出的超椭圆支持向量机特别适用于分类呈椭圆状、团状或近似椭圆状、团状的数据集. 该支持向量机的优点是支持向量个数少, 速度快, 且错分率低, 泛化性能好<sup>[17]</sup>. 这些都在实验中得到了验证. 支持向量机的应用越来越广泛, 而训练时间是应用的一个瓶颈. 本文从一个全新的角度减少了训练时间, 加速了训练过程. 但该类支持向量机对参数敏感, 超椭圆核的参数多. 因此, 下一步将致力于建立一套指导参数调节的理论.

## 参考文献(References)

- [1] Nello Cristianini, John Shawe-Taylor. An introduction to SVMs and other kernel-based learning methods[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 82-108.
- [2] Cortes F, Vapnik V. Support vector networks[J]. Machine Learning, 1995, 20(3): 273-297.
- [3] Grosi F. An equivalence between sparse approximation and support vector machine[J]. Neural Computation, 1998, 10(6): 1455-1480.
- [4] Burges C J C. A tutorial on support vector machines for pattern recognition[J]. Data Mining and Knowledge Discovery, 1998, 2(2): 121-167.
- [5] Bernhard S, Sung K K. Computing support vector machines with Gaussian kernels to radial basis function classifiers[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(11): 2758-2765.
- [6] Isabelle Guyon, Jason Weston, Stephen Barnhill, et al. Gene selection for cancer classification using SVMs[J]. Machine Learning, 2002, 46(1-3): 389-422.
- [7] Yongmin Li, Shaogang Gong, Jamie Sherrah, et al. Support vector machine based multi-view face detection and recognition[J]. Image and Vision Computing, 2004, 22(5): 413-427.
- [8] John Shawe-Taylor, Nello Cristianini. Kernel methods for pattern recognition[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [9] Grosi F, Jones M, Poggio T. Regularization theory and neural network architectures[J]. Neural Computation, 1995, 7(2): 219-269.
- [10] Smola A J, Scholkopf B, Muller K R. The connection between regularization operator and support kernels[J]. Neural Networks, 1998, 11(4): 637-649.
- [11] Evgeniou T, Pontil M, Poggio T. Regularization networks and support vector machines[J]. Advances in Computational Mathematics, 2000, 13(1): 1-50.

(下转第 636 页)

不敏感.随着  $\alpha$  上升,采购商应该降低其再订货点,而此时供应商和采购商的联合期望总成本也将降低.这很容易理解,因为更多的客户愿意等待,厂商可通过降低再订货点来减少库存成本,从而降低系统总成本.

## 6 结 论

传统的库存模型考虑的是单个企业利益的最大化,这通常会损害整个供应链系统的效率.一个更好的方式是不同的供应链成员联合决策,实现供应链整体利益的最佳化.近来一些学者提出随机性需求下的生产-库存联合优化模型,并假设提前期可以控制.本文考虑了一个由单供应商和单采购商组成的两级供应链系统,采购商面临的需求服从正态分布,供应商可通过改变运输成本来控制提前期的长短.本文建立的供应商和采购商联合期望总成本最小化模型,与过去的文献不同,在所建立的模型中明确考虑了运输成本,并且运输成本依赖于运输数量和提前期长短.此外,所建立的模型中允许采购商发生缺货,缺货数量部分延期交付,部分发生销售损失.在这些设定下,本文讨论了供应商和采购商如何制定最优生产批量、最优提前期、最优再订货点以及订货量,给出了求解算法,并通过数值算例作了说明.

## 参考文献(References)

- [1] Goyal S K. An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem [J]. *Int J of Production Research*, 1976, 15(1): 107-111.
- [2] Banerjee A. A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor[J]. *Decision Sciences*, 1986, 17(3): 292-311.
- [3] Goyal S K. A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor: A comment [J]. *Decision Sciences*, 1988, 19(1): 236-241.
- [4] Lu L. A one-vendor multi-buyer integrated inventory model[J]. *European J of Operational Research*, 1995, 81(2): 312-323.
- [5] Goyal S K. A one-vendor multi-buyer integrated inventory model: A comment [J]. *European J of Operational Research*, 1995, 82(2): 209-210.
- [6] Hill R M. The optimal production and shipment policy for the single-vendor single buyer integrated production-inventory model [J]. *Int J of Production Research*, 1999, 37(11): 2463-2475.
- [7] Pan J C, Yang J S. A study of an integrated inventory with controllable lead time [J]. *Int J of Production Research*, 2002, 40(5): 1263-1273.
- [8] Ben-Daya M, Hariga M. Integrated single vendor single buyer model with stochastic demand and variable lead time[J]. *Int J of Production Economics*, 2004, 92(1): 75-80.
- [9] Ouyang L Y, Wu K S, Ho C H. Integrated vendor-buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time [J]. *Int J of Production Economics*, 2004, 92(3): 255-266.
- [10] Ouyang L Y, Chen C K, Chang H C. Lead time and ordering cost reduction in continuous review inventory systems with partial backorders [J]. *J of the Operational Research Society*, 1999, 50(12): 1272-1279.
- [11] Moon I, Choi S. A note on lead time and distributional assumptions in continuous review inventory models[J]. *Computers and Operations Research*, 1998, 25(11): 1007-1012.
- [12] Antoine Bordes, Seyda Ertekin, Jason Westou, et al. Fast kernel classifiers with online and active learning [J]. *J of Machine Learning Research*, 2005, 6(9): 1579-1619.
- [13] Ming Rui Wu, Bernhard Scholdopf, Gokhan Bakir. A direct method for building sparse kernel learning algorithm[J]. *J of Machine Learning Research*, 2006, 7(2): 603-624.
- [14] Steinwart J. On the optimal parameter choice for  $\epsilon$ -support vector machines [J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2003, 25(10): 1274-1284.
- [15] Chang C-C, Lin C-J. Training  $\epsilon$ -support vector classifiers: Theory and algorithm [J]. *Neural Computation*, 2001, 13(9): 2119-2147.
- [16] Ben-Hur A, Horn D, Siegelmann H T, et al. Support vector clustering [J]. *J of Machine Learning Research*, 2001, 2(12): 125-137.
- [17] Vapnik V. An overview of statistical learning theory [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1999, 10(5): 988-999.

(上接第 630 页)