

文章编号: 1001-0920(2008)06-0637-06

一类线性时变系统组合自适应迭代学习辨识

郭 毓, 申晓宁, 胡维礼

(南京理工大学 自动化学院, 南京 210094)

摘 要: 针对一类在有限时间区间上可重复运行的既含时变参数又含时不变参数的高阶线性时变系统, 提出了一种模型参考组合自适应迭代学习参数辨识算法. 应用 Lyapunov 方法, 给出了时不变参数的时域自适应学习律和时变参数的迭代域自适应学习律, 分析了参数估计和模型状态跟踪误差的有界性与收敛性. 该算法适于时变和时不变参数并存的线性系统的参数辨识, 可加快参数估计的收敛速度. 仿真例子验证了所提出的辨识算法的有效性.

关键词: 时变; 时不变; 迭代学习; 参数辨识; 模型参考自适应

中图分类号: TP273.2 **文献标识码:** A

Composite adaptive iterative learning identification for a class of linear time-varying systems

GUO Yu, SHEN Xiaoning, HU Weili

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: GUO Yu, E-mail: auto1002@mail.njust.edu.cn)

Abstract: For a class of high order linear systems with time-varying and time-invariant parameters which are repeatable in a finite time interval, a composite adaptive iterative learning identification algorithm based on reference model is proposed. By using of Lyapunov technique, a time-domain based adaptive learning law is designed for time-invariant parameters, and an iteration-domain based adaptive learning law is designed for time-varying parameters. The boundedness and convergence of the estimated parameters and state tracking errors are analyzed. The approach is suitable for identifying parameters of a linear system with time-varying and time-invariant parameters. The convergent speed of the estimated parameters can be increased. Simulation results show the effectiveness of the algorithm.

Key words: Time-varying; Time-invariant; Iterative learning; Parameters identification; Model reference adaptive

1 引 言

在实际工程应用中, 参数时变的现象相当普遍. 早期线性时变系统的辨识研究主要针对慢时变系统, 采用带遗忘因子的参数辨识算法, 对被辨识系统参数的变化速度有很大限制^[1-2]. 上世纪末, Tsaklis 和 Ioannou^[3, 4] 便提出了时变参数已知的模型参考控制系统的结构及控制律, 但该算法难以推广到参数未知且快时变的线性系统. 近年来, 对时变参数系统自适应控制的研究已取得一些进展, 文献[5-8]将参数非结构化时变当作不确定性扰动, 对线性时变系统提出了多种鲁棒自适应控制算法, 一定程度上解决了时变参数不确定性系统的控制问题. 但是, 由于在这些自适应控制系统中参数估计算法都是沿时间轴的逼近过程, 难以突破对时变参数变化速度的

限制.

在迭代学习控制领域, 针对在有限区间上具有可重复性的时变系统, Frueh 和 Ragers^[9] 基于 Lyapunov 方法, 提出了参数型自适应迭代学习控制律, 但所提出的学习方法为时域自适应估计, 仅适用于时不变或慢时变参数的系统. Xu 等^[10] 基于复合能量函数, 提出一种时变不确定非线性系统的迭代学习控制方法. 该算法仅在迭代域上沿迭代轴学习不确定量, 对可重复的时变参数具有学习能力, 而对未知时不变参数的学习效率不高, 未充分利用时域信息. 在实际系统中, 时变参数和时不变参数常常是并存的, 如机械臂系统既有因负载变化引起的快时变参数, 又有机械结构的尺寸、重量等时不变参数. Hsu 等^[11] 针对不确定机器人系统控制的特点, 提出

收稿日期: 2007-03-13; 修回日期: 2007-06-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60474034).

作者简介: 郭毓(1964—), 女, 江苏南通人, 教授, 博士, 从事学习控制、智能控制、机器人等研究; 胡维礼(1941—), 男, 江苏东台人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、非线性控制等研究.

将时域自适应律与迭代域自适应律加权的方法更新控制参数,以消除控制算法对参数上界的依赖.该算法虽兼顾了时域与迭代域的学习,但每次迭代的参数估计初值均取上次迭代的终值,对于有限时间区间上起始值与终值不同的时变参数的估计是不合理的,也将影响整个系统参数的收敛速度.

本文针对一类在有限时间区间上具有可重复性、既含快时变参数又含时不变参数的高阶线性时变系统的参数辨识问题,设计了模型参考自适应辨识结构,对时变参数采用迭代域自适应辨识方法,对时不变参数采用时域自适应辨识方法,充分利用时域和迭代域信息,可加快参数辨识的收敛速度.文中分析了参数估计和模型状态跟踪误差的有界性与收敛性,仿真结果验证了所提出算法的有效性.

2 问题描述

假定需要辨识的对象是在有限时间区间 $t \in [0, T]$ 上可重复的一致强稳定、一致强可控的 n 阶线性时变系统

$$\dot{x}_p(t) = A_p(t)x_p(t) + b k_p(t)r(t). \quad (1)$$

其中: $x_p(t) \in R^{n \times 1}$ 为可获得的对象状态向量; $r(t)$ 为对象输入;

$$A_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \dots & & I_{n-1} & \\ 0 & & & \\ -a_{p1}(t) & -a_{p2}(t) & \dots & -a_{pn}(t) \end{bmatrix} \in R^{n \times n},$$

元素 $a_{p1}(t), a_{p2}(t), \dots, a_{pn}(t)$ 未知时变,且一致有界;输入矩阵 $b = [0, 0, \dots, 1]^T \in R^{n \times 1}$; $k_p(t)$ 为未知且有界的高频增益.

假设已知 $a_{pi}(t) (i = 1, 2, \dots, n)$ 和 $k_p(t)$ 共 $(n + 1)$ 个参数中,有 n_v 个参数时变且它们的界已知, n_i 个参数时不变,即 $n_v + n_i = n + 1$.

3 模型参考自适应迭代学习辨识结构

选择与对象同构的渐近稳定的线性定常参考模型

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + b u(t). \quad (2)$$

其中: $x_m(t) \in R^{n \times 1}$ 和 $u(t)$ 分别为参考模型的状态和输入;

$$A_m(t) = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \dots & & I_{n-1} & \\ 0 & & & \\ -a_{m1}(t) & -a_{m2}(t) & \dots & -a_{mn}(t) \end{bmatrix} \in R^{n \times n};$$

$$b = [0, 0, \dots, 1]^T \in R^{n \times 1}.$$

由被辨识对象与参考模型构成的自适应迭代

学习参数辨识系统结构如图 1 所示,图 1 及下文中所有变量的上标 i 表示第 i 次迭代的变量.图 1 中:虚线框部分相当于一个可调系统,其输入为 $r^i(t)$ 和 $x_p^i(t)$,输出为 $x_m^i(t), \hat{\alpha}^i(t) \in R^{n \times 1}$ 为可调参数向量, $\hat{\kappa}^i(t)$ 为可调参数;AILI 为自适应迭代学习机构,调节参数 $\hat{\alpha}^i(t)$ 和 $\hat{\kappa}^i(t)$.

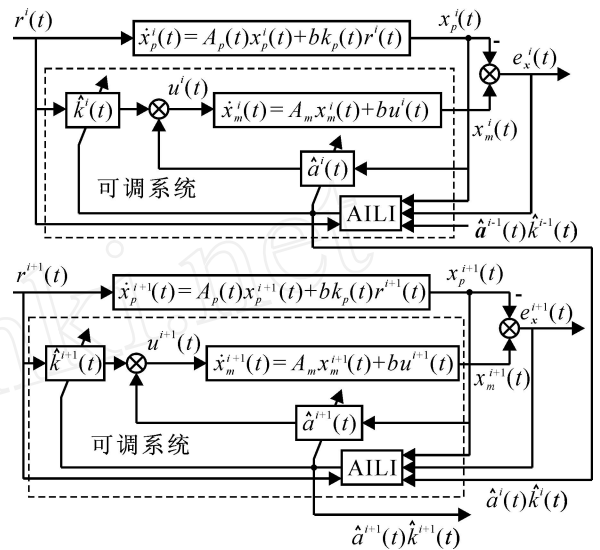


图 1 线性时变系统的模型参考自适应迭代学习辨识结构
参考模型的控制输入为

$$u^i(t) = (\hat{\alpha}^i(t))^T x_p^i(t) + \hat{\kappa}^i(t) r^i(t) \triangleq [\hat{\Lambda}^i(t)]^T i^i(t). \quad (3)$$

式中: $\hat{\Lambda}^i(t) = [(\hat{\alpha}^i(t))^T, \hat{\kappa}^i(t)]^T \in R^{n+1}$ 为可调参数向量; $i^i(t) = [(x_p^i(t))^T, r^i(t)]^T \in R^{n+1}$ 为可测回归向量.

将式(3)代入(2),得可调系统的状态方程

$$\dot{x}_m^i(t) = A_m x_m^i(t) + b(\hat{\alpha}^i(t))^T x_p^i(t) + b \hat{\kappa}^i(t) r^i(t). \quad (4)$$

令 $b(a^*(t))^T \triangleq A_p(t) - A_m, k^*(t) \triangleq k_p(t)$, 并记 $\hat{*}(t) \triangleq [(a^*(t))^T, k^*(t)]^T \in R^{n+1}$ 为标称参数向量.

定义第 i 次迭代的模型状态跟踪误差为 $e_x^i(t) \triangleq x_m^i(t) - x_p^i(t)$. 两边对时间求导并将式(4)代入得

$$\begin{aligned} \dot{e}_x^i(t) &= \dot{x}_m^i(t) - \dot{x}_p^i(t) = \\ &= A_m e_x^i(t) + [b(\hat{\alpha}^i(t))^T - (A_p(t) - A_m)] x_p^i(t) + \\ &+ b[\hat{\kappa}^i(t) - k_p(t)] r^i(t). \end{aligned} \quad (5)$$

将 $\hat{\Lambda}^i(t), \hat{*}(t)$ 和 $i^i(t)$ 的表达式代入式(5)可得

$$\dot{e}_x^i(t) = A_m e_x^i(t) + b[\hat{\Lambda}^i(t) - \hat{*}(t)]^T i^i(t). \quad (6)$$

令第 i 次迭代学习辨识的参数误差为 $\tilde{\Lambda}^i(t) \triangleq \hat{\Lambda}^i(t) - \hat{*}(t)$, 则跟踪误差方程(6)可写为

$$\dot{e}_x^i(t) = A_m e_x^i(t) + b(\tilde{\Lambda}^i(t))^T i^i(t). \quad (7)$$

将标称参数向量 $\hat{v}^*(t)$ 表示为由标称时变参数子向量 $\hat{v}^v(t) \in R^{n_v}$ 和标称时不变参数子向量 $\hat{v}^i \in R^{n_i}$ 组成的向量,即

$$\hat{v}^*(t) \triangleq [(\hat{v}^v(t))^T \quad (\hat{v}^i)^T]^T.$$

将参数估计向量 $\hat{v}^i(t)$ 表示为时变和时不变参数子向量 $\hat{v}^v(t) \in R^{n_v}$ 和 $\hat{v}^i(t) \in R^{n_i}$,即

$$\hat{v}^i(t) \triangleq [(\hat{v}^v(t))^T \quad (\hat{v}^i(t))^T]^T.$$

相应地有参数误差向量

$$\tilde{v}^i(t) \triangleq [(\tilde{v}^v(t))^T \quad (\tilde{v}^i(t))^T]^T,$$

其中 $\tilde{v}^v(t) \in R^{n_v}$ 和 $\tilde{v}^i(t) \in R^{n_i}$ 分别为时变和时不变参数估计误差向量. 相应的回归向量为

$$\hat{i}^i(t) \triangleq [(\hat{i}^v(t))^T \quad (\hat{i}^i(t))^T]^T.$$

其中: $\hat{i}^v(t) \in R^{n_v}$, $\hat{i}^i(t) \in R^{n_i}$

由以上定义,式(3)所表示的参考模型的控制输入为

$$u^i(t) = (\tilde{v}^i(t))^T \hat{i}^i(t) = (\tilde{v}^v(t))^T (\hat{i}^v(t)) + (\tilde{v}^i(t))^T (\hat{i}^i(t)). \quad (8)$$

相应地可将式(7)重写为

$$\dot{e}_x^i(t) = A_m e_x^i(t) + b(\tilde{v}^v(t))^T \hat{i}^v(t) + b(\tilde{v}^i(t))^T \hat{i}^i(t). \quad (9)$$

因此,图 1 所示的模型参考自适应迭代学习辨识系统,可化为时变与时不变参数相分离的辨识系统结构,如图 2 所示.

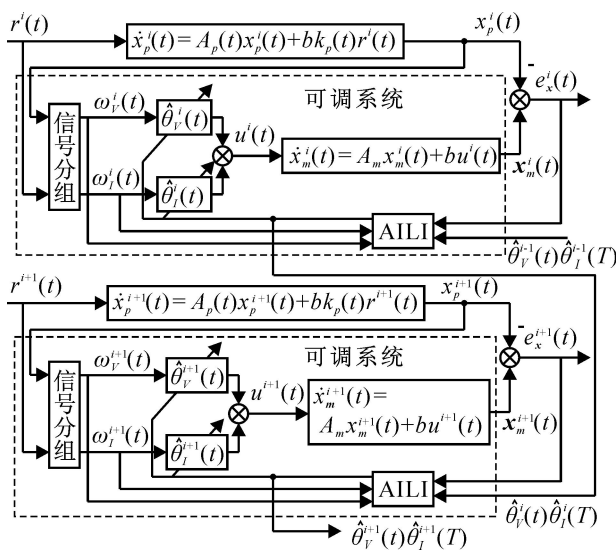


图 2 时变与时不变参数分离的模型参考自适应迭代学习辨识系统结构

4 时变与时不变参数组合自适应迭代学习律

针对时变参数,设计迭代域的自适应学习律

$$\hat{v}_v^i(t) = \text{proj}(\hat{v}_v^{i-1}(t)) - v \hat{i}_v^v(t) b^T P e_x^i(t). \quad (10)$$

式中: $v \in R^{n_v \times n_v}$ 为正定对称的时变参数学习增益阵; $P \in R^{n \times n}$ 为满足 $A_m^T P + P A_m = -Q$ 的正定对称

阵, $Q \in R^{n \times n}$ 为 正定对称阵; $\text{proj}(\cdot)$ 为投影算子,向量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ 的投影定义为

$$\text{proj}(x) = \{\text{proj}(x_j)\}.$$

$$\text{proj}(x_j) = \begin{cases} x_j, & |x_j| \leq x_{j,\text{lim}}; \\ \text{sign}(x_j) \cdot x_{j,\text{lim}}, & |x_j| > x_{j,\text{lim}}. \end{cases}$$

其中 $x_{j,\text{lim}}$ 为 x_j 的界. 对于 $\forall t \in [0, T]$, 假设时变参数真值 \hat{v}^* 在其投影界 v_{lim} (已知) 内, 即 $|\hat{v}^*(t)| < v_{\text{lim}}$, 并选择时变参数估计初值 $\hat{v}_v^0(t)$, 使 $|\hat{v}_v^0(t)| < v_{\text{lim}}$.

针对时不变参数,设计时域参数自适应迭代学习律

$$\begin{cases} \dot{\hat{i}}_i^i(t) = -\gamma_i \hat{i}_i^i(t) b^T P e_x^i(t), \\ \hat{i}_i^{i+1}(0) = \hat{i}_i^i(T). \end{cases} \quad (11)$$

其中: $\gamma_i \in R^{n_i \times n_i}$ 为正定对称的时不变参数的学习增益矩阵, 选取时不变参数估计初值 $\hat{i}_i^i(0)$ 有界.

假设每次迭代初始条件相同, 即对所有 $i \geq 1$ 有 $e_x^i(0) = 0$.

定理 1 考虑式(1)所示 n 阶线性时变系统, 参考模型如式(2)所示. 在相同初始条件(12)下, 对于分段连续有界参考输入 $r^i(t)$, 组合自适应迭代学习律(10)和(11)可保证以下收敛特性:

- 1) 在 $t \in [0, T]$ 上 $e_x^i(t)$ 有界, 且随迭代次数趋于无穷, 一致收敛到 0;
- 2) 参数估计有界, 且沿迭代轴逐点收敛到有界参数向量;
- 3) 对于所有 $i \geq 1$ 和 $t \in [0, T]$, 系统中所有信号有界.

证明 选取第 i 个迭代学习辨识周期的类 Lyapunov 函数

$$W^i(t) = V(e_x^i(t), \tilde{v}_i^i(t)) + \frac{1}{2} \int_0^t [(\tilde{v}_i^i(\tau))^T \gamma_i^{-1} (\tilde{v}_i^i(\tau))] d\tau, \quad (13)$$

式中

$$V(e_x^i(t), \tilde{v}_i^i(t)) = \frac{1}{2} (e_x^i(t))^T P (e_x^i(t)) + \frac{1}{2} (\tilde{v}_i^i(t))^T \gamma_i^{-1} (\tilde{v}_i^i(t)). \quad (14)$$

为表述简练, 以下省略函数的时间变量 t .

令 $W^i \triangleq W^i - W^{i-1}$, 则

$$W^i = V(e_x^i, \tilde{v}_i^i) - V(e_x^{i-1}, \tilde{v}_i^{i-1}) + \frac{1}{2} \int_0^t [(\tilde{v}_i^i)^T \gamma_i^{-1} (\tilde{v}_i^i) - (\tilde{v}_i^{i-1})^T \gamma_i^{-1} (\tilde{v}_i^{i-1})] d\tau. \quad (15)$$

由相同初始条件 $e_x^i(0) = 0$, 参数组合自适应迭代学习律(10)和(11)以及误差系统(9), 得

$$V(e_x^i, \tilde{v}_i^i) =$$

$$\begin{aligned}
& \int_0^t \dot{V}(e_x^i, \tilde{v}_i) dt + V(e_x^i(0), \tilde{v}_i(0)) = \\
& - \frac{1}{2} \int_0^t [(e_x^i)^T (PA_m + A_m^T P) e_x^i] dt + \\
& \int_0^t [(e_x^i)^T Pb(\tilde{v}_v)^T \dot{v}_v + (e_x^i)^T Pb(\tilde{v}_i)^T \dot{i}_i] dt + \\
& \int_0^t (\tilde{v}_i)^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i) + \frac{1}{2} (\tilde{v}_i(0))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(0)) = \\
& - \frac{1}{2} \int_0^t [(e_x^i)^T Qe_x^i] dt + \\
& \int_0^t [(e_x^i)^T Pb(\tilde{v}_v)^T (\dot{v}_v)] dt + \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_i(0))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(0)). \quad (16)
\end{aligned}$$

对于任意的参数估计 \hat{v}_j 及其标称值 \dot{v}_j^* , 如果满足 $|\dot{v}_j| < v_{j \text{ lim}}, v_{j \text{ lim}}$ 为 \hat{v}_j 的投影算子的界, 则有 $(\hat{v}_j - \dot{v}_j^*)^2 = (\text{proj}(\hat{v}_j) - \dot{v}_j^*)^2$ 成立. 因而式(15)右边第3项被积函数可化为

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \{ [(\tilde{v}_v)^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v)] - [(\tilde{v}_v^{-1})^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v^{-1})] \} \\
& \frac{1}{2} \{ [(\hat{v}_v - \dot{v}_v^*)^T \dot{v}_v^{-1}(\hat{v}_v - \dot{v}_v^*)] - \\
& [(\text{proj}(\hat{v}_v^{-1}) - \dot{v}_v^*)^T \dot{v}_v^{-1}(\text{proj}(\hat{v}_v^{-1}) - \dot{v}_v^*)] \} = \\
& \frac{1}{2} (\hat{v}_v - \text{proj}(\hat{v}_v^{-1}))^T \dot{v}_v^{-1}(\hat{v}_v + \text{proj}(\hat{v}_v^{-1}) - 2\dot{v}_v^*) = \\
& - (e_x^i)^T Pb(\dot{v}_v)^T \tilde{v}_v^{-1} - \frac{1}{2} (e_x^i)^T Pb(\dot{v}_v)^T v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^i. \quad (17)
\end{aligned}$$

将式(16)和(17)代入(15)得

$$\begin{aligned}
& W^i(t) \\
& - \frac{1}{2} \int_0^t (e_x^i)^T Qe_x^i dt - \\
& \frac{1}{2} \int_0^t [(e_x^i)^T Pb(\dot{v}_v)^T v(\dot{v}_v)^T b^T Pe_x^i] dt + \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_i(0))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(0)) - \frac{1}{2} (e_x^{i-1})^T Pe_x^{i-1} - \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_i^{-1})^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i^{-1}). \quad (18)
\end{aligned}$$

对所有 $i \geq 1$, 取 $t = T$, 并将式(11)中 $\hat{v}_i(0) = \hat{v}_i^{i-1}(T)$ 代入(18), 可得

$$\begin{aligned}
& W^i(T) \\
& - \frac{1}{2} \int_0^T (e_x^i)^T Qe_x^i dt - \frac{1}{2} (e_x^{i-1}(T))^T P(e_x^{i-1}(T)) - \\
& \frac{1}{2} \int_0^T [(e_x^i)^T Pb(\dot{v}_v)^T v(\dot{v}_v)^T b^T P(e_x^i)] dt \\
& - \frac{1}{2} \int_0^T (e_x^i)^T Qe_x^i dt = 0. \quad (19)
\end{aligned}$$

由此可知, $W^i(T)$ 沿迭代轴非增, 故只要 $W^1(T)$ 有界, 则 $W^i(T)$ 有界.

$$W^1(t) =$$

$$\begin{aligned}
& V(e_x^1(t), \tilde{v}_1(t)) + \\
& \frac{1}{2} \int_0^t (\tilde{v}_v^{-1})^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v^{-1}) dt, \quad (20)
\end{aligned}$$

对时间求导, 并考虑 $\hat{v}_v^0(t)$ 在参数投影界内, 由式(10)可得 $\tilde{v}_v = \tilde{v}_v^0 - v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^1$, 故

$$\begin{aligned}
& \dot{W}^1(t) = \\
& \frac{dV(e_x^1, \tilde{v}_1)}{dt} + \frac{1}{2} (\tilde{v}_v)^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v) = \\
& - \frac{1}{2} (e_x^1)^T Qe_x^1 + (e_x^1)^T Pb(\tilde{v}_v^0 - v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^1)^T \dot{v}_v + \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_v^0 - v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^1)^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v^0 - v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^1) = \\
& - \frac{1}{2} (e_x^1)^T Qe_x^1 - \frac{1}{2} (e_x^1)^T Pb(\dot{v}_v)^T v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^1 + \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_v^0)^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v^0). \quad (21)
\end{aligned}$$

因为 $\tilde{v}_v^0(t)$ 有界, 总可以找到一个大于0的数

$$M_0 = \max_{t \in [0, T]} \left[\frac{1}{2} (\tilde{v}_v^0(t))^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v^0(t)) \right],$$

使 $W^1(t) \leq M_0$, 故

$$W_1(t) \leq M_0 T + \frac{1}{2} (\tilde{v}_v^0(0))^T \dot{v}_v^{-1}(\tilde{v}_v^0(0)).$$

由 $\hat{v}_i^1(0)$ 和 \dot{v}_i^* 有界知 $\tilde{v}_i^1(0)$ 有界. 所以在 $t \in [0, T]$ 上, $W^1(t)$ 有界, 从而 $W^1(T)$ 有界, 得 $W^i(T)$ 有界.

下面证明收敛性和有界性.

1) 证明对于 $i \geq 1$ 和 $t \in [0, T]$, e_x^i, \tilde{v}_i 和 \tilde{v}_v 有界, 且当 $i \rightarrow \infty$ 时, e_x^i 在 $t \in [0, T]$ 上一致收敛到零.

由上述证明知, 对于所有 $i \geq 1$, $W^i(T)$ 有界, 故

$$(\tilde{v}_i(T))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(T)) \text{ 和 } \int_0^T [(e_x^i)^T Pb(\dot{v}_v)^T v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^i] dt \text{ 有界.}$$

由式(18)和(11)知

$$\begin{aligned}
& W^{i+1}(t) \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_i^{i+1}(0))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i^{i+1}(0)) - \\
& \frac{1}{2} (e_x^i)^T Pe_x^i - \frac{1}{2} (\tilde{v}_i)^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i) = \\
& \frac{1}{2} (\tilde{v}_i(T))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(T)) - \\
& \frac{1}{2} (e_x^i)^T Pe_x^i - \frac{1}{2} (\tilde{v}_i)^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i), \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& W^{i+1}(t) = W^i(t) + W^{i+1}(t) \\
& \frac{1}{2} \int_0^t [(e_x^i)^T Pb(\dot{v}_v)^T v \dot{v}_v^{-1} b^T Pe_x^i] dt + \frac{1}{2} (\tilde{v}_i(T))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(T)) \\
& - \frac{1}{2} \int_0^t (e_x^i)^T Qe_x^i dt + \frac{1}{2} (\tilde{v}_i(T))^T \dot{v}_i^{-1}(\tilde{v}_i(T)). \quad (23)
\end{aligned}$$

因为式(23)右边均有界, 因此对于所有 $i \geq 1$ 和 $t \in [0, T]$, $W^i(t)$ 有界. 由 $W^i(t)$ 定义可得 $e_x^i(t)$ 的 $\tilde{v}_i(t)$ 有界.

由式(19)知

$$W^i(T) = \frac{1}{2} \int_0^T [(e_x^i(t))^T Q(e_x^i(t))] dt,$$

$$W^i(T) = W^1(T) + \sum_{j=2}^i W^j(T)$$

$$W^1(T) = \frac{1}{2} \int_0^T [(e_x^1(t))^T Q(e_x^1(t))] dt,$$

即

$$\lim_i W^i(T) = \frac{1}{2} \lim_i \int_0^T [(e_x^i(t))^T Q(e_x^i(t))] dt = W^1(T).$$

由 Barbalat 引理,知

$$\lim_i \int_0^T [(e_x^i(t))^T Q(e_x^i(t))] dt = 0.$$

因为对于 $\forall t \in [0, T]$,有

$$\int_0^T [(e_x^i(t))^T Q(e_x^i(t))] dt = \frac{1}{\min(Q)} \int_0^T [(e_x^i(t))^T Q(e_x^i(t))] dt,$$

其中 $\min(\cdot)$ 为 (\cdot) 的最小特征值,故有

$$\lim_i \int_0^T [(e_x^i(t))^T Q(e_x^i(t))] dt = 0. \quad (24)$$

对于 $i \geq 1$ 和 $t \in [0, T]$,由假设 $r^i(t)$ 有界可得 x_p^i 有界.因 $x_m^i = x_p^i - e_x^i$,故 x_m^i 有界,所以 $\hat{v}^i(t)$ 有界,可得 $\hat{v}^i(t)$ 有界.由式(11)得 $\hat{v}^i(t)$ 有界,从而 $\hat{v}^i(t)$ 有界.再由式(7)知 \dot{e}_x^i 有界,因此 e_x^i 在 $t \in [0, T]$ 上是一致连续的.根据文献[12],由式(24)可得, $e_x^i(t)$ 在 $t \in [0, T]$ 上一致收敛到零.定理 1 之 1) 得证.

2) 由于迭代次数趋于无穷时, $e_x^i(t)$ 在 $t \in [0, T]$ 上一致收敛到零,由式(10)可知, $\hat{v}^i(t)$ 将随 i 逐点收敛到一个有界的参数向量 $\hat{v}(t)$; 由式

(11) 可知, $\hat{v}^i(t)$ 将随 i 逐点收敛到一个有界的参数向量 $\hat{v}(t)$. 定理 1 之 2) 得证.

3) 由以上证明可知,对 $\forall i \geq 1$ 和 $\forall t \in [0, T]$, $\hat{v}^i(t)$ 和 $\hat{v}^i(t)$ 有界.由式(8) $u^i(t) = (\hat{v}^i(t))^T \hat{v}^i(t)$ 知, $u^i(t)$ 有界.定理 1 之 3) 得证.

5 仿真举例

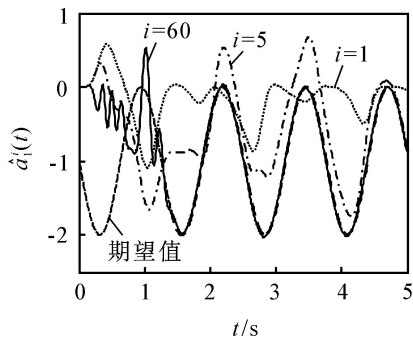
在时间区间 $t \in [0, 5]$ 上考虑式(1)所示的二阶线性时变系统,其中: $a_{p1}(t) = 3 + \sin(5t)$ 和 $a_{p2}(t) = 4 + \sin(t)$ 为时变参数, $k_p(t) = 4$ 为时不变参数.参考模型为式(2)所示二阶线性定常系统,其中 $a_{m1} = 2, a_{m2} = 3, k_m = 1$. 采样周期取 0.01 s, 输入激励信号 $r^i(t) = 5 \sin[2(1 + \sin(2i))t]$. 采用组合自适应迭代学习辨识算法,即

$$\hat{a}_1^i(t) = \hat{a}_1^{i-1}(t) - \gamma_1 x_p^i(t) b^T P e_x^i(t),$$

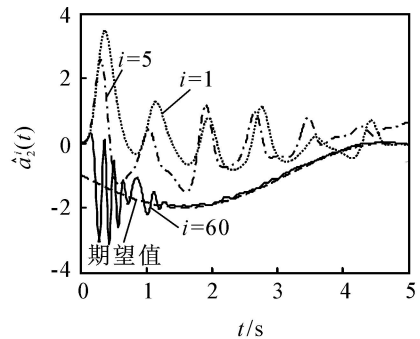
$$\hat{a}_2^i(t) = \hat{a}_2^{i-1}(t) - \gamma_2 r^i(t) b^T P e_x^i(t),$$

$$\hat{\kappa}^{i+1}(0) = \hat{\kappa}^i(T).$$

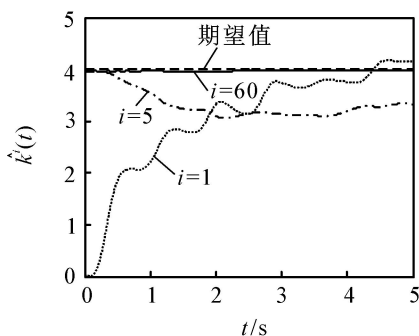
其中: $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1$; 参数初值取为 $\hat{a}_1^0(t) = 0, \hat{a}_2^0(t) = 0, \hat{\kappa}^1(0) = 0$; 参数极限设为 $a_{1 \text{ lim}} = a_{2 \text{ lim}} = 2, k_{\text{lim}} = 6$. 仿真结果如图 3 所示. 图 3(a) ~ 图 3(c) 分别给出了 $\hat{a}_1^i(t), \hat{a}_2^i(t)$ 和 $\hat{\kappa}^i(t)$ 的辨识结果,虚线为标称参数曲线,点线为第 1 次参数估计,点划线为第 5 次参数估计,实线为第 60 次参数估计. 图 3(d) 给出了状态跟踪误差的无穷范数随迭代次数变化的曲线. 由图 3 可见,尽管参数估计初值与标称参数相差较大,但参数估计是沿迭代轴逐渐收敛的. 由第



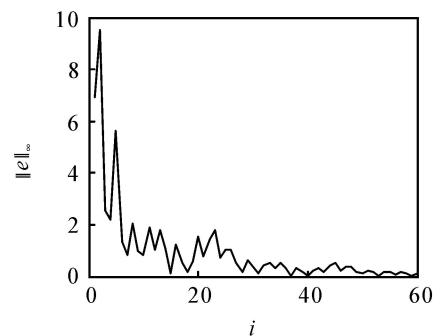
(a) $a_1(t)$ 曲线及 $i=1, 5, 60$ 时 $\hat{a}_1^i(t)$ 曲线



(b) $a_2(t)$ 曲线及 $i=1, 5, 60$ 时 $\hat{a}_2^i(t)$ 曲线



(c) $k(t)$ 曲线及 $i=1, 5, 60$ 时 $\hat{k}^i(t)$ 曲线



(d) 跟踪误差无穷范数相对迭代次数曲线

图 3 线性时变系统组合自适应参数辨识结果

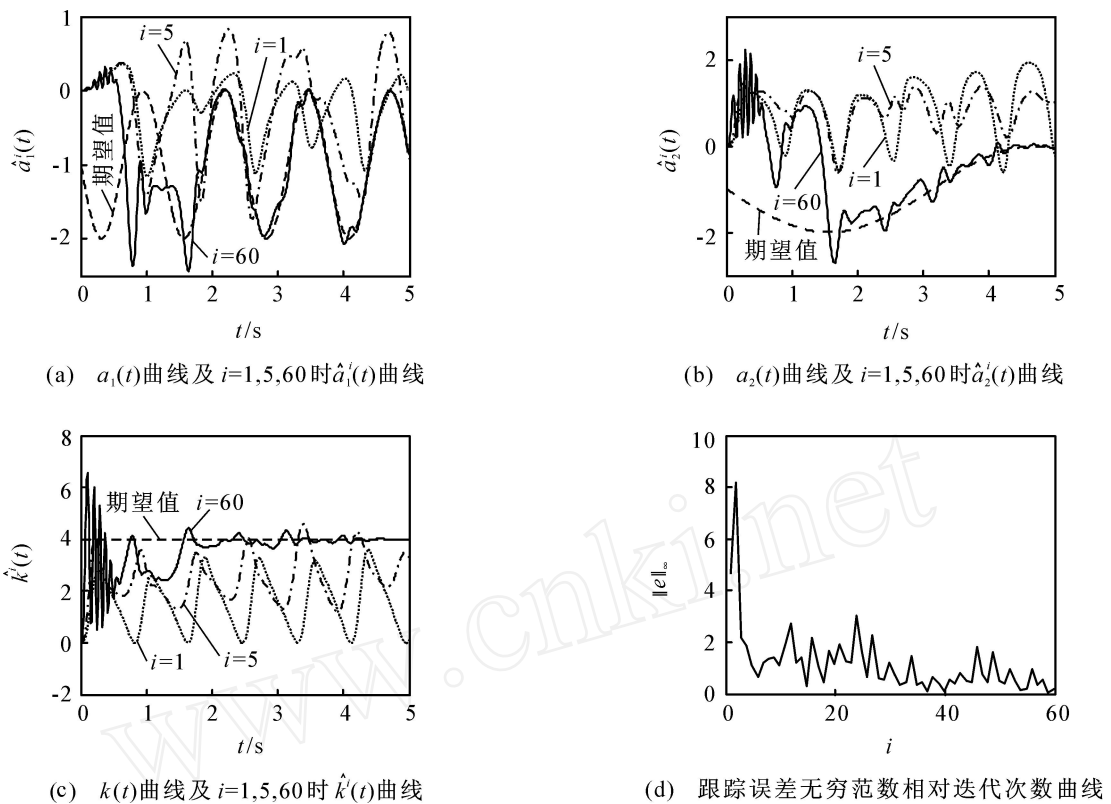


图4 线性时变系统纯迭代域自适应参数辨识结果

60次迭代时的参数估计曲线可知, $\hat{a}_1^{60}(t)$ 和 $\hat{a}_2^{60}(t)$ 经1.2s左右已收敛到标称参数附近, 而 $\hat{k}^{60}(t)$ 则在整个有限时间区间上逼近标称参数. 仿真结果表明, 采用本文提出的辨识算法是可行的.

为比较辨识算法的有效性, 所有参数采用纯迭代域自适应估计算法(10)进行辨识, 参数估计初值取 $\hat{a}_1^0(t) = 0$, $\hat{a}_2^0(t) = 0$, $\hat{k}^0(t) = 0$, 其他所有参数设置同前, 仿真结果如图4所示. 比较图3和图4, 不难看出图4中参数估计波动较大, 沿迭代轴的收敛速度明显较图3中参数的收敛速度慢, 特别是对时不变参数 k 的辨识明显比图3差. 这是因为, 采用本文提出的模型参考组合自适应迭代学习辨识算法, 能够利用沿时间轴的信息, 更快更好地辨识时不变参数, 从而加快了时变参数估计沿迭代轴的收敛速度.

6 结 论

本文针对一类有限时间区间上可重复运行的一致强稳定、一致强可控的含有时变和时不变参数的线性时变系统, 提出一种模型参考组合自适应迭代学习辨识算法. 由于所提出算法对时不变参数采用时间域自适应估计以及对可重复的时变参数采用迭代域自适应估计, 充分利用了时间域和迭代域信息, 使其较纯迭代域学习算法和纯时域学习算法的参数辨识具有更快的收敛速度. 仿真结果表明, 当迭代次数为有限次数时, 参数估计已较好地逼近真值. 但如

何从理论上证明参数收敛到真值的条件, 尚有待进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Luders G, Narendra K S. Stable adaptive schemes for state estimation and identification of linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1974, 19(6): 841-847.
- [2] Middleton R H, Goodwin G C. Adaptive control of time-varying linear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1988, 33(2): 150-155.
- [3] Tsakalis K S, Ioannou P A. Adaptive control of linear time-varying plants: A new model reference controller structure[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1989, 34(10): 1038-1046.
- [4] Tsakalis K S, Ioannou P A. A new adaptive control scheme for time-varying plants [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1989, 35(6): 697-705.
- [5] Ioannou P A, Tsakalis K S. Robust discrete-time adaptive control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1986, 31(11): 1033-1043.
- [6] Limanond S, Tsakalis K S. Model reference adaptive and non-adaptive control of linear time-varying plants [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(7): 1290-1300.

(下转第 646 页)

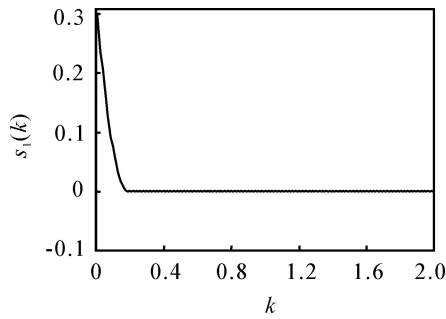


图4 准滑动模态带内采用等价控制时 $s_1(k)$ 的变化情况
带内取等价控制方法和本文所给的趋近律 ($s(k+1) = (1 - 2T)s(k) - 5T\text{sgn } s(k)$, $T = 0.05$), 对 $s(k)$ 的变化进行仿真, 仿真结果如图2~图4所示. 限于篇幅, 这里仅给出了 $s_1(k)$ 的图像, $s_2(k)$ 的图像与其类似.

5 结 论

本文针对离散系统, 提出了一种变结构控制设计方法. 通过构造幂次趋近律, 使得离散系统的准滑动模态不仅能步步穿越切换面, 而且能有效抑制抖振, 改善系统的控制品质. 仿真结果表明了所提出的设计方法是可行而有效的.

参考文献(References)

- [1] Utkin V I. Variable structure systems with sliding modes[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1977, 22(20): 212-222.
- [2] 高为炳, 程勉. 变结构控制的品质控制[J]. 控制与决策, 1989, 4(4): 1-6.
(Gao W B, Cheng M. The character control of variable structure control[J]. Control and Decision, 1989, 4(4): 1-6.)
- [3] Furuta K. Sliding mode control of variable structure control systems[J]. System Control Letters, 1990, 14(2): 145-152.
- [4] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
(Gao W B. The variable structure control theory and design method[M]. Beijing: Science Press, 1998.)
- [5] 高为炳. 离散系统的变结构控制[J]. 自动化学报, 1995, 21(2): 154-161.
(Gao W B. The variable structure control for discrete system[J]. Acta Automatica Sinica, 1995, 21(2): 154-161.)
- [6] Gao W, Wang Y, Homaifa A. Discrete time variable structure control systems [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1995, 42(2): 117-122.
- [7] Drzej Bartoszewicz A. Discrete-time variable structure control systems [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1996, 43(1): 235-238.
- [8] 姚琼荃, 黄继起, 吴汉松. 变结构控制系统[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1997.
(Yao Q H, Huang J Q, Wu H S. The variable structure control system [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1997.)
- [9] Kachroo P, Tomizuka M. Chattering reduction and error convergence in the sliding-mode control of a class of nonlinear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(7): 1063-1068.
- [10] Pan Y D, Furuta K. Discrete-time VSS controller design[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 1997, 7(4): 373-386.

(上接第 642 页)

参考文献(References)

- [7] Hidaka K, Ohmori H, Sano A. Model reference adaptive control design for linear time-varying systems [C]. Proc IEEE Conf of the 35th Conf on Decision and Control. Kobe: IEEE, 1996: 3359-3361.
- [8] Riccardo Marino, Patrizio Tomei. Robust adaptive regulation of linear time-varying systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(7): 1301-1311.
- [9] Frueh M, Ragers E. Nonlinear iterative learning by an adaptive Lyapunov technique[J]. Int J of Control, 2000, 73(10): 840-850.
- [10] Xu J X, Tan Y. A composite energy function-based learning control approach for nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1940-1945.
- [11] Hsu C T, Chien C J, Yao C Y. A new algorithm of adaptive iterative learning control for uncertain robotic systems[C]. Proc IEEE on Robotics and Automation. Taipei: IEEE, 2003: 4130-4135.
- [12] Choi J Y, Lee J S. Adaptive iterative learning control for uncertain robotic systems [J]. IEE-Proc Control Theory and Applications, 2000, 147(2): 217-223.