

文章编号: 1001-0920(2008)06-0647-04

改进的非线性跟踪微分器设计

史永丽, 侯朝桢

(北京理工大学 自动控制系, 北京 100081)

摘要: 在对典型跟踪微分器深入研究的基础上, 提出一种改进的非线性跟踪微分器. 该跟踪微分器综合了线性跟踪微分器和非线性跟踪微分器的优点, 不但无颤振现象, 而且具有良好的动态响应和较强的滤波能力, 兼顾了快速性和准确性的要求, 可实现任意信号的跟踪和微分. 该跟踪微分器形式简单、易于实现. 仿真结果表明, 改进型非线性跟踪微分器具有优良的性能.

关键词: 跟踪微分器; 非线性; 线性; 滤波

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Design of improved nonlinear tracking differentiator

SHI Yong-li, HOU Chaoshen

(Department of Automatic Control, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China. Correspondent: SHI Yong-li, E-mail: yonglishi@163.com)

Abstract: An improved tracking differentiator (ITD) is proposed based on the study of typical tracking differentiators (TD). Integrating the merits of linear TD and nonlinear TD together, ITD not only has no chattering phenomenon, but also has excellent dynamic responses and strong filtering performance. Both tracking and differentiation can be realized conveniently for any signals by using ITD. It has simple form and is easy to implement in engineering. Simulation results show that the algorithm presented has excellent performance.

Key words: Tracking differentiator; Nonlinearity; Linearity; Filtering

1 引言

无论是在信号处理领域, 还是在工程控制领域, 常常需对测量得到的信号进行微分. 一般情况下, 这种微分可采用超前网络或数值差分直接实现. 然而, 如果已知的信号是不连续的, 或带有一定的随机噪声, 则直接微分很难实现. 针对此问题, 韩京清于 1994 年提出了非线性跟踪微分器的概念^[1]. 实际上, 跟踪微分器利用了数值积分优于数值微分的事实, 将给定信号的微分转化为对一组微分方程的积分问题, 可实现任意信号的跟踪及微分.

自跟踪微分器诞生以来, 已出现了多种形式, 并获得了广泛应用. 最早的跟踪微分器是根据二阶系统的时间最优控制得到的, 采用非线性形式, 具有良好的快速性, 但存在一定的颤振现象^[1]. 为此, 文献[2]提出了跟踪微分器的离散形式(以下简称 TD), 不但可以消除颤振, 而且动态响应好, 稳态精度高^[2]. 正是由于跟踪微分器的离散形式所具有的良

好性能, 在自抗扰控制^[3]、系统辨识^[4]、函数寻优^[5]、零点配置^[6]、数据处理^[7]和信号滤波^[8]等场合得到了广泛应用. 然而, 它采用了切换函数, 形式稍显复杂. 为此, 文献[9]提出一种线性跟踪微分器, 算法简单、易于实现, 但失去了非线性特性为跟踪微分器带来的快速性. 文献[10]则提出一种快速型跟踪微分器(High speed tracking differentiator, HSTD), 并应用于伺服系统的速度估计^[11]. HSTD 形式简单, 具有良好的快速性, 但存在一定的颤振现象.

针对上述问题, 在快速型跟踪微分器的基础上, 本文提出了一种改进的跟踪微分器. 该跟踪微分器综合了线性跟踪微分器和非线性跟踪微分器的优点, 不但没有颤振现象, 而且具有良好的动态响应, 兼顾了快速性和准确性的要求, 可以实现任意信号的跟踪和微分, 并具有较强的滤波能力.

2 典型跟踪微分器

2.1 离散跟踪微分器

收稿日期: 2007-03-15; 修回日期: 2007-07-02.

基金项目: 国防预研基金项目(Z172004A001).

作者简介: 史永丽(1970—), 女, 太原人, 博士生, 从事复杂系统建模、优化、控制、决策与仿真的研究; 侯朝桢(1938—), 男, 四川自贡人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模、优化、控制、决策与仿真等研究.

离散跟踪微分器的具体形式为^[2]

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + hx_2(k), \\ x_2(k+1) = \\ x_2(k) + h \text{fst}(x_1(k) - v, x_2(k), r, h_0). \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\text{fst}(x_1 - v, x_2, r, h_0) = \begin{cases} -ra, & |a| \leq d; \\ -r \text{sign}(a), & |a| > d. \end{cases} \quad (2)$$

$$a = \begin{cases} x_2 + \frac{c}{h_0}, & |c| < d_0; \\ x_2 + \frac{\text{sign}(c)(d_0 - d)}{2}, & |c| > d_0. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} d = rh_0, \\ d_0 = dh_0, \\ c = v_1 - v + h_0 v_2, \\ a = \sqrt{d^2 + 8r|c|}. \end{cases} \quad (4)$$

v 为输入信号, x_1 为 v 的跟踪信号, x_2 为 x_1 的导数, 即 v 的微分信号; h 为积分步长, r 决定了跟踪的快慢, h_0 决定噪声滤波效应, r 和 h_0 要协调调整以获得满意的性能。

离散跟踪微分器可实现输入信号快速、无超调跟踪, 无颤振现象, 且能给出品质优良的微分信号。然而, 在离散跟踪微分器中, 采用了两个开关切换函数, 算法稍显复杂。

2.2 快速型跟踪微分器

快速型跟踪微分器的具体形式为^[10]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \\ -R^2 [a_0(x_1 - v) + a_1(x_1 - v)^{m/n}] - \\ R^2 [b_0 x_1/R + b_1(x_1/R)^{m/n}]. \end{cases} \quad (5)$$

其中: a_0, a_1, b_0 和 b_1 均为大于 0 的常数; m 和 n 均为大于 0 的奇数, 且 $m < n$ 。

与离散跟踪微分器相比, 该跟踪微分器没有开关切换函数, 而是使用光滑函数实现线性与非线性工作区域的自动切换, 算法形式简单, 快速性好。但在平衡点附近, 该跟踪微分器存在一定颤振现象。

3 改进的跟踪微分器设计

由第 2 节的分析可知, 离散跟踪微分器虽具有良好的性能, 没有颤振问题, 但算法稍显复杂; 快速型跟踪微分器虽形式简单, 但存在颤振现象。通过深入分析可知, 快速型跟踪微分器产生颤振的根源主要是因为是在零点附近使用了非线性函数, 而离散跟踪微分器之所以没有颤振, 是因为在零点附近使用的是线性函数, 而不是非线性函数。基于上述分析, 本文对快速型跟踪微分器进行改进, 保留原算法简单的优点, 同时消除了颤振现象。

为设计改进的跟踪微分器, 给出如下定理:

定理 1 对于系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -\alpha_1 [(z_1)^{p/q} + z_1] - \\ -\alpha_2 [(z_2)^{p/q} + z_2]. \end{cases} \quad (6)$$

如果 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 为大于等于 1 的常数, $p > q > 0$, 且 p 和 q 均为奇数, 则系统在原点是渐近稳定的。

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V(z_1, z_2) = \frac{1}{q+p} (z_1)^{p/q+q} + \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 > 0. \quad (7)$$

对式(7)求导, 并将式(6)代入, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(z_1, z_2) &= \alpha_1 (z_1)^{p/q} z_1 \dot{z}_1 + \alpha_1 z_1 \dot{z}_1 + \alpha_2 z_2 \dot{z}_2 = \\ &= -\alpha_1 (z_1)^{p/q} z_1^2 - \alpha_2 z_2^2 < 0. \end{aligned} \quad (8)$$

$\dot{V}(z_1, z_2) = 0$ 所对应的系统平衡点只能是原点, 因此, 根据 La Salle 不变集定理, 可推知当 $t \rightarrow \infty$ 时, $z_1 \rightarrow 0, z_2 \rightarrow 0$ 。

考察系统(6)可以发现, 当 $|z| \gg 1$ 时, 由于 $p > q$, 非线性环节在系统中起主导作用。此时, 系统(6)可简化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -\alpha_1 (z_1)^{p/q} - \alpha_2 (z_2)^{p/q}. \end{cases} \quad (9)$$

当 $|z| \ll 1$ 时, 线性环节在系统中起主导作用, 系统(6)可简化为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = -\alpha_1 z_1 - \alpha_2 z_2. \end{cases} \quad (10)$$

在图 1 中, 以 $p/q = 3$ 为例, 画出了线性函数与非线性函数相对关系。显然, 当 $z \gg 1$ 时, $f(z) = z^3$ 收敛速度最快; 当 $z \ll 1$ 时, $f(z) = z^{1/3}$ 收敛速度最快。尽管如此, 在接近平衡点时也不能采用类似 $f(z) = z^{1/3}$ 的非线性形式, 只能采用收敛速度居中的线性函数, 以有效避免颤振现象发生。只有这样, 才能兼顾系统的快速性和稳态精度, 而且算法简单, 调节参数少, 有利于理论分析和证明。

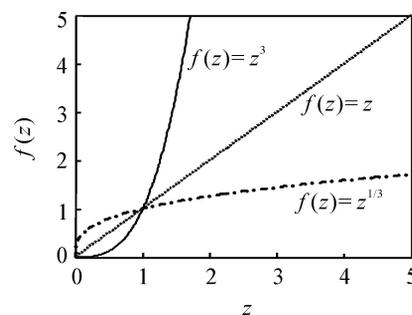


图 1 线性函数与非线性函数的相对关系

根据系统(6)可设计出改进的非线性跟踪微分器, 详见如下定理:

定理 2 如果 $R > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 为大于等于 1 的常数, $p > q > 0$, 且 p 和 q 均为奇数, 则对于任意的输入信号 $v(t) \in L[0, T]$ 和任意的常数 $T > 0$, 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -\alpha_1 R^2 [(x_1 - v)^{p/q} + x_1 - v] - \alpha_2 R^2 [(x_2/R)^{p/q} - x_2/R] \end{cases} \quad (11)$$

的解满足

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| dt = 0. \quad (12)$$

为证明定理 2, 首先引入引理 1.

引理 1^[1] 若系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = f(z_1, z_2) \end{cases} \quad (13)$$

的任意解均满足 $z_1(t) \geq 0, z_2(t) \geq 0, t \in [0, T]$, 则对于任意有界可积函数 $v(t)$ 和任意常数 $T > 0$, 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = R^2 f(x_1 - v, x_2/R) \end{cases} \quad (14)$$

的解 $x_1(t)$ 满足

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |x_1(t) - v(t)| dt = 0. \quad (15)$$

详细证明过程参见文献[1].

根据定理 1 和引理 1, 易证定理 2 的结论成立, 在此不再赘述.

注 1 在定理 2 的跟踪微分器中, 一般可取 $\alpha_1 > 1, \alpha_2 > 1, p/q$ 一般大于等于 3, α_1 的改变, 将改变线性区间的大小. 增大 R , 将加快跟踪速度, 但 R 越大, 噪声放大也越大, 参数的具体选择可根据系统的过渡过程要求进行. $\alpha_1, \alpha_2, p/q$, 确定后可不再改变, 主要调整 R .

注 2 与快速型跟踪微分器^[10]相比, 定理 2 的改进型跟踪微分器同样采用了线性与非线性工作区域自动切换的模式, 算法形式简单, 易于实现. 但与快速型跟踪微分器^[10]不同, 定理 2 的改进型跟踪微分器在跟踪误差较大时, 采用非线性环节, 以加快趋向平衡点的速度; 而在误差较小时, 则采用线性环节, 以避免颤振现象的发生. 同时, 引入参数 R , 可调节线性与非线性工作区间的大小.

4 仿真结果及分析

为验证改进型跟踪微分器(以下简称 ITD)的有效性, 利用 Matlab 进行仿真研究, 并与离散跟踪微分器(以下简称 TD)、快速型非线性跟踪微分器(以下简称 HSTD)进行比较, 仿真结果如图 2 ~ 图 5 所示.

为使比较客观, 在仿真中精心调整了 3 种跟踪

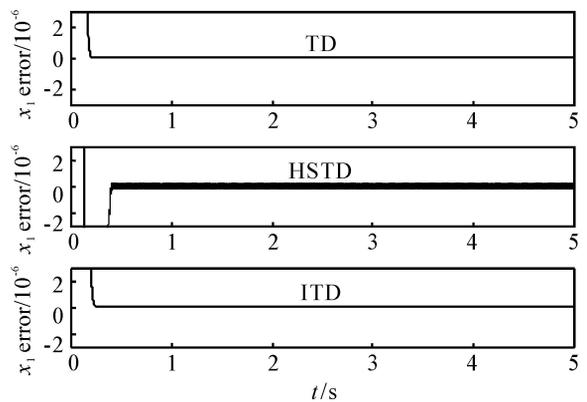


图 2 单位阶跃输入下的跟踪误差

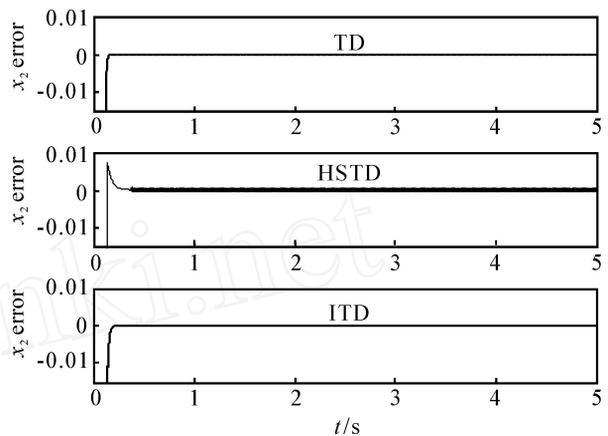


图 3 单位阶跃输入下的微分输出误差

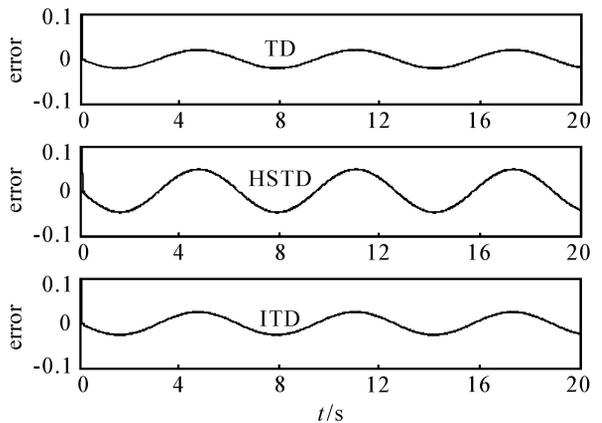


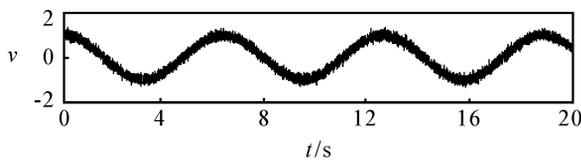
图 4 单位余弦跟踪误差

微分器的参数, 在快速性保持一致的情况下, 比较 3 者的性能.

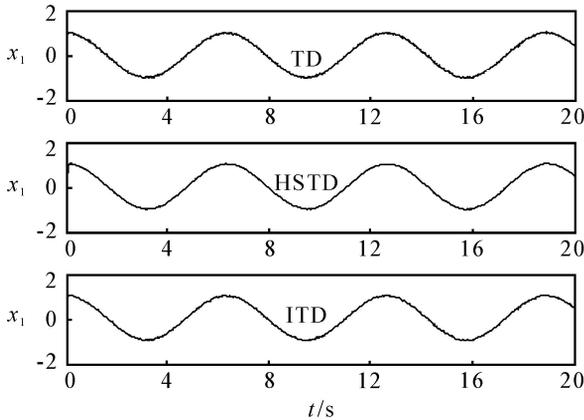
TD 算法如式(1)所示, 其参数选取如下: $r = 2000, h = 0.001 \text{ s}, h_0 = 0.01$.

对于 HSTD, 可选取计算步长为 0.001 s 对式(5)的连续域算法进行离散化, 具体算法略. 仿真中各参数选取如下: $a_0 = 1, a_1 = 1, b_0 = 1, b_1 = 1.14, R = 100, n = 3, m = 5$.

对于 ITD, 同样可选取计算步长为 0.001 s 对式(11)的连续域算法进行离散化, 具体算法略. 仿真中各参数选取如下: $R = 40, \alpha_1 = 4, \alpha_2 = 4, \beta = 1.8,$



(a) 带噪声的单位余弦输入曲线



(b) 带噪声的单位余弦跟踪曲线

图5 噪声的单位余弦跟踪曲线

$p = 9, q = 3$.

图2给出了3种跟踪微分器对单位阶跃信号的跟踪误差曲线.可以看出,HSTD的跟踪输出曲线存在超调,且存在高频振颤,而TD和ITD在满足同样的快速性要求条件下,均能实现无超调、无误差跟踪,效果基本相同.

图3给出了对应的微分输出误差曲线.可以看出,HSTD存在高频振颤,而TD和ITD仍能取得品质优良的微分信号.

当输入信号为单位余弦 $v = \cos t$ 时,在3种跟踪微分器下,跟踪误差曲线如图4所示.3种跟踪微分器均能实现输入信号较好地跟踪和微分.但HSTD的误差比TD和ITD大,而TD和ITD效果基本一致.

为进一步验证ITD的滤波性能,假设上述余弦输入被方差为0.01的白噪声污染,则在上述3个跟踪微分器的参数均不发生变化情况下,其输入曲线如图5(a)所示,图5(b)为其对应的跟踪输出曲线.由曲线图可以看出,三者均具有较强的滤波功能.

综上所述,在保持快速性一致的情况下,TD和ITD的跟踪微分精度优于HSTD,而TD和ITD的性能基本一致,但ITD的算法形式更加简单.

5 结论

本文综合线性跟踪微分器和非线性跟踪微分器的优点,提出了一种改进的跟踪微分器.该跟踪微分器在跟踪误差较大时,采用非线性环节,以加快趋向平衡点的速度;在误差较小时,则采用线性环节,以避免颤振现象的发生.同时,线性工作区间与非线性

区间的大小可调.该跟踪微分器不但没有颤振现象,而且具有良好的动态响应和较强的滤波能力,兼顾了快速性与准确性的要求,可实现任意信号的跟踪和微分,算法简单,易于实现.

参考文献(References)

- [1] 韩京清,王伟.非线性跟踪-微分器[J].系统科学与数学,1994,14(2):177-183.
(Han J Q, Wang W. Nonlinear tracking differentiator [J]. Systems Science and Mathematical Science, 1994, 14(2): 177-183.)
- [2] 韩京清,袁露林.跟踪-微分器的离散形式[J].系统科学与数学,1999,19(3):268-273.
(Han J Q, Yuan L L. The discrete form of the tracking differentiator [J]. Systems Science and Mathematical Science, 1999, 19(3): 268-273.)
- [3] 韩京清.自抗扰控制器及其应用[J].控制与决策,1998,13(1):20-23.
(Han J Q. Active disturbances rejection controller and its applications [J]. Control and Decision, 1998, 13(1): 20-23.)
- [4] 张文革,韩京清.跟踪-微分器用于连续系统辨识[J].控制与决策,1999,14(增):557-560.
(Zhang W G, Han J Q. Continuous-time system identification with the tracking-differentiator [J]. Control and Decision, 1999, 14(S): 557-560.)
- [5] 韩京清,侯增广.利用跟踪-微分器构造未知函数的寻优器及求根器[J].控制与决策,2000,15(3):365-367.
(Han J Q, Hou Z G. Tracking differentiator approaches for solving optimization problems and finding roots of algebraic equations [J]. Control and Decision, 2000, 15(3): 365-367.)
- [6] 张文革,韩京清.跟踪-微分器用于零点配置[J].自动化学报,2001,27(15):724-727.
(Zhang W G, Han J Q. The application of tracking differentiator in allocation of zero [J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(15): 724-727.)
- [7] 李卓,马林立.跟踪微分器在GLONASS定位数据处理中的应用研究[J].飞行器测控学报,2004,23(2):5-8.
(Li Z, Ma L L. Researches on the application of tracking differentiator in data processing of GLONASS [J]. J of Aircraft Measurement and Control, 2004, 23(2): 5-8.)
- [8] 武利强,林浩,韩京清.跟踪微分器滤波性能研究[J].系统仿真学报,2004,16(4):651-653.
(Wu L Q, Lin H, Han J Q. Study of tracking differentiator on filtering [J]. J of System Simulation, 2004, 16(4): 651-653.)

(下转第659页)

表明,在整定后的分段模糊控制器作用下,移动机器人能快速纠偏,而且进入稳定阶段的时间短、稳态跟踪误差小.实际跟踪实验表明,分段模糊控制器鲁棒性强,能包容建模不精确带来的误差.

参考文献(References)

- [1] 王田苗. 走向产业化的先进机器人技术[J]. 中国制造业信息化, 2005, 34(10): 24-25.
(Wang T M. Advanced robotic technology approaching industrialization [J]. Manufacture Information Engineering of China, 2005, 34(10): 24-25.)
- [2] Caracciolo L, De L A, Iannitti S. Trajectory tracking control of a four-wheel differentially driven mobile robot [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Detroit, 1999, 4: 2632-2638.
- [3] Su C Y, Stepanenko Y. Robust motion/force control of mechanical systems with classical nonholonomic constraints [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(3): 609-614.
- [4] Park K, Chung H, Lee J G. Point stabilization of mobile robots via state space exact feedback linearization [C]. Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation. Detroit, 1999, 4: 2626-2631.
- [5] 李世华, 田玉平. 非完整移动机器人的有限时间跟踪控制算法研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 750-754.
(Li S H, Tian Y P. Finite time tracking control algorithm for nonholonomic mobile robots [J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 750-754.)
- [6] Maaref H, Barret C. Sensor-based navigation of a mobile robot in an indoor environment [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2002, 38(1): 1-18.
- [7] 吴忻生, 任华瑛. 非完整移动机器人轨迹跟踪的最优模糊控制[J]. 华南理工大学学报, 2004, 32(3): 44-49.
(Wu X S, Ren H Y. An optimized fuzzy control approach to the trajectory tracking of nonholonomic mobile robots [J]. J of South China University of Technology, 2004, 32(3): 44-49.)
- [8] 胡跃明, 谭慧琼, 李迪. 基于非线性系统相对度的学习控制算法及在非完整移动机器人中的应用[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(5): 662-668.
(Hu Y M, Tan H Q, Li D. Learning control algorithm based on relative degree of nonlinear systems with application to nonholonomic mobile robots [J]. Control Theory & Applications, 2001, 18(5): 662-668.)
- [9] 邹细勇. 自主移动机器人的智能导航研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2004.
(Zou X Y. Intelligent navigation research of autonomous mobile robot [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2004.)
- [10] 张颖伟, 王小刚, 王福利. 基于模糊自适应滑模的非线性系统的故障调节[J]. 控制与决策, 2005, 20(4): 408-411.
(Zhang Y W, Wang X G, Wang F L. Fault accommodation for nonlinear systems using fuzzy adaptive sliding control [J]. Control and Decision, 2005, 20(4): 408-411.)
- [11] 高宪文, 赵亚平. 焦炉模糊免疫自适应 PID 控制的应用研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1346-1349.
(Gao X W, Zhao Y P. Application research on fuzzy immune adaptive PID control in coke oven [J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1346-1349.)
- [12] Zou Xi-yong, Zhu Jing. Vector field based robot navigation using hybrid genetic/simulated annealing algorithm [J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(5): 657-663.)

(上接第 650 页)

- [9] Guo B Z, Han J Q, Xi F B. Linear tracking-differentiator and application to online estimation of the frequency of a sinusoidal signal with random noise perturbation [J]. Int J of Systems Science, 2002, 33(5): 351-358.
- [10] 王新华, 陈增强, 袁著祉. 全程快速非线性跟踪-微分器[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 875-878.
(Wang X H, Chen Z Q, Yuan Z Z. Nonlinear tracking-differentiator with high speed in whole course [J]. Control Theory and Applications, 2003, 20(6): 875-878.)
- [11] Su Y X, Zheng C H, Mueller P C, et al. A simple improved velocity estimation for low-speed regions based on position measurements only [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2006, 14(5): 937-942.