文章编号: 100120920(2008) 0720795204

高阶无模型自适应迭代学习控制

池荣虎[1], 侯忠生[2], 于 镭[1], 隋树林[1]
(1. 青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266042; 2. 北京交通大学 电信工程学院, 北京 100044)

摘 要: 针对一类非线性非仿射离散时间系统, 提出了高阶无模型自适应迭代学习控制方案. 控制器的设计和分析仅依赖于系统的输入/ 输出(I/ O) 数据, 不需要已知任何其他知识. 该方法采用了高阶学习律, 可利用更多以前重复过程中的控制信息提高系统收敛性, 且学习增益可通过/ 拟伪偏导数0 更新律迭代调节. 仿真结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 无模型自适应控制; 迭代学习控制; 高阶学习控制律; 学习增益
中图分类号: TP273 文献标识码: A

Higher2order model2free adaptive iterative learning control

CHI Rong2hu[1], HOU Zhong2sheng[2], YU Lei[1], SUI Shu2lin[1]
(1. School of Automation and Electrical Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266042, China; 2. School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China. Corresponding: CHI Rong2hu, E2mail: rhchi@163.com)

Abstract: A higher2order model2free adaptive iterative learning control is presented for a class of nonlinear and non2affine discrete2time systems. The control design and analysis depend on the I/O data of the system without reqiring any other knowledge. By introducing higher2order learning law, this method can incorporate more control information of prievious tries to improve the convergence performance. Furthermore, the learning gain can be tuned iteratively by the / mimic pseudo partial derivative0 updating law. Simulation results illustrate the validity of the presented method.

Key words: Model2free adaptive control; Iterative learning control; Higher2order learning control law; Learning gain

1 引 言

迭代学习控制(ILC)[126] 适合于具有某种重复运动性质的被控对象, 可利用过去重复操作过程中的控制信息修正当前的控制行为, 最终实现整个有限时间区间上的完全跟踪性能. 理论上, 其运行不要求已知动态系统的任何先验知识. 然而, 实际中迭代学习控制律的设计和分析仍依赖于系统的某些知识, 例如 Jacobin 矩阵的上下界等, 尽管不必已知其精确值. 另外, 理论分析所得的收敛性充分条件不能有效指导控制实际中学习增益的选取. 如果没有关于系统的任何先验知识, 更多的是通过试验的方法选取学习增益. 因此, 迭代学习控制被称作/ 几乎无模型0 方法.

最近, 侯忠生[7] 针对一般非线性离散时间系统提出了无模型自适应控制理论, 控制器的设计和分析仅依赖于系统的 I/ O 数据. 在此基础上, 文献[8] 提出了一种高阶无模型自适应控制方案, 可利用更多以前采样时刻的控制信息来提高控制性能.

值得指出的是, 无模型自适应控制和迭代学习控制具有很大的相似性: 控制器本质上都是一种积分行为, 都具有通过估计未知知识处理不确定性的能力. 文献[9] 借鉴了无模型自适应控制的基本思想, 提出了一种迭代学习控制的双层最优算法, 本质上是一种完全无模型的方法.

高阶迭代学习控制算法[5,6] 与普通学习算法相比, 利用了以前多次迭代过程的输入输出信息来构造新的控制输入, 可提高沿学习迭代方向的收敛性能和瞬态学习行为. 本文在文献[8, 9] 的基础上, 提出了高阶无模型自适应迭代学习控制方案, 是一种/ 完全无模型0 的方法. 与文献[8] 相比较, 该方法适用于具有重复性的控制任务, 可实现有限时间区间上的完全跟踪性能. 与文献[9] 相比, 该方法采用高

收稿日期: 2007203221; 修回日期: 2007209211.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474038); 青岛科技大学启动基金项目(0022324).
作者简介: 池荣虎(1975)), 男, 山东莱芜人, 博士, 从事自适应控制、迭代学习控制的研究; 侯忠生(1962)), 男, 黑龙江望奎人, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、学习控制、智能交通等研究.

阶形式, 可利用更多以前重复中的控制信息提高系统收敛性能. 仿真结果验证了本文方法的有效性.

2 迭代相关非参数动态线性化

考虑可重复的一般非线性离散时间 SISO 系统

$$y_k(t+1) = f(y_k(t), y_k(t-1), \dots, y_k(t-n_y), u_k(t), u_k(t-1), \dots, u_k(t-n_u)). \tag{1}$$

其中: $y_k(t)$ 和 $u_k(t)$ 分别是系统的输出和输入; n_y 和 n_u 表示未知的系统阶数; $f(\cdot,\cdot)$ 表示未知的非线性函数; $t \in \{0, 1, \dots, T\}$; $k = 0, 1, \dots$ 表示迭代次数.

假设1 $f(\cdot,\cdot)$ 关于控制输入 $u_k(t)$ 的偏导数存在且连续.

假设2 系统(1) 满足广义Lipschitz连续, 即 $\forall t \in \{0, 1, \dots, T\}$ 和 $\forall k = 0, 1, \dots$, 当 $|\Delta u_k(t)| \neq 0$ 时, 有

$$|\Delta y_k(t+1)| \le b|\Delta u_k(t)|. \tag{2}$$

其中: b 是一个常数, $\Delta y_k(t+1) = y_k(t+1) - y_{k-1}(t+1)$, $\Delta u_k(t) = u_k(t) - u_{k-1}(t)$.

注 1 假设 2 是对输出变化量的一种限制, 即有界的输入变化产生有界的输出变化. 显然, 它包括一大类非线性系统. 从数学角度分析, 只要 $|\Delta u_k(t)| \neq 0$, 则一定存在一个有限的 $b_{t,k}$ 使得式(2) 满足. 事实上, 因为 $b_{t,k}$ 总是有界的, 假设 2 中的常数 b 实际上是 $b_{t,k}$ 的一个上界, 仅需已知其存在性, 而不必知道其精确值.

定理 1 对于系统(2), 当假设 1 和假设 2 均满足时, 则一定存在一个称作“拟伪偏导数”的量 $\phi_k(t)$, 使得

$$\Delta y_k(t+1) = \phi_k(t)\Delta u_k(t), \tag{3}$$

且 $|\phi_k(t)| \le b$.

定理 1 的证明参见文献[9], 在此不再赘述.

注2 根据 $\phi_k(t)$ 的定义[9] 可知, 被控对象在过去操作过程的所有控制信息(控制输入和系统输出) 都被融合在 $\phi_k(t)$ 中. 本文将 $\phi_k(t)$ 作为线性系统(3) 的参数不确定性, 对其进行迭代估计.

3 高阶无模型自适应迭代学习控制

3.1 控制器设计

给定期望轨迹 $y_d(t)$, $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, 本文的控制目标是寻找一个合适的控制输入序列 $u_k(t)$, 使跟踪误差 $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$, $t \in \{0, 1, \dots, T\}$, 随迭代次数 k 趋于无穷而收敛于零.

将式(3) 重写为

$$y_k(t+1) = y_{k-1}(t+1) + \phi_k(t)\Delta u_k(t). \tag{4}$$

定义控制输入指标函数

$$J(u_k(t), \alpha_k) = |e_k(t+1)|^2 + \lambda\Big|u_k(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t)\Big|^2. \tag{5}$$

其中: $\alpha_k = (\alpha_{k,1}, \alpha_{k,2}, \dots, \alpha_{k,l})^T$, $\sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i} = 1$; λ 是一个正的权重因子; $u_{k-1}(t), u_{k-2}(t), \dots, u_{k-l}(t)$ 为前 l 次迭代的控制输入, 在第 k 次迭代时均为已知.

根据式(4) 和跟踪误差 $e_k(t)$ 的定义, $J(u_k(t), \alpha_k)$ 可重新表示为

$$\begin{aligned} J(u_k(t), \alpha_k) = {} & |y_d(t+1) - y_k(t+1)|^2 + \\ & \lambda\Big|u_k(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t)\Big|^2 = \\ & |e_{k-1}(t+1) - \phi_k(t)(u_k(t) - u_{k-1}(t))|^2 + \\ & \lambda\Big|u_k(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t)\Big|^2. \end{aligned} \tag{6}$$

利用最优条件 $\frac{1}{2}\frac{\partial J(u_k(t), \alpha_k)}{\partial u_k(t)} = 0$, 有

$$\begin{aligned} u_k(t) = {} & \frac{\phi_k(t)}{\lambda + \phi_k(t)^2}e_{k-1}(t+1) + \frac{\phi_k(t)^2}{\lambda + \phi_k(t)^2}u_{k-1}(t) + \\ & \frac{\lambda}{\lambda + \phi_k(t)^2}\sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t). \end{aligned} \tag{7}$$

由于 $\phi_k(t)$ 是系统未知的“拟伪偏导数”, 实际中不可用. 因此采用如下学习控制律形式:

$$\begin{aligned} u_k(t) = {} & \frac{\hat\phi_k(t)}{\lambda + \hat\phi_k(t)^2}e_{k-1}(t+1) + \frac{\hat\phi_k(t)^2}{\lambda + \hat\phi_k(t)^2}u_{k-1}(t) + \\ & \frac{\lambda}{\lambda + \hat\phi_k(t)^2}\sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t). \end{aligned} \tag{8}$$

其中: $\hat\phi_k(t)$ 是 $\phi_k(t)$ 的估计值, 其迭代更新律与文献[9] 相同, 即

$$\begin{aligned} \hat\phi_k(t) = {} & \hat\phi_{k-1}(t) + \frac{\eta_{k,t}\Delta u_{k-1}(t)}{\mu + |\Delta u_{k-1}(t)|^2} \cdot \\ & (\Delta y_{k-1}(t+1) - \hat\phi_{k-1}(t)\Delta u_{k-1}(t)). \end{aligned} \tag{9}$$

其中: $\mu > 0$ 表示权重因子; $\eta_{k,t} > 0$ 表示步长序列, 将其引入可使算法(9) 更具有一般性; $\hat\phi_0(t)$ 给定有界.

为了使 $|\Delta u_k(t)| \neq 0$ 总能满足, 且“拟伪偏导数”估计算法(9) 具有很强的跟踪能力, 给出如下重置算法:

$$\hat\phi_k(t) = \hat\phi_0(t), \quad \text{If } \hat\phi_k(t) \le \varepsilon \text{ or } |\Delta u_{k-1}(t)| \le \varepsilon, \tag{10}$$

其中 ε 是一个小的正常数.

注 3 与文献[7, 8] 中定义的“伪偏导数”相比较, 本文提出的“拟伪偏导数”包含了更多迭代重复

过程中的控制信息.

注 4　与文献[7,8]不同, 本文提出的学习控制律(8)以及“伪偏导数”估计值的迭代更新律(9)是在 2-D 系统中的迭代轴上运行的, 而不是时间轴上的进化过程. 从时间轴来看, 是一个离线的算法, 所以对运行时间的要求并不严格.

注 5　值得指出的是,“伪偏导数”在学习控制算法(8)中扮演了学习增益的重要部分, 可以仅根据系统的输入输出数据, 通过迭代更新律(9)迭代调节, 克服了传统迭代学习控制中学习增益设计和选取时依赖于某些系统知识的缺陷.

注 6　考察学习控制律(8), 其中存在非因果项, 即当计算 $u_k(t)$ 时用到了 $e_{k-1}(t+1)$. 尽管这在迭代学习控制中很普通, 但在其他在线控制算法中很少见. 非因果项在收敛性分析中扮演了重要的角色.

3.2　收敛性分析

为严格下面的讨论, 对系统的“伪偏导数”给出如下假设:

假设 3　$\forall t \in \{0,1,\cdots,T-1\}$ 和 $\forall k \in \{0,1,\cdots\}$,“伪偏导数”$\phi_k(t)$ 满足 $\phi_k(t) \geq 0$(或 $\phi_k(t) \leq 0$), 且 $\phi_k(t) = 0$ 仅在有限点上成立.

注 7　假设 3 类似于对控制输入增益方向的限制.

定理 2　对于非线性离散时间系统(1), 在假设 1～假设 3 均成立的条件下, 高阶无模型自适应迭代学习控制律(8)和“伪偏导数”迭代更新律(9)以及重置算法(10)能保证.

1) 对于所有 $k \in \{0,1,\cdots\}$,“伪偏导数”估计值 $\hat{\phi}_k(t)$ 在有限时间区间 $\{0,1,\cdots,T\}$ 上有界;

2) 当迭代次数 k 趋于无穷时, 跟踪误差在有限时间区间 $\{0,1,\cdots,T\}$ 上一致收敛为零.

证明　“伪偏导数”估计值 $\hat{\phi}_k(t)$ 的有界性可参照文献[9]中的证明. 这里主要分析跟踪误差沿迭代轴的渐近收敛性.

既然 $u_k(t)$ 是使 $J(u_k(t),\alpha_k)$ 最小的一个最优输入, α_k 是对应的最优权重因子向量, 则下面的不等式显然成立:

$$J(u_k(t),\alpha_k) \leq J(u_{k-1}(t),\alpha_0), \tag{11}$$

其中 $\alpha_0 = (1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$.

由式(6)可得

$$J(u_{k-1}(t),\alpha_0) = J(u_{k-1}(t),(1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}) = |e_{k-1}(t+1)|^2. \tag{12}$$

根据式(5), 有

$$|e_k(t+1)|^2 \leq J(u_k(t),\alpha_k), \tag{13}$$

所以, 由式(11)～(13)可得

$$|e_k(t+1)|^2 \leq J(u_k(t),\alpha_k) \leq |e_{k-1}(t+1)|^2. \tag{14}$$

从而, 极限 $\lim_{k\to\infty}|e_k(t+1)|^2$ 存在. 这意味着极限 $\lim_{k\to\infty}J(u_k(t),\alpha_k)$ 也存在并等于 $\lim_{k\to\infty}|e_k(t+1)|^2$. 即

$$\lim_{k\to\infty}|e_k(t+1)|^2 = \lim_{k\to\infty}J(u_k(t),\alpha_k). \tag{15}$$

根据式(5)和(15), 有

$$\lim_{k\to\infty}\lambda\left\|u_k(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t)\right\|^2 = \lim_{k\to\infty}(J(u_k(t),\alpha_k) - |e_k(t+1)|^2) = 0. \tag{16}$$

因为 λ 是一个正常数, 故由式(16)直接可得

$$\lim_{k\to\infty}\left(u_k(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t)\right) = 0. \tag{17}$$

根据式(8), 有

$$\begin{aligned} & u_k(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t) = \\ & \frac{\rho\hat{\phi}_k(t)}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}e_{k-1}(t+1) + \frac{|\hat{\phi}_k(t)|^2}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}u_{k-1}(t) + \\ & \frac{\lambda}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}\sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t) = \\ & \frac{\rho\hat{\phi}_k(t)}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}e_{k-1}(t+1) + \\ & \frac{|\hat{\phi}_k(t)|^2}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}\left(u_{k-1}(t) - \sum_{i=1}^{l}\alpha_{k,i}u_{k-i}(t)\right), \end{aligned} \tag{18}$$

则由式(17)和(18)可得

$$\lim_{k\to\infty}\frac{\rho\hat{\phi}_k(t)}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}e_{k-1}(t+1) = 0. \tag{19}$$

已知“伪偏导数”估计值 $\hat{\phi}_k(t)$ 有界[9], 且 $\hat{\phi}_k(t) > 0$, 因此, 对于任意 $k \in \{0,1,\cdots\}$ 和 $t \in \{0,1,\cdots,T\}$, $\frac{\rho\hat{\phi}_k(t)}{\lambda+|\hat{\phi}_k(t)|^2}$ 有界且不为零. 所以由式(19)可得 $\lim_{k\to\infty}e_k(t+1) = 0$. □

4　仿真研究

考虑如下重复运行的非线性离散时间系统:

$$y(t+1) = \begin{cases} \dfrac{y(t)}{1+y(t)^2} + u(t)^3, & 0 \leq t \leq 50; \\ \dfrac{y(t)y(t-1)y(t-2)u(t-1)(y(t-1)-1)+a(t)u(t)}{1+y(t-1)^2+y(t-2)^2}, & 50 \leq t \leq 100. \end{cases}$$

其中 $a(t) = 1 + \mathrm{round}(t/50)$ 为时变参数. 显然, 被控系统的结构、阶数及其参数都是时变的.

系统要跟踪的目标轨迹为

$$y_d(t+1) = \begin{cases} 0.5 \times (-1)^{\mathrm{Round}(t/10)}, & 0 \leq t \leq 30; \\ 0.5\sin(t\pi/10) + 0.3\cos(t\pi/10), & 30 < t \leq 70; \\ 0.5 \times (-1)^{\mathrm{round}(t/10)}, & 70 < t \leq 100. \end{cases}$$

应用所提出的高阶无模型自适应迭代学习控制的二阶形式, 控制器参数选择为 $A_1 = 1.25$, $A_2 = -0.25$, $K = 0.6$, $B_{k,t} = 0.6$, $L = 0, 1$, 系统在整个有限时间区间上的收敛性能如图 1 所示. 横坐标表示迭代次数, 纵坐标表示系统的最大跟踪误差绝对值, $e^*_{max,k} = \sup_{t \in \{0, \cdots, 100\}} | y_d(t) - y_k(t) |$.

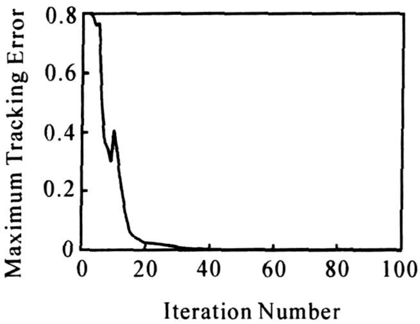

图 1 二阶无模型自适应迭代学习控制的收敛性

事实上, 如果令 $A_1 = 1$, $A_2 = 0$, 即得高阶无模型自适应控制方案的 1 阶形式, 与文献[9] 提出的方案相同. 作为比较, 给出其仿真结果, 如图 2 所示.

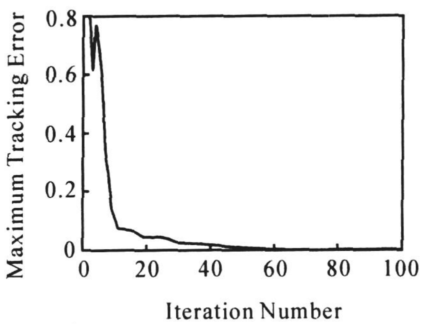

图 2 一阶无模型自适应迭代学习控制的收敛性

比较图 1 和图 2 可知, 由于高阶无模型自适应迭代学习控制利用了更多以前循环的控制信息, 从而能够提高系统的跟踪性能.

5 结 论

基于无模型自适应控制与迭代学习控制的相似性和高阶学习控制算法的优点, 本文在已有研究的基础上, 提出了高阶无模型自适应迭代学习控制方案. 该方法的显著特征在于其无模型本质, 其设计和分析仅依赖于系统的 I/O 数据, 克服了传统迭代学习控制律的设计和分析依赖于系统的某些知识的缺陷以及学习增益选取的盲目性. 同时, 采用高阶学习算法, 提高了系统的收敛性能和控制品质. 理论分析和仿真结果均验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Wang D W. Convergence and robustness of discrete time nonlienar systems with iterative learning control[J]. Automatica, 1998, 34(11): 1445-1448.

[2] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
(Sun M X, Huang B J. Iterative learning control[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1999.)

[3] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 迭代学习控制的理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
(Xie S L, Tian S P, Xie Z D. Iterative learning control theory and application [M]. Beijing: Science Press, 2005.)

[4] Xu J-X. Analysis of iterative learning control for a class of nonlinear discrete-time systems[J]. Automatica, 1997, 33(10): 1905-1907.

[5] Fang X, Chen P, Shao J. Optimal higher-order iterative learning control of discrete-time linear systems[J]. IEE Proc Part D: Control Theory and Applications, 2005, 152(1): 43-48.

[6] Chen Y-Q, Gong Z-M, Wen C-Y. Analysis of a higher order iterative learning control algorithm for uncertain nonlinear systems with state delays[J]. Automatica, 1998, 34(3): 345-353.

[7] 侯忠生. 非参数模型及其自适应控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
(Hou Z S. Nonparametric model and its adaptive control theory[M]. Beijing: Science Press, 1999.)

[8] Chi R-H, Hou Z. Optimal higher order learning adaptive control approach for a class of SISO nonlinear systems[J]. J of Control Theory and Applications, 2005, 3(3): 247-251.

[9] 池荣虎, 侯忠生. 非线性离散时间系统迭代学习控制的双层最优算法[C]. 中国控制与决策学术年会论文集. 沈阳: 东北大学出版社, 2005: 852-856.
(Chi R H, Hou Z S. Dual-staged optimal iterative learning control for a class of nonlinear discrete-time systems[C]. Proc of Chinese Control and Decision Conf. Shenyang: Northeast University Press, 2005: 852-856.)