

文章编号: 1001-0920(2008)07-0808-05

多面体不确定系统时滞依赖鲁棒预测控制

刘晓华, 于晓华

(鲁东大学 数学与信息学院, 山东 烟台 264025)

摘要: 将线性状态变换引入连续时间多面体不确定时滞系统中, 利用线性矩阵不等式(LMI)方法, 设计时滞相关型鲁棒预测控制器; 通过适当选择 Lyapunov 函数, 推导出闭环系统渐近稳定的充分条件, 并且该条件是时滞相关的. 仿真算例验证了该方法的有效性.

关键词: 不确定性; 鲁棒预测控制; 时滞依赖; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Delay-dependent robust predictive control for polytopic uncertain systems

LIU Xiaohua, YU Xiaohua

(School of Mathematics and Information, Ludong University, Yantai 264025, China. Correspondent: LIU Xiao-hua, E-mail: xhliu@ldu.edu.cn)

Abstract: A linear state transformation is introduced into continuous-time polytopic uncertain time-delay systems. The delay-dependent robust predictive controllers are designed by using linear matrix inequality approach. A delay-dependent sufficient condition for the stability of the system is derived via Lyapunov function. The simulation example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: Uncertainty; Robust predictive control; Delay-dependent; Linear matrix inequality

1 引言

预测控制是过程控制中受到广泛重视和应用的一种新型计算机控制算法. 它采用多步预测、滚动优化和反馈校正等控制策略, 具有优良的控制性能, 但在处理模型不确定性方面还存在不足^[1]. 近些年发展起来的鲁棒预测控制算法, 融合了鲁棒控制对不确定性的处理方法和预测控制的滚动优化思想, 能很好地处理模型不确定性问题^[1-3]. 针对离散时间不确定时滞系统, 文献[4-6]提出了能够处理模型不确定性和时滞等问题的鲁棒预测控制算法. 然而, 由于被控对象的连续性, 在鲁棒预测控制器的设计过程中, 不能只考虑采样点时刻系统的输出和动态特性. 文献[7]针对一类连续时间范数有界不确定广义系统, 基于线性矩阵不等式(LMI)方法, 给出了鲁棒预测控制器的设计方法.

本文针对连续时间多面体不确定时滞系统, 引入线性状态变换^[8], 利用时滞相关度因子分离出系

统时滞, 通过适当选择 Lyapunov 函数, 设计基于 LMI 的记忆式鲁棒预测控制器, 所得结论以 LMI 形式给出. 该方法设计简单, 只需求解若干个 LMI, 便可得到满足设计要求的记忆式状态反馈控制结构.

2 问题描述

考虑如下连续时间多面体不确定时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + A_d(t)x(t-d) + B(t)u(t), \\ [A(t) \quad A_d(t) \quad B(t)] \quad 0, \\ x(t) = (t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统状态, $u(t) \in R^m$ 为系统控制量, $d > 0$ 为系统的滞后时间, (t) 为初始条件; 0 为多面体模型, 具体形式为

$$0 = \left\{ [A \quad A_d \quad B] / [A(i) \quad A_d(i) \quad B(i)] = \begin{matrix} L & & L \\ & & \\ i=1 & i[A_i \quad A_{d,i} \quad B_i], & i=1 \end{matrix} \quad i=1, \quad i=0 \right\}.$$

收稿日期: 2007-05-05; 修回日期: 2007-07-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60774016).

作者简介: 刘晓华(1959—), 男, 山东烟台人, 教授, 博士, 从事预测控制、自适应控制理论及应用等研究; 于晓华(1979—), 女, 山东烟台人, 硕士生, 从事预测控制的研究.

这里的 $A_i, A_{d,i}, B_i$ 为已知矩阵; $i(i = 1, 2, \dots, L)$ 为不确定参数.

本文采用以下记忆式状态反馈控制结构:

$$u(kT + \tau, kT) = K_1 x(kT + \tau, kT) + K_2 x(kT - d + \tau, kT). \quad (2)$$

式中: $k \geq 0, \tau \in [0, d], K_1$ 和 K_2 是待定常矩阵.

考虑二次型性能指标

$$\min_{K_1, K_2} \max_{x(kT), u(kT)} J(kT), \quad J(kT) = \int_0^{\infty} (x^T(kT + \tau, kT) S_1 x(kT + \tau, kT) + u^T(kT + \tau, kT) S_2 u(kT + \tau, kT)) d\tau, \quad k \geq 0. \quad (3)$$

其中: T 为采样周期, $x(kT) = x(kT, kT)$ 为采样时刻 kT 的状态测量值, $x(kT + \tau, kT)$ 为 kT 时刻基于模型(1)的 $kT + \tau$ 时刻的状态预测值, $u(kT + \tau, kT)$ 为 kT 时刻使性能指标(3)优化的受控输入序列在 $kT + \tau$ 时刻的值. 其中 $S_1 > 0, S_2 > 0$ 为正定矩阵.

引理 1 对于任意的 $Z, Y \in R^n$ 以及任意的正定矩阵 $P \in R^{n \times n}$, 有

$$2Z^T P Y - Z^T P Z + Y^T P Y.$$

引理 2^[9] 考虑线性时变系统

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t). \quad (4)$$

假设 $V(x(t), t)$ 单调递减, 并且是一阶分段连续可微的. 如果存在正定矩阵 X_1, X_2, X_3 , 使得

$$x^T X_1 x < V(x(t), t) < x^T X_2 x, \quad (5)$$

$$-\frac{d}{dt} V(x(t), t) < x^T X_3 x, \quad (6)$$

则满足式(4)的状态 $x(t)$ 渐近趋于 0.

3 主要结果

针对系统(1), 引入状态变换^[8]

$$y(t) = (1 + mt)x(t), \quad t > 0, \quad (7)$$

其中 $0 < m < 1$ 为时滞相关度因子.

结合式(1), (2), (7), 将原系统重写为

$$\dot{y}(t) = \overline{A}y(t) + \overline{A}_d y(t - d) + md\overline{A}_d x(t - d) + mx(t). \quad (8)$$

其中

$$\overline{A} = A(t) + B(t)K_1, \quad \overline{H}_d = A_d(t) + B(t)K_2.$$

考虑式(7)和(8), 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 函数:

$$V(t) = y^T(t) P y(t) + \int_{-d}^0 x^T(t + \tau) R_1 x(t + \tau) d\tau, \quad (9)$$

其中 P 和 R_1 均为正定加权矩阵. 在每一采样时刻 kT , 假设 V 满足如下条件:

$$\frac{d}{dt} V(kT + \tau, kT)$$

$$- (x^T(kT + \tau, kT) S_2 x(kT + \tau, kT) + u^T(kT + \tau, kT) S_2 u(kT + \tau, kT)). \quad (10)$$

为确保性能指标为有限值, 假设 $x(0, kT) = 0$, 结合式(7), 有 $V(0, kT) = 0$. 将式(10)从 0 到 ∞ 积分, 得 $J = V(kT)$. 显然, $V(kT)$ 就是 J 的上确界. 下面将考虑 $V(kT)$, 并对 $V(kT)$ 求最小.

定理 1 设 $x(kT)$ 是系统(1)在 kT 时刻的状态测量值, 则系统采用状态反馈控制律(2)实现鲁棒镇定的充分条件是: 存在变量 $\gamma > 0$, 矩阵 Z_1, Z_2, Y, W 及 \tilde{M} , 满足下面的优化问题 (其中状态反馈增益 $K_1 = YZ_1^{-1}, K_2 = YZ_2^{-1}$):

$$\min_{\gamma, \tilde{M}, Y, Z_1, Z_2} \gamma + \text{tr}(\tilde{M}), \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x^T(kT) \\ x(kT) & (1 + mkT)^{-2} Y \end{bmatrix} > 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{M} & N^T \\ N & W \end{bmatrix} > 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} md & Z_1^T & 0 & Y^T & Y^T \\ \gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ md & \gamma & 0 & 0 & Z_2^T & Y^T \\ Z_1 & 0 & Z_2 & -\frac{1}{2} S_2^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y & 0 & W & 0 & 0 \\ Y & 0 & 0 & 0 & 0 & -W & 0 \\ Y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S_1^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (14)$$

其中

$$= A_i Y + B_i Z_1 + (A_i Y + B_i Z_1)^T + 2m Y,$$

$$\int_{-d}^0 x^T(kT + \tau) x(kT + \tau) d\tau = N N^T,$$

$$= A_{d,i} Y + B_i Z_2, \quad i = 1, 2, \dots, L.$$

证明 在采样时刻 kT , 假设 $y^T(kT) P y(kT)$, 结合式(4), 有

$$x^T(kT) W^{-1} (1 + mkT)^2 P x(kT) = 1.$$

根据 Schur 补引理, 上式等价于式(12). 而

$$\int_{-d}^0 x^T(kT + \tau) R_1 x(kT + \tau) d\tau =$$

$$\int_{-d}^0 \text{tr}(x^T(kT + \tau) W^{-1} x(kT + \tau)) d\tau =$$

$$\text{tr}(N N^T W^{-1}) = \text{tr}(N^T W^{-1} N).$$

假设存在矩阵变量 \tilde{M} , 满足 $\text{tr}(N^T W^{-1} N) < \text{tr}(\tilde{M})$, 则根据 Schur 补引理, 上式等价于式(13). 因此 $V(kT) = \gamma + \text{tr}(\tilde{M})$. 从而最小化问题转化为

$$\min_{\gamma, \tilde{M}, Y, Z_1, Z_2} \gamma + \text{tr}(\tilde{M}).$$

对式(9)求闭环系统(8)关于时间 t 的导数为

$$\frac{dV(t)}{dt} = y^T(t) [P(A(t) + B(t)K_1) + (A(t) +$$

$$\begin{aligned}
 & B(t) K_1)^T P]y(t) + y^T(t) mPx(t) + \\
 & y^T(t-d)(A_d(t) + B(t) K_2)^T Py(t) + \\
 & x^T(t) R_1 x(t) + y^T(t) P(A_d(t) + \\
 & B(t) K_2) y(t-d) + \\
 & x^T(t-d)[md(A_d(t) + B(t) K_2)^T P]y(t) + \\
 & y^T(t)[mdP(A_d(t) + B(t) K_2)]x(t-d) + \\
 & x^T(t) mPy(t) - x^T(t-d) R_1 x(t-d). \quad (15)
 \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned}
 & x^T(t) S_1 x(t) + u^T(t) S_2 u(t) = \\
 & x^T(t) (K_1^T S_2 K_1 + S_1) x(t) + \\
 & x^T(t-d) K_2^T S_2 K_1 x(t) + \\
 & x^T(t) K_1^T S_2 K_2 x(t-d) + \\
 & x^T(t-d) K_2^T S_2 K_2 x(t-d). \quad (16)
 \end{aligned}$$

由引理 1, 有

$$\begin{aligned}
 & x^T(t) K_1^T S_2 K_2 x(t-d) + \\
 & x^T(t-d) K_2^T S_2 K_1 x(t) \\
 & x^T(t-d) K_2^T S_2 K_2 x(t-d) + \\
 & x^T(t) K_1^T S_2 K_1 x(t). \quad (17)
 \end{aligned}$$

将式(15) ~ (17) 代入(10), 并考虑到

$$\begin{aligned}
 & y^T(t) mPx(t) + x^T(t) mPy(t) + \\
 & x^T(t) (R_1 + S_1 + 2 K_1^T S_2 K_1) x(t) = \\
 & \frac{1}{1+mt} y^T(t) mPy(t) + \frac{1}{(1+mt)^2} y^T(t) (R_1 + \\
 & S_1 + 2 K_1^T S_2 K_1) y(t) + \frac{1}{1+mt} y^T(t) mPy(t) \\
 & y^T(t) (R_1 + S_1 + 2mP + 2 K_1^T S_2 K_1) y(t), \quad (18)
 \end{aligned}$$

则式(10) 等价于

$$\begin{bmatrix} P & mdP \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 2 K_2^T S_2 K_2 - R_1 \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned}
 & = A_d(kT +) + B(kT +) K_2, \\
 & = P(A(kT +) + B(kT +) K_1) + \\
 & 2 K_1^T S_2 K_1 + S_1 + (A(kT +) + \\
 & B(kT +) K_1)^T P + 2mP + R_1, \\
 & = \begin{bmatrix} y(kT + , kT) \\ y(kT + - d, kT) \\ x(kT + - d, kT) \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

* 表示对应矩阵块的转置.

由式(19), 有

$$\begin{bmatrix} P & mdP \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 2 K_2^T S_2 K_2 - R_1 \end{bmatrix} < 0,$$

根据 Schur 补引理, 上式等价于

$$\begin{bmatrix} P & mdP & K_1^T \\ * & 0 & 0 \\ * & * & - R_1 \\ * & * & * & - \frac{1}{2} S_2^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned}
 & = P(A(kT +) + B(kT +) K_1) + \\
 & 2mP + R_1 + S_1 + (A(kT +) + \\
 & B(kT +) K_1)^T P.
 \end{aligned}$$

将式(20) 左右两边同时乘以变换矩阵 $\text{diag}\{P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, I\}$, 根据 Schur 补引理, 有

$$\begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} & md & \eta_{12} & Z_1^T \\ \eta_{12}^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ md & \eta_{12}^T & 0 & 0 & Z_2^T \\ Z_1 & 0 & Z_2 & - \frac{1}{2} S_2^{-1} \\ 0 & 0 & Y & 0 \\ Y & 0 & 0 & 0 \\ Y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y^T & Y^T \\ 0 & 0 & 0 \\ Y^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ W & 0 & 0 \\ 0 & -W & 0 \\ 0 & 0 & -S_1^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

记

$$\begin{aligned}
 \eta_{11} & = A(kT +) Y + B(kT +) Z_1 + 2mY + \\
 & (A(kT +) Y + B(kT +) Z_1)^T, \\
 \eta_{12} & = A_d(kT +) Y + B(kT +) Z_2, \\
 W & = R_1^{-1}, Y = P^{-1}, \\
 K_1 P^{-1} & = Z_1, K_2 P^{-1} = Z_2.
 \end{aligned}$$

因为不等式(21) 对于 $[A(kT +) A_d(kT +) B(kT +)]$ 是仿射的, 由凸函数性质知, 该不等式对于不确定集 Θ 中每一个端点都成立, 所以不等式(21) 等价于式(14).

由定理 1 可以得到以下算法:

Step1: 令 $k = 0$;

Step2: 测量状态 $x(kT)$;

Step3: 在 kT 时刻, 解 LMI(12) ~ (14), 从而得到 K_1 和 K_2 的表达式;

Step4: 在采样周期 $[kT, (k+1)T)$ 内, 施加控制作用

$$\begin{aligned}
 & u(kT + , kT) = \\
 & K_1 x(kT + , kT) + K_2 x(kT - d + , kT), \\
 & k \in [0, T),
 \end{aligned}$$

得到闭环系统的表达式：

Step5: 令 $k = k + 1$, 返回 Step2.

4 稳定性分析

引理 3(可行性) 定理 1 在 kT 时刻的任意可行解, 在 $NT(N - k)$ 时刻依然是可行的.

引理 3 的证明类似于文献[1]中所采用的证明方法, 在此省略.

由前面的算法可确定出 kT 时刻的状态反馈控制器 K_k . 当 k 从 $0 \sim$ 变化时, 得到分段连续的状态反馈控制序列 $\{K_k\}_{k=0}$. 根据引理 3, 初始时刻的可行性保证了优化问题(11) 始终可行. 将控制序列代入方程(1), 可得分段连续闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A(t) + B(t)K_k^1)x(t) + \\ &\quad (A_d(t) + B(t)K_k^2)x(t-d), \\ t &\in [kT, (k+1)T), k = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

定理 2 对于系统(1), 若 $Y, Z_1, Z_2, W, \tilde{M}$ 满足式(12) ~ (14), 且在初始时刻优化问题(11) ~ (14) 可行, 则分段连续闭环系统(22) 是渐近稳定的.

证明 考虑分段连续的 Lyapunov-Krasovskii 函数

$$\begin{aligned} V(x(kT)) &= \\ & y^T(kT)P_k y(kT) + \\ & \int_{-d}^0 x^T(kT + \tau, kT)R_k x(kT + \tau, kT) d\tau, \\ t &\in [kT, (k+1)T). \end{aligned} \quad (23)$$

要证明闭环系统(22) 渐近稳定, 只要证明一阶分段连续可微函数 $V(x(t), t)$ 单调递减, 且满足式(5) 和(6).

首先, 证明函数(23) 是一阶分段连续可微的, 且满足式(6). 在每一采样周期 $[kT, (k+1)T)$ 内, $x(t) \in C^1$, 结合式(7) 得到 $y(t) \in C^1$. 又因为 P_k 为定常正定矩阵, 所以 $y(t)^T P_k y(t) \in C^1$. 又 $x(t)^T R_k x(t) - x(t-d)^T R_k x(t-d)$ 在每一采样周期内是连续的, 因此

$$\begin{aligned} \int_{-d}^0 x(t + \tau)^T R_k x(t + \tau) d\tau &\in C^1, \\ t &\in [kT, (k+1)T). \end{aligned}$$

于是, $V(x(t), t)$ 是分段连续可微的. 另外, 在每一采样周期内, 有

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &= \\ & y^T(t) m P_k x(t) + y^T(t-d)(A_d(t) + \\ & B(t)K_k^2)^T P_k y(t) + y^T(t)[P_k(A(t) + \\ & B(t)K_k^1) + (A(t) + B(t)K_k^1)^T P_k]y(t) + \\ & y^T(t)[mdP_k(A_d(t) + B(t)K_k^2)]x(t-d) + \\ & x^T(t)R_k x(t) + y^T(t)P_k(A_d(t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & B(t)K_k^2)y(t-d) + x^T(t)mP_k y(t) + \\ & x^T(t-d)[md(A_d(t) + B(t)K_k^2)^T P_k]y(t) - \\ & x^T(t-d)R_k x(t-d). \end{aligned} \quad (24)$$

由式(10) 和(24), 可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}V(x(t), t) &< -x(t)^T S_1 x(t), \\ t &\in [kT, (k+1)T), k = 0. \end{aligned}$$

式(6) 满足.

其次, 证明 $V(x(t), t)$ 是单调递减的. 已经证明在每一采样周期 $[kT, (k+1)T)$ 内, $\frac{d}{dt}V(x(t), t)$ 是负定的, 即 $V(x(t), t)$ 是严格单调递减的, 因此只需证明

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow (k+1)T^-} V(x(t), t) &= \\ & y((k+1)T)^T P_k y((k+1)T) + \\ & \int_{-d}^0 x((k+1)T + \tau)^T R_k x((k+1)T + \tau) d\tau \\ & y((k+1)T)^T R_{k+1} y((k+1)T) + \\ & \int_{-d}^0 x((k+1)T + \tau)^T R_{k+1} x((k+1)T + \tau) d\tau \end{aligned} \quad (25)$$

对于所有 $k = 0$ 均成立. 结合式(7) 并基于可行性引理 3, 不等式(25) 显然成立.

最后, 证明 $V(x(t), t)$ 满足式(5). 因为 $x(t + \tau)^T R_k x(t + \tau)$ 是参变量的连续函数, 其中 $\tau \in [-d, 0]$. 所以存在 $\delta_1 \in [-d, 0]$, 使得 $\max_{\tau \in [-d, 0]} x(t + \tau)^T R_k x(t + \tau) = x(t + \delta_1)^T R_k x(t + \delta_1)$. 假设 $x(t + \delta_1)^T R_k x(t + \delta_1) = \partial_1 x(t)^T R_k x(t)$, $\partial_1 > 0$, 则有

$$\int_{-d}^0 x(t + \tau)^T R_k x(t + \tau) d\tau \geq \partial_1 \int_{-d}^0 x(t)^T R_k x(t) d\tau.$$

另外, 根据式(7), 有

$$y(t)^T P_k y(t) = (1 + mt)^2 x(t)^T P_k x(t).$$

因为 $0 < m < 1, kT \leq t < (k+1)T$, 所以

$$\begin{aligned} x(t)^T P_k x(t) &< y(t)^T P_k y(t) \\ &= (1 + (k+1)T)^2 x(t)^T P_k x(t). \end{aligned}$$

从而, 存在正定矩阵 P_k 满足下述不等式:

$$\begin{aligned} x^T(t)P_k x(t) &\leq V(x(t), t) \\ x^T(t)((1 + (k+1)T)^2 P_k + d\partial_1 R_k)x(t). \end{aligned}$$

于是式(5) 得证. 由引理 2 知, 闭环系统(22) 是渐近稳定的.

5 仿真研究

考虑连续时间多面体不确定时滞系统(1), 假定

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1.3 \\ 1 & -1.5 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ 1.1 & -1.5 \end{bmatrix}, \\ A_{d,1} &= \begin{bmatrix} 0.15 & 0.15 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$



$$A_{d,2} = \begin{bmatrix} -0.15 & -0.15 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.3 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1.1 \\ 1.2 \end{bmatrix}, S_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$S_2 = 0.5, R_1 = \begin{bmatrix} 1.5 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

初始状态取为 $x(0) = [-4.3 \ 8.6]^T$, 多面体不确定参数的个数 $L = 2$. 运用本文算法设计状态反馈控制器, 得到的仿真结果如图1~图4所示.

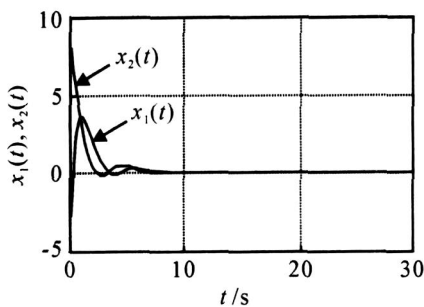


图1 状态响应曲线 ($m = 0.7, d = 3$)

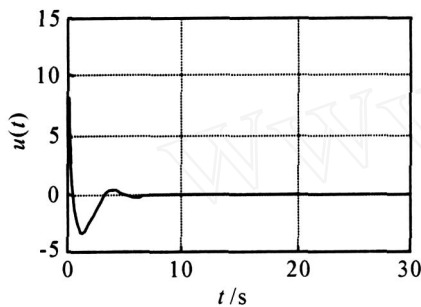


图2 控制律曲线 ($m = 0.7, d = 3$)

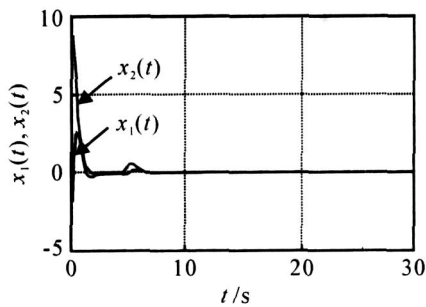


图3 状态响应曲线 ($m = 0.5, d = 4.5$)

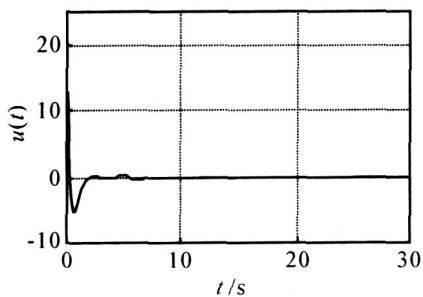


图4 控制律曲线 ($m = 0.5, d = 4.5$)

仿真结果表明, 通过适当地选择时滞相关度因子, 基于LMI方法设计的状态反馈鲁棒预测控制算法可有效地处理时滞和不确定性问题, 并且具有较快的动态响应.

6 结 论

本文讨论了一类连续时间多面体不确定时滞系统的鲁棒预测控制问题. 通过引入时滞相关度因子来调节系统时滞的大小, 基于LMI方法, 设计时滞相关型鲁棒预测控制器, 并获得了闭环系统渐近稳定的充分条件. 仿真算例表明, 本文方法可有效地处理时滞和不确定性问题.

参考文献(References)

- [1] Kothare M V, Balakrishnan V, Morarim. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. Automatica, 1996, 32(10): 1361-1379.
- [2] Schuurmans J, Rossier J A. Robust predictive control using tight sets of predicted states [J]. IEE Proc of Control Theory and Application, 2000, 147(1): 13-18.
- [3] Wu Fen. LMI-based robust model predictive control and its application to an industrial CSTR problem [J]. J of Process Control, 2001, 11(6): 649-659.
- [4] Liu Z, Zhang J, Pei R. Robust model predictive control of time-delay systems [C]. SICE Annual Conf. Fukui, 2003: 470-473.
- [5] Jeong S C, Park P G. Constrained MPC algorithm for uncertain time-varying systems with state-delay [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 257-263.
- [6] Zhang J, Liu Z, Pei R, et al. Guaranteed cost robust predictive control for discrete uncertain time-delay systems [C]. Proc of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation. Hangzhou, 2002: 988-992.
- [7] Zhang Liqian, Huang Biao. Robust model predictive control of singular systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(6): 1000-1006.
- [8] 苏宁军, 苏宏业, 褚健. 不确定时滞系统鲁棒镇定新方法[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(3): 432-434. (Su N J, Su H Y, Chu J. New design approach of delay-dependent robust stabilizing control for uncertain time-delay systems [J]. Control Theory and Application, 2004, 21(3): 432-434.)
- [9] Johansen M, Rantzer A. Computation of piecewise quadratic Lyapunov function for hybrid systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 555-559.