

文章编号: 1001-0920(2008)07-0813-04

## 辨识非线性 MIMO 系统的多输出 -SVR 模型研究

蔡艳宁, 胡昌华

(第二炮兵工程学院 302 教研室, 西安 710025)

**摘要:** 针对非线性多输入多输出(MIMO)系统的黑箱辨识问题,提出一种基于不敏感损失函数的多输出支持向量回归机(SVR)模型,并给出了偏置的有效求取算法.在一个优化问题中,该模型能最小化所有输出带正则项的结构风险总和,并能对不同输出选择不同的核函数及模型参数.将多输出 SVR 模型应用于非线性 MIMO 系统的辨识,仿真结果表明,该模型克服了传统支持向量回归机必须为每个输出单独建模这一缺陷,并能提升系统的整体辨识能力.

**关键词:** 多输出支持向量回归机; MIMO 系统; 黑箱辨识

中图分类号: TP391

文献标识码: A

### Multi-output -SVR for nonlinear MIMO system identification

CAI Yan-ning, HU Chang-hua

(Unit 302, The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China. Correspondent: CAI Yan-ning, E-mail: caiyanning666@yahoo.com.cn)

**Abstract:** A multi-output support vector regression machine model based on insensitivity loss function is proposed for the black-box identification of the nonlinear MIMO system, and the effective algorithm for calculating the bias of the regression function is presented. The model can minimize the regularized structure risk summation of all outputs, and it can select different kernel functions and model parameters for different outputs. The model is applied to the nonlinear MIMO system identification. The simulation results show that the model overcomes the traditional SVR's limitation of modeling for each output individually, and can improve the integral identification ability of the MIMO system.

**Key words:** Multi-output SVR; MIMO system; Black-box identification

## 1 引言

对于难以建立精确数学模型的非线性系统,其辨识问题已成为一个重要的研究课题.尤其是基于输入输出数据的黑箱建模技术更是其中的热点,受到广泛的关注.例如基于神经网络的建模<sup>[1,2]</sup>,基于小波网络的建模<sup>[3,4]</sup>等.近年来,多输入单输出支持向量回归机(SVR)理论日渐成熟,在系统辨识领域已有成功的应用<sup>[5,6]</sup>,但对于多输出 SVR 模型的研究还比较少.

目前,针对多输入多输出(MIMO)系统的支持向量机辨识方法是将一个 MIMO 系统分解成多个多输入单输出子系统,并建立多个多输入单输出回归模型<sup>[7]</sup>.该方法的缺点是忽略了各个输出之间的联系,缺乏对所有输出回归误差和的约束.对此,文献[8]设计了在线多输出 SVR 模型,该算法具有较

快的计算速度,但对辨识精度基本没有改善.文献[9]给出了一种多输出 SVR 模型,但该模型核函数和模型参数的选择不够灵活,并且没有对回归函数中偏置的求解方法进行讨论.本文在基于不敏感损失函数 SVR 模型(-SVR)的基础上,提出一种多输出 -SVR 模型(-MOSVR),并给出了偏置的求取算法.该模型可为不同的输出选择不同的核函数和模型参数,以确保单个输出的回归能力;通过在目标函数中最小化所有输出带正则项的结构风险总和,使模型仍满足结构风险最小化原则.

## 2 问题描述

考虑如下的非线性可辨识 MIMO 系统:

$$y_i(t+1) = f(u_1(t), \dots, u_n(t), y_1(t), \dots, y_k(t)) + e_i(t+1). \quad (1)$$

其中:  $u_j(t) = [u_j(t), u_j(t-1), \dots, u_j(t-n_j+1)]$

收稿日期: 2007-05-21; 修回日期: 2007-11-21.

基金项目: 国家自然科学基金重点课题(60736026); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目.

作者简介: 蔡艳宁(1980—),女,辽宁瓦房店人,博士生,从事故障预报、时间序列预测等研究; 胡昌华(1966—),男,湖北罗田人,教授,博士生导师,从事控制系统自动检测与故障诊断、容错控制等研究.

和  $y_i(t) = [y_i(t), y_i(t - 1), \dots, y_i(t - m_i + 1)]$  的组合为系统  $t$  时刻的输入变量;  $y_i(t + 1)$  为 MIMO 系统  $t + 1$  时刻第  $i$  阶输出的输出变量;  $n_j$  和  $m_i$  为系统已知的结构阶数;  $e_i(t)$  为系统  $t$  时刻对第  $i$  阶输出的干扰;  $i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n$ .

-SVR 模型的建模方法是以  $[u_1(t), \dots, u_n(t), y_1(t), \dots, y_k(t)]$  为输入,  $y_i(t + 1)$  为输出, 建立  $k$  个回归模型. 本文提出的 -MOSVR 模型是在一个目标函数中同时考虑  $k$  阶输出的回归能力, 以期获得较小的系统辨识误差总和.

### 3 -MOSVR 模型

#### 3.1 线性 -MOSVR 模型

-MOSVR 模型训练样本的形式为  $(x_i, y_i)$ , 其中:  $x_i = [u_1(t_i), \dots, u_n(t_i), y_1(t_i), \dots, y_k(t_i)]^T \in R^N$ ,  $y_i = [y_1(t_i + 1), y_2(t_i + 1), \dots, y_k(t_i + 1)]^T \in R^k$ . 假设随着  $t$  的推移共得到  $l$  个训练样本, 即  $i = 1, 2, \dots, l$ . 令  $y_{i,m}$  表示  $y_i$  中第  $m$  阶输出的值,  $m = 1, 2, \dots, k$ . 首先考虑线性 -MOSVR 模型. 将 -SVR 推广到有  $k$  个输出的情况, 设计模型的目标函数和约束函数为

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k \beta_m^2 + C_0 \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \\ & \sum_{m=1}^k C_m \left( \sum_{i=1}^l (\alpha_{i,m} + \alpha_{i,m}^*) \right), \\ \text{s. t.} & \sum_{m=1}^k (y_{i,m} - (\beta_m \cdot x_i) - b_m) \leq 0 + \alpha_i, \\ & \sum_{m=1}^k ((\beta_m \cdot x_i) + b_m - y_{i,m}) \leq 0 + \alpha_i^*, \\ & y_{i,m} - (\beta_m \cdot x_i) - b_m \leq \alpha_m + \alpha_{i,m}, \\ & (\beta_m \cdot x_i) + b_m - y_{i,m} \leq \alpha_m + \alpha_{i,m}^*, \\ & \alpha_{i,m}, \alpha_i \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

$(\alpha_i)$  表示有  $\alpha_i$  和无  $\alpha_i$  两种情况的简单记号. 在式(2)中,  $\beta_m$  和  $C_m$  分别为第  $m$  阶输出的回归系数和误差惩罚系数,  $C_0$  为所有输出误差和的惩罚系数,  $\beta_m$  为第  $m$  阶输出误差的不敏感系数,  $\alpha_i$  为所有输出误差和的不敏感系数,  $\alpha_i^*$  和  $\alpha_{i,m}^*$  为输出误差的松弛变量. 从式(2)可以看出, -MOSVR 模型在一个优化问题中可以为不同的输出选择不同的参数.

线性 -MOSVR 模型的 Lagrange 函数为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k \beta_m^2 + \sum_{m=1}^k C_m \left( \sum_{i=1}^l (\alpha_{i,m} + \alpha_{i,m}^*) \right) + \\ & C_0 \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) - \\ & \sum_{i=1}^l \sum_{m=1}^k \lambda_{i,m} (y_{i,m} - (\beta_m \cdot x_i) - b_m) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^l \sum_{m=1}^k \mu_{i,m} (\alpha_{i,m} + \alpha_{i,m}^* + y_{i,m} - (\beta_m \cdot x_i) - b_m) - \\ & \sum_{i=1}^l \sum_{m=1}^k \nu_{i,m} (y_{i,m} - (\beta_m \cdot x_i) - b_m) - \\ & \sum_{i=1}^l \sum_{m=1}^k \nu_{i,m}^* ((\beta_m \cdot x_i) + b_m - y_{i,m}) - \\ & \sum_{i=1}^l \sum_{m=1}^k (\lambda_{i,m}^* \alpha_{i,m} + \lambda_{i,m} \alpha_{i,m}^*) - \sum_{i=1}^l (\mu_{i,m}^* \alpha_i + \mu_{i,m} \alpha_i^*). \end{aligned} \quad (3)$$

其中:  $(\mu_{i,m}^*), (\mu_{i,m}), (\nu_{i,m}^*), (\nu_{i,m})$  为 Lagrange 系数. 分别对  $\beta_m, b_m, (\alpha_{i,m}^*), (\alpha_{i,m}^*)$  求偏导, 并对  $(\mu_{i,m}^*)$  和  $(\mu_{i,m}^*)$  求极大, 可得到原始问题的对偶形式

$$\begin{aligned} \max & -\frac{1}{2} \sum_{m=1}^k (\beta_m - \beta_m^* + \beta_m - \beta_m^*)^T \times \\ & H(\beta_m - \beta_m^* + \beta_m - \beta_m^*) - \\ & \sum_{m=1}^k e^T (\beta_m + \beta_m^*) - \alpha_0 e^T (\alpha + \alpha^*) + \\ & \sum_{m=1}^k y_m^T (\beta_m - \beta_m^*) + \sum_{m=1}^k y_m^T (\beta_m - \beta_m^*), \\ \text{s. t.} & e^T (\beta_m + \beta_m^*) = e^T (\beta_m^* + \beta_m^*), \\ & (\alpha_{i,m}^*) \in [0, C_m], \quad (\alpha_i^*) \in [0, C_0]. \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} H &= ((x_i \cdot x_j))_{l \times l}, \\ (\beta_m^*) &= (\beta_{1,m}^*, \beta_{2,m}^*, \dots, \beta_{l,m}^*)^T, \\ (\alpha^*) &= (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_l^*)^T, \\ e &= (1, 1, \dots, 1)^T \in R^l, \\ y_m &= (y_{1,m}, y_{2,m}, \dots, y_{l,m})^T. \end{aligned}$$

求解式(4)得到  $(\beta_m^*)$  和  $(\alpha^*)$  的解, 则第  $m$  阶输出的回归估计函数为

$$f_m(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_{i,m} - \alpha_{i,m}^* + \alpha_i - \alpha_i^*) (x_i \cdot x) + b_m. \quad (5)$$

#### 3.2 偏置求取算法

在讨论偏置的求取算法之前, 先给出一个定理.

**定理 1** 设  $\beta_m$  和  $b_m$  是原始问题(2)中第  $m$  阶输出的回归系数和偏置,  $(\beta_m^*) = (\beta_{1,m}^*, \beta_{2,m}^*, \dots, \beta_{l,m}^*)^T$  和  $(\alpha^*) = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_l^*)^T$  是对偶问题(4)的解,  $\bar{\beta}_m$  是对偶问题(4)的 KKT 条件中等式约束的乘子, 则有

$$\beta_m = \sum_{i=1}^l (\alpha_{i,m} - \alpha_{i,m}^* + \alpha_i - \alpha_i^*) x_i, \quad b_m = \bar{\beta}_m.$$

该结论可利用对偶定理证明, 本文不再赘述. 针对式(4), 根据 KKT 条件<sup>[10]</sup> 可知存在乘子  $\bar{\beta}_m, S_m^*, (\mu_{i,m}^*), (\mu_{i,m}), (\nu_{i,m}^*), (\nu_{i,m})$ , 使式(6) ~ (12) 成立<sup>[11]</sup>:

$$H(\beta_m - \beta_m^* + \beta_m - \beta_m^*) + \sum_{m=1}^k e -$$

$$y_m + \bar{b}_m e - s_m + m = 0, \tag{6}$$

$$- H( m - m^* + -^* ) + m e + y_m - \bar{b}_m e - s_m^* + m^* = 0, \tag{7}$$

$$H( m - m^* + -^* ) + 0 e - y_m + \bar{b}_m e - + = 0, \tag{8}$$

$$- H( m - m^* + -^* ) + 0 e - y_m - \bar{b}_m e -^* +^* = 0, \tag{9}$$

$$S_m^{(*)} = 0, \quad (m^*) = 0, \quad (m^*) = 0, \quad (m^*) = 0, \tag{10}$$

$$S_m^{(*)T} (m^*) = 0, \quad (m^*)^T ( (m^*) - C_m e ) = 0, \tag{11}$$

$$(m^*)^T (m^*) = 0, \quad (m^*)^T ( (m^*) - C_0 e ) = 0. \tag{12}$$

按照  $(m^*)$  和  $(i^*)$  的取值范围不同, 构造如下若干个集合:

- $S_{1m}^0 = \{ i \mid i_{i,m} = 0 \}, S_{1m}^C = \{ i \mid i_{i,m} \in (0, C_m) \},$
- $S_{1m}^{C_0} = \{ i \mid i_{i,m} = C_m \}, S_{2m}^0 = \{ i \mid i_{i,m}^* = 0 \},$
- $S_{2m}^C = \{ i \mid i_{i,m}^* \in (0, C_m) \},$
- $S_{2m}^{C_0} = \{ i \mid i_{i,m}^* = C_m \},$
- $S_3^0 = \{ i \mid i = 0 \}, S_3 = \{ i \mid i \in (0, C_0) \},$
- $S_3^{C_0} = \{ i \mid i = C_0 \}, S_4^0 = \{ i \mid i^* = 0 \},$
- $S_4 = \{ i \mid i^* \in (0, C_0) \}, S_4^{C_0} = \{ i \mid i^* = C_0 \}.$

令  $j = 1, 2, 3, 4; n = 0, C_m, C_0;$

$$d_{\max}(S_{jm}^n) = \max_{i \in S_{jm}^n} \{ y_{i,m} - (m \cdot x_i) \},$$

$$d_{\min}(S_{jm}^n) = \min_{i \in S_{jm}^n} \{ y_{i,m} - (m \cdot x_i) \},$$

$$D_{\max}(S_j^n) = \max_{i \in S_j^n} \left\{ \max_{m=1}^k y_{i,m} - \min_{m=1}^k (m \cdot x_i) \right\},$$

$$D_{\min}(S_j^n) = \min_{i \in S_j^n} \left\{ \min_{m=1}^k y_{i,m} - \max_{m=1}^k (m \cdot x_i) \right\},$$

$$\bar{b}_m = (\bar{b}_m^{\text{down}}, \bar{b}_m^{\text{up}}), \quad \bar{b} = (\bar{D}_m^{\text{down}}, \bar{D}_m^{\text{up}}),$$

则只要计算出  $\bar{b}_m^{\text{down}}, \bar{b}_m^{\text{up}}, \bar{D}_m^{\text{down}}, \bar{D}_m^{\text{up}}$ , 便可确定  $\bar{b}_m$  的取值, 从而得到  $b_m$  的值.

由式(6) ~ (12) 可以得出:

1) 当  $S_{1m} = \emptyset$  或  $S_{2m} = \emptyset$  时, 若取  $p \in S_{1m}$ , 则有

$$\bar{b}_m^{\text{down}} = \bar{b}_m^{\text{up}} = y_{p,m} - (m \cdot x_p) - m; \tag{13}$$

若取  $q \in S_{2m}$ , 则有

$$\bar{b}_m^{\text{down}} = \bar{b}_m^{\text{up}} = y_{q,m} - (m \cdot x_q) + m. \tag{14}$$

2) 当  $S_{1m} = \emptyset$  和  $S_{2m} = \emptyset$  时, 可得

$$\bar{b}_m = y_{i,m} - (m \cdot x_i) - m, \quad i \in S_{1m}^0;$$

$$\bar{b}_m = y_{i,m} - (m \cdot x_i) + m, \quad i \in S_{2m}^0;$$

$$\bar{b}_m = y_{i,m} - (m \cdot x_i) - m, \quad i \in S_{1m}^C;$$

$$\bar{b}_m = y_{i,m} - (m \cdot x_i) + m, \quad i \in S_{2m}^C. \tag{15}$$

因此有

$$\bar{b}_m^{\text{down}} = \max \{ d_{\max}(S_{1m}^0) - m, d_{\max}(S_{2m}^C) + m \},$$

$$\bar{b}_m^{\text{up}} = \min \{ d_{\min}(S_{2m}^0) + m, d_{\min}(S_{1m}^C) - m \}. \tag{16}$$

3) 当  $S_3 = \emptyset$  或  $S_4 = \emptyset$  时, 若取  $p \in S_3$ , 则有

$$\bar{D}_m^{\text{down}} = \bar{D}_m^{\text{up}} = y_{p,m} - (m \cdot x_p) - 0; \tag{17}$$

若取  $q \in S_4$ , 则有

$$\bar{D}_m^{\text{down}} = \bar{D}_m^{\text{up}} = y_{q,m} - (m \cdot x_q) + 0. \tag{18}$$

4) 当  $S_3 = \emptyset$  和  $S_4 = \emptyset$  时, 与 2) 的推导方法类似, 可得

$$\bar{D}_m^{\text{down}} = \max \{ d_{\max}(S_3^0) - 0, d_{\max}(S_4^{C_0}) + 0 \},$$

$$\bar{D}_m^{\text{up}} = \min \{ d_{\min}(S_4^0) + 0, d_{\min}(S_3^{C_0}) - 0 \}. \tag{19}$$

### 3.3 非线性 -MOSVR 模型

在线性 -MOSVR 的基础上, 为不同的输出引入不同的核函数, 构成非线性 -MOSVR 算法.

- 1) 训练样本的形式为  $(x_i, y_i), x_i \in R^N, y_i \in R^k$ , 共有  $l$  个样本;
- 2) 选择适当的正数  $C_0$  的  $\epsilon$ , 为第  $m$  阶输出选择适当的正数  $C_m$  和  $\epsilon_m$  以及核函数  $K_m(\cdot, \cdot)$ ;
- 3) 将式(4)中  $H$  用  $H_m = (K_m(x_i, x_j))_{l \times l}$  替换, 并求解新形成的优化问题, 得到最优解  $(m^*) = (1^*, 2^*, \dots, l^*)^T, (i^*) = (1^*, 2^*, \dots, l^*)^T$ ;
- 4) 构造第  $m$  阶输出的回归估计函数为

$$f_m(x) = \sum_{i=1}^l (y_{i,m} - i_{i,m}^* + i_{i,m} - i^*) K_m(x_i, x) + b_m, \tag{20}$$

其中  $b_m$  的求取方法同线性 -MOSVR 中偏置的求取算法, 只需将算法中第  $m$  阶输出的核函数由  $(\cdot, \cdot)$  变换成  $K_m(\cdot, \cdot)$  即可.

从式(20) 可以看出, -MOSVR 可为不同的输出选择不同的核函数.

## 4 仿真实验

### 4.1 非线性 MIMO 系统辨识

假设某非线性 MIMO 系统可用如下差分方程表示<sup>[12]</sup>:

$$y_1(t+1) = y_1(t) / (1 + y_2^2(t)) + u_1(t) + e_1(t+1),$$

$$y_2(t+1) = y_1(t) y_2(t) / (1 + y_2^2(t)) + u_2(t) + e_2(t+1),$$

其中  $e_1(t)$  和  $e_2(t)$  均为零均值、标准差为 0.1 的高

斯白噪声序列.

训练过程中,取  $u_1(t) = \sin(2t/25)$ ,  $u_2(t) = \cos(2t/25)$ . 在检验时,  $u_1(t)$  和  $u_2(t)$  都取  $[-1, 1]$  区间的均匀随机变量. 取系统阶数为 1. 训练和测试样本数分别为 30 和 100. 在  $\beta$ -MOSVR 和  $\beta$ -SVR 中, 参数选择方法均采用文献 [13] 设计的模型参数搜索算法, 而且相同的输出选择相同的核函数.  $\beta$ -MOSVR 模型预测结果如图 1 所示. 从中可以看出, 模型能较好地反映出测试集数据的变化趋势.

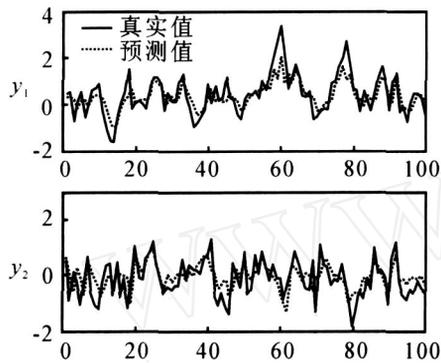


图1  $\beta$ -MOSVR对测试样本的辨识结果

#### 4.2 算法性能分析

为考察  $\beta$ -MOSVR 模型的泛化能力, 连续进行 10 次仿真实验, 并与  $\beta$ -SVR 模型的预测误差进行比较. 采用均方根误差作为衡量标准, MIMO 系统辨识误差定义为

$$\text{error} = \sqrt{\frac{1}{l_{\text{Test}}} \sum_{m=1}^k (\hat{y}_{i,m} - y_{i,m})^2 / l_{\text{Test}}},$$

其中  $l_{\text{Test}}$  为测试样本的个数.

得出的辨识误差结果如图 2 所示. 从中可以看出,  $\beta$ -MOSVR 与  $\beta$ -SVR 相比, 个别输出的辨识误差有小幅度上升, 而个别输出的辨识误差则明显减小, 系统辨识误差总和也有较大幅度的降低. 该结论与  $\beta$ -MOSVR 模型的设计思想是一致的.

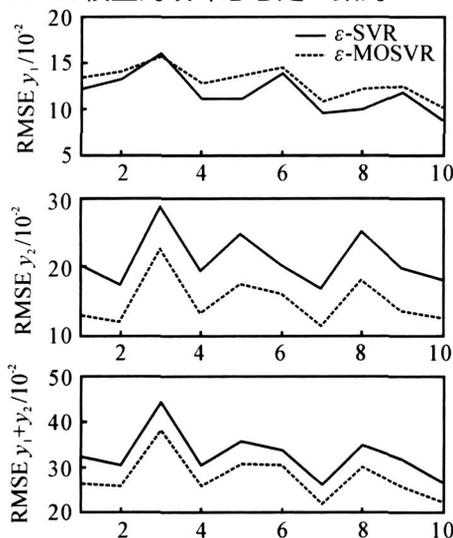


图2  $\beta$ -MOSVR和  $\beta$ -SVR辨识误差比较

通过仿真实验还发现,  $\beta$ -MOSVR 模型继承了  $\beta$ -SVR 模型解的稀疏性. 最终的回归函数形式只由部分训练样本决定.

## 5 结 论

本文提出一种  $\beta$ -MOSVR 回归模型. 从仿真结果可以看出, 通过在一个优化问题中同时考虑所有输出的回归性能, 使得  $\beta$ -MOSVR 能够获得较好的泛化能力, 并表现出比  $\beta$ -SVR 更好的系统综合辨识能力. 针对本文的  $\beta$ -MOSVR 模型, 下一步的工作主要有两点: 一是研究在线  $\beta$ -MOSVR, 减少算法的空间复杂度和时间复杂度; 二是研究  $\beta$ -MOSVR 模型解的稀疏性, 以简化计算.

## 参考文献(References)

- [1] Li Jun, Liu Jun-hua. Identification of dynamic systems using support vector regression neural networks[J]. J of Southeast University, 2006, 22(2): 228-223.
- [2] 漆为民, 程远楚, 姬巧玲, 等. PID 型 Elman 网络及在动态系统辨识中的应用研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(10): 1197-1200.  
(Qi W M, Cheng Y C, Ji Q L, et al. PID Elman neural network and its application to dynamical system identification[J]. Control and Decision, 2005, 20(10): 1197-1200.)
- [3] Shi Hong-li, Cai Yuan-li, Qiu Zu-lian. Improved system identification approach using wavelet networks[J]. J of Shanghai University, 2005, 9(2): 159-163.
- [4] 郑军, 颜文俊, 诸静. 基于小波逼近核尺度变换的非参数辨识方法[J]. 控制与决策, 2004, 19(10): 1190-1193.  
(Zheng J, Yan W J, Zhu J. Nonparametric identification approach based on wavelet approximation [J]. Control and Decision, 2004, 19(10): 1190-1193.)
- [5] Jos é Luis Rojo-Álvarez, Manel Martínez-Ram ón, Mario de Prado-Cumplido, et al. Support vector method for robust ARMA system identification[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2004, 52(1): 155-164.
- [6] Wang Xiao-dong, Liang Wei-feng, Cai Xi-r-shan, et al. Application of adaptive least square support vector machines in nonlinear system identification[C]. Proc of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006: 1897-1900.
- [7] Manel Martínez-Ram ón, Jos é Luis Rojo-Álvarez, Gustavo Camps-Valls, et al. Support vector machines for nonlinear kernel ARMA system identification[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 17(6): 1617-1622.

(下转第 822 页)

的.

## 5 结 论

本文通过研究柔性臂协调运动系统的分布参数模型,避免了集中参数模型带来的问题.本文提出了一种构造性的前馈加动态反馈的镇定策略,最后由线性算子半群理论给出了闭环系统的渐近稳定性证明.

### 参考文献(References)

- [1] Guo B Z, Wang J M. The well-posedness and stability of a beam equation with conjugate variables assigned at the same boundary [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(12): 2087-2093.
- [2] 李元春, 陆佑方, 唐保健. 双连杆柔性臂轨迹跟踪的鲁棒控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(3): 330-336. (Li Y C, Lu Y F, Tang B J. Robust control for trajectory tracking of a two-link flexible manipulator[J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 25(3): 330-336.)
- [3] Zhang C X, Yu Y Q. Dynamic analysis of planar cooperative manipulators with link flexibility[J]. ASME J of Mechanical Design, 2004, 126(3): 442-448.
- [4] Mitsuhiro Y, Kim J S, Atsushi K, et al. Cooperative control of a 3D dual-flexible-arm robot [J]. J of Intelligent and Robotic System, 2004, 39(1): 1-15.
- [5] Fumitoshi M, Akifumi H. PDS cooperative control of two one-link flexible arms [C]. IEEE Int Conf on Robotics and Automation. San Francisco, 2000: 1490-1495.
- [6] Omer M. Stabilization and disturbance rejection for the beam equation[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(12): 1913-1918.
- [7] Yang K J, Hong K S, Fumitoshi M. Robust boundary control of an axially moving string by using a PR transfer function [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(12): 2053-2058.
- [8] Slotine J J E, Li W P. Applied nonlinear control [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.
- [9] Francis C, Omer M. On the stabilization of a flexible beam with a tip mass[J]. SIAM J Control Optim, 1998, 36(6): 1962-1986.
- [10] Pazy A. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.
- [11] Kato T. Perturbation theory for linear operators [M]. New York: Springer-Verlag, 1980.
- [12] Luo Z H, Guo B Z, Omer M. Stability and stabilization of infinite dimensional systems with applications [M]. London: Springer-Verlag, 1999.
- [13] Gohberg I, Goldberg S, Kaashoek M A. Classes of linear operators [M]. Basel Germany: Birkhauser, 1990.
- [14] Luo Z H, Feng D X. Nonlinear torque control of a single-link flexible robot [J]. J of Robotic Systems, 1999, 16(1): 25-35.
- [8] 胡根生, 邓飞其. 在线多输出支持向量回归及在投资决策中的应用[J]. 华南理工大学学报, 2006, 34(6): 64-68. (Hu G S, Deng F Q. On-line multi-output support vector regression and its application to investment decision[J]. J of South China University of Technology, 2006, 34(6): 64-68.)
- [9] 唐发明. 基于统计学习理论的支持向量机算法研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2005. (Tang F M. Study of support vector machines algorithm based on statistical learning theory [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005.)
- [10] Jos é Luis Rojo-Álvarez, Gustavo Camps-Valls, Manel Martínez Ramón, et al. Support vector machines framework for linear signal processing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(12): 2316-2326.
- [11] Chih-chung Chang, Chih-jen Lin. Training  $\nu$ -support vector regression: Theory and algorithms[J]. Neural Computation, 2002, 14(8): 1959-1977.
- [12] Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamic systems using neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1990, 1(1): 4-27.
- [13] Bi Jir-bo. Support vector regression with application in automated drug discovery [D]. New York: Rensselaer Polytechnic Institute, 2003.

(上接第 816 页)