

文章编号: 1001-0920(2008)07-0817-06

柔性臂协调运动系统的动态反馈镇定

曹小涛, 李元春

(吉林大学 通信工程学院, 长春 130022)

摘要: 研究柔性臂协调运动系统分布参数模型的镇定问题. 基于系统能量关系和正实引理, 提出一种构造性的设计方法. 所设计的控制器由前馈和动态反馈两部分构成, 其中动态反馈部分的传递函数是严格正实的. 通过线性算子半群理论和 LaSalle 不变集原理, 证明了闭环系统是渐近稳定的.

关键词: 柔性臂; 协调运动; 正实引理; 线性算子半群

中图分类号: TP241 **文献标识码:** A

Dynamic feedback stabilization of cooperating flexible manipulators

CAO Xiaotao, LI Yuan-chun

(College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China. Correspondent: LI Yuan-chun, E-mail: liyc@email.jlu.edu.cn)

Abstract: The stabilization of cooperating flexible manipulators is researched based on distributed parameter model. A constructive method is proposed by using the system energy and positive real lemma. The controller designed consists of a forward and a dynamic feedback controller, the transfer function of the dynamic controller is strictly positive real. The closed-loop system is proved to be asymptotically stable by using semigroups of linear operators and LaSalle invariance principle.

Key words: Flexible manipulator; Cooperating motion; Positive real lemma; Semigroups of linear operators

1 引言

近年来, 柔性臂动力学建模与控制得到了很多学者的广泛关注. 从国内外的研究现状看, 单个柔性臂系统的建模与控制方法已有很多研究^[1,2], 但随着空间技术的发展, 对空间机器人的要求也相应提高了. 例如, 在使用空间机器人进行搬运、装配以及构造大型空间结构时, 为进行更精确、更灵巧的操作, 有必要采取两个柔性臂协调操作. 在上述情况下, 系统必须完成在相应力约束与几何约束下的操作. 与单个柔性臂相比, 柔性臂协调控制系统不仅要考虑末端位置、力和振动, 而且要考虑末端与物体位置和力的协调操作、相互作用以及振动对运动的影响, 其动力学问题更加复杂, 从而为系统的控制带来更大的困难. 对于柔性臂协调控制问题, 一些学者研究了简化的集中参数模型及其控制方法^[3,4]. 集中参数模型由于存在控制和观测溢出问题, 被忽略的模式容易使闭环系统不稳定. 另一方面, 为解决溢出等问题, 通常控制器结构和阶次比较高, 不易于工程

实现. 为此, 学者们研究了柔性臂协调系统的分布参数模型及 PDS 反馈控制方法^[5].

本文研究柔性臂协调运动系统的分布参数模型, 避免了集中参数模型带来的问题. 由于动态反馈控制在镇定系统的同时, 能解决扰动解耦和极点配置等控制问题, 在分布参数系统的边界控制中^[6,7]得到了广泛应用. 本文基于正实引理和系统能量关系, 提出一种新的构造性的设计方法, 将动态反馈控制方法推广到柔性臂协调运动系统, 最后由线性算子半群理论和 LaSalle 不变集原理证明了闭环系统是渐近稳定的.

2 系统描述

2.1 动力学模型

本文研究对象为图 1 所示的柔性臂协调运动系统. 图中: l_i 和 $E_i I_i$ 分别为柔性臂 i ($i = 1, 2$) 的杆长、单位质量密度和抗挠刚度; J_i , θ_i 和 τ_i 分别为电机 i ($i = 1, 2$) 的转动惯量、转动角和力矩; M_b 为被夹持刚性物体的质量; $r_i(t, r)$ 为柔性臂在时间 t 时

收稿日期: 2007-04-29; 修回日期: 2007-08-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60375030, 60674091).

作者简介: 曹小涛(1980—), 男, 河南巩义人, 博士生, 从事机器人控制的研究; 李元春(1962—), 男, 长春人, 教授, 博士生导师, 从事智能机械与机器人控制等研究.

$r(0 \leq r \leq l)$ 处的形变. 以下标 r 和 t 分别表示变量对 r 和 t 的导数.

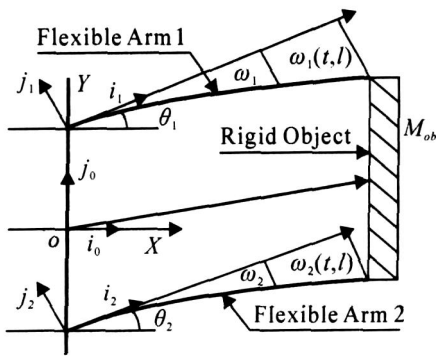


图1 柔性臂协调运动系统

为简化分析,在假设 $\dot{\theta}_i(t) \ll 1$ 和 $\dot{\theta}_i(t, r) \ll 1$ 下,系统的动力学模型为^[5]

$$= l_1 \ddot{\theta}_1(t) - l_2 \ddot{\theta}_2(t) - \dot{\theta}_1(t, l) + \dot{\theta}_2(t, l) = 0, \quad (1)$$

$$J_i \ddot{\theta}_i(t) + E_i I_i \ddot{\theta}_i(t, 0) = \dot{\theta}_i(t), \quad (2)$$

$$\ddot{\theta}_i(t, r) + \frac{E_i I_i}{i} \ddot{\theta}_i(t, r) = \dot{\theta}_i(t), \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_i(t, 0) = 0, \quad \ddot{\theta}_i(t, 0) = 0, \quad \ddot{\theta}_i(t, l) = 0, \quad (4)$$

$$E_i I_i \left(\frac{M_{ob}}{2} \ddot{\theta}_i(t, l) + \ddot{\theta}_i(t, l) \right) = (-1)^{i+1} \dot{\theta}_i(t), \quad (5)$$

其中 $\lambda_i(t)$ 为拉格朗日乘子. 定义新变量

$$y_i(t, r) = \dot{\theta}_i(t, r) - r \dot{\theta}_i(t), \quad (6)$$

则动力学方程可转化为

$$= y_1(t, l) - y_2(t, l) = 0, \quad (7)$$

$$J_i y_{iut}(t, 0) - E_i I_i y_{irr}(t, 0) = -\dot{\theta}_i(t), \quad (8)$$

$$y_{iut}(t, r) + \frac{E_i I_i}{i} y_{irr}(t, r) = 0, \quad (9)$$

$$y_i(t, 0) = 0, \quad y_{ir}(t, 0) = -\dot{\theta}_i(t), \quad (10)$$

$$E_i I_i \left(\frac{M_{ob}}{2} y_{iurr}(t, l) + y_{iurr}(t, l) \right) = (-1)^{i+1} \dot{\theta}_i(t). \quad (11)$$

2.2 控制目标

本文的控制目标是设计控制输入 $\dot{\theta}_i(t)$, 使得当 $t \rightarrow \infty$ 时, $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{id}$, $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{id}$, $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{id}$. 其中: 下标 d 表示期望值; $\dot{\theta}_{id}$, $\dot{\theta}_{id}$ 和 $\dot{\theta}_{id}$ 均为常数. 则对于方程(7)~(11), 由式(6)可知控制目标为设计 $\dot{\theta}_i(t)$, 使得当 $t \rightarrow \infty$ 时 $y_i = y_{id}$. 考虑当系统(7)~(11)处于静态, 即当 $y_{iut}(t, r) = 0$ 时, 解微分方程, 可得

$$y_{is} = (-1)^{i+1} \frac{1}{6 E_i I_i} \dot{\theta}_s (-3 l r^2 + r^3) - r \dot{\theta}_s, \quad (12)$$

$$1_s - 2_s = - \left(\frac{1}{3 E_1 I_1} + \frac{1}{3 E_2 I_2} \right) l^2 \dot{\theta}_s, \quad (13)$$

其中下标 s 表示静态值.

若令期望值满足 $\dot{\theta}_{id} = \dot{\theta}_{is}$, $y_{id} = y_{is}$, $s = d$, 则上式表明期望值必须满足数学关系式(12)和(13).

3 动态反馈控制器设计

下面给出一种构造性的设计方法. 首先对于条件(11), 为消除耦合项 $\dot{\theta}_i(t)$, 由式(7)和(9)可得

$$M_{ob} y_{1t}(t, l) - E_1 I_1 y_{1rr}(t, l) - E_2 I_2 y_{2rr}(t, l) = 0. \quad (14)$$

为便于分析, 下面以 $y(t, r)$ 表示 $y(t, r) - y_d$.

Step1 定义与系统振动相关的正定函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 E_i I_i \int_0^l [y_{irr}(t, r)]^2 dr + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \int_0^l [y_{it}(t, r)]^2 dr + \frac{1}{2} M_{ob} [y_{1t}(t, l)]^2, \quad (15)$$

则由式(9)并分部积分, 利用条件(10)和(14)可得

$$\dot{V}_1 = - \sum_{i=1}^2 E_i I_i y_{ir}(t, 0) y_{irr}(t, 0). \quad (16)$$

Step2 定义新变量

$$z_i(t) = y_{ir}(t, 0) + k_{0i} y_{ir}(t, 0) - k_{1i} y_{irr}(t, 0), \quad (17)$$

其中 $k_{0i} > 0$ 和 $k_{1i} > 0$ 为设计参数.

定义与关节角 $y_{ir}(t, 0)$ 和 z_i 相关的正定函数

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 J_i z_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \frac{k_{0i} E_i I_i}{k_{1i}} [y_{ir}(t, 0)]^2, \quad (18)$$

则由式(8), (16)~(18)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = & - \sum_{i=1}^2 \frac{E_i I_i}{k_{1i}} [y_{irr}(t, 0)]^2 + \sum_{i=1}^2 z_i [-\dot{\theta}_i + \\ & E_i I_i y_{irr}(t, 0) + (J_i k_{0i} + \frac{E_i I_i}{k_{1i}}) y_{ir}(t, 0) - \\ & J_i k_{1i} y_{irr}(t, 0)]. \end{aligned} \quad (19)$$

设计控制律为

$$\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{id} + \dot{\theta}_{id}. \quad (20)$$

其中: 动态控制器 $\dot{\theta}_{id}(t)$ 由 Step3 给出, 前馈控制器为

$$\dot{\theta}_{id} = E_i I_i y_{irr}(t, 0) + \left(J_i k_{0i} + \frac{E_i I_i}{k_{1i}} \right) y_{ir}(t, 0) - J_i k_{1i} y_{irr}(t, 0).$$

将式(20)代入(19), 可得

$$\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = - \sum_{i=1}^2 \frac{E_i I_i}{k_{1i}} [y_{irr}(t, 0)]^2 - \sum_{i=1}^2 z_i \dot{\theta}_{id}.$$

Step3 动态控制器 $\dot{\theta}_{id}(t)$ 由下列动态系统给出:

$$\begin{aligned} \dot{w}_i(t) &= A_i w_i(t) + b_i z_i(t), \\ \dot{z}_i(t) &= c_i^T w_i(t) + d_i z_i(t). \end{aligned} \quad (21)$$

其中： $w_i \in R^{n_i}$, n_i 为自然数； $A_i \in R^{n_i \times n_i}$ 为常数矩阵； $b_i, c_i \in R^{n_i}$ 为常数列向量； d_i 为正实数。以 $z_i(t)$ 作为系统(21)的输入，以动态控制器 $\dot{z}_i(t)$ 作为输出。

对于系统(21)，给出如下假设：

假设 1 矩阵 A_i 的特征值均有负实部。

假设 2 (A_i, b_i) 可控， (c_i, A_i) 可观。

假设 3 $d_i > 0$ ，且存在常数 $\alpha_i > 0$ 满足 $d_i > \alpha_i$ ，使得 $G_i(s) = d_i + c_i^T (sI - A_i)^{-1} b_i$ 满足 $\text{Re}(G_i(j\omega)) > \alpha_i, \forall \omega \in R$ ，且当 $d_i > 0$ 时， $\alpha_i > 0$ 。

由假设 1 ~ 假设 3 和 Meyer-Kalman-Yakubovich 引理^[8]，对于任一一对称正定矩阵 $Q_i \in R^{n_i \times n_i}$ ，存在对称正定矩阵 $P_i \in R^{n_i \times n_i}$ ，向量 $q_i \in R^{n_i}$ 和常数 $\beta_i > 0$ ，使得

$$A_i^T P_i + P_i A_i = -q_i q_i^T - \beta_i Q_i, \quad (22)$$

$$P_i b_i - \frac{1}{2} c_i = \sqrt{(d_i - \alpha_i)} q_i. \quad (23)$$

定义与动态系统(21)相关的正定函数

$$V_3 = \sum_{i=1}^2 w_i^T P_i w_i, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & - \sum_{i=1}^2 \beta_i w_i^T Q_i w_i - \sum_{i=1}^2 w_i^T q_i q_i^T w_i + \\ & \sum_{i=1}^2 2 w_i^T P_i b_i z_i. \end{aligned}$$

Step4 定义整个系统的 Lyapunov 函数为

$$V = V_1 + V_2 + V_3, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & - \sum_{i=1}^2 \frac{E_i I_i}{k_{1i}} [y_{irr}(t, 0)]^2 - \sum_{i=1}^2 \beta_i w_i^T Q_i w_i - \\ & \sum_{i=1}^2 (\sqrt{(d_i - \alpha_i)} z_i - w_i^T q_i)^2 - \sum_{i=1}^2 \alpha_i z_i^2 < 0. \end{aligned}$$

由上式可知系统是耗散的。

4 闭环系统稳定性分析

将式(20)和(21)代入系统方程，可得闭环系统为

$$y_{irr}(t, r) + \frac{E_i I_i}{k_{1i}} y_{irrr}(t, r) = 0, \quad (26)$$

$$J_i \dot{z}_i = - \left[\frac{E_i I_i}{k_{1i}} y_{irr}(t, 0) + c_i^T w_i(t) + d_i z_i \right], \quad (27)$$

$$\dot{w}_i(t) = A_i w_i(t) + b_i z_i(t), \quad (28)$$

$$y_i(t, 0) = 0, y_1(t, l) = y_2(t, l), y_{irr}(t, l) = 0, \quad (29)$$

$$M_{\phi} y_{1r}(t, l) - E_1 I_1 y_{1rr}(t, l) -$$

$$E_2 I_2 y_{2rr}(t, l) = 0. \quad (30)$$

容易验证，闭环系统的静态值即为期望值。为分析闭环系统，首先引入下列状态空间：

$$\begin{aligned} H = \{ & (u_1, v_1, u_2, v_2, u_{1r}(0), z_1, \\ & u_{2r}(0), z_2, v_1(l), w_1, w_2)^T \\ & / u_i \in H_0^2, v_i \in L^2, u_{ir}(0) \in R, \\ & v_1(l) \in R, z_i \in R, w_i \in R^{n_i} \}. \end{aligned}$$

其中

$$L^2 = \{ f : [0, l] \rightarrow R \mid \int_0^l f^2 dx < \infty \},$$

$$H^k = \{ f \in L^2 \mid f, \dots, f^{(k)} \in L^2 \},$$

$$H_0^k = \{ f \in H^k \mid f(0) = 0 \}.$$

对于任意 $Z, \mathcal{Z} \in H$ ，定义以下内积：

$$\begin{aligned} (Z, \mathcal{Z})_H = & \sum_{i=1}^2 \int_0^l E_i I_i u_{irr} \hat{u}_{irr} dr + \sum_{i=1}^2 \int_0^l v_i \hat{v}_i dr + \\ & M_{\phi} v_1(l) \hat{v}_1(l) + \sum_{i=1}^2 \frac{k_{1i}}{k_{1i}} E_i I_i u_{ir}(0) \hat{u}_{ir}(0) + \\ & \sum_{i=1}^2 J_i z_i \hat{z}_i + 2 \sum_{i=1}^2 w_i^T P_i \hat{w}_i. \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\begin{aligned} Z = & (u_1, v_1, u_2, v_2, u_{1r}(0), z_1, \\ & u_{2r}(0), z_2, v_1(l), w_1, w_2)^T, \\ \mathcal{Z} = & (\hat{u}_1, \hat{v}_1, \hat{u}_2, \hat{v}_2, \hat{u}_{1r}(0), \hat{z}_1, \\ & \hat{u}_{2r}(0), \hat{z}_2, \hat{v}_1(l), \hat{w}_1, \hat{w}_2)^T. \end{aligned}$$

则空间 H 按内积(31)成为 Hilbert 空间。闭环系统(26) ~ (30)可表示为如下 H 上的发展方程：

$$\dot{Y} = A Y, \quad (32)$$

$$Y = (y_1, y_{1r}, y_2, y_{2r}, y_{1r}(0), z_1, y_{2r}(0), z_2, y_{1r}(t, l), w_1, w_2)^T.$$

算子 $A : H \rightarrow H$ 定义为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_{1r}(0) \\ z_1 \\ u_{2r}(0) \\ z_2 \\ v_1(l) \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ -E_1 I_1 u_{1rrr} \\ v_2 \\ -E_2 I_2 u_{2rrr} \\ v_{1r}(0) \\ -J_1^1 [E_1 I_1 v_{1r}(0) k_{11}^1 + c_1^T w_1 + d_1 z_1] \\ v_{2r}(0) \\ -J_2^1 [E_2 I_2 v_{2r}(0) k_{12}^1 + c_2^T w_2 + d_2 z_2] \\ E_1 I_1 u_{1rr}(l) M_{\phi}^{-1} + E_2 I_2 u_{2rr}(l) M_{\phi}^{-1} \\ A_1 w_1 + b_1 z_1 \\ A_2 w_2 + b_2 z_2 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

$D(A) =$

$$\{ (u_1, v_1, u_2, v_2, u_{1r}(0), z_1, u_{2r}(0), z_2, v_1(l), w_1, w_2)^T \mid u_i \in H_0^2, v_i \in H_0^2, z_i \in R, v_1(l) \in R, w_i \in R^{n_i}, u_{irr}(l) = 0, u_1(l) =$$

$$u_2(l), z_i = v_{ir}(0) + k_{0i}u_{ir}(0) - k_{1i}u_{irr}(0).$$

对于算子 A, 首先给出以下引理:

引理 1 算子 A 是 H 上的耗散算子.

证明 对于任意 Z ∈ H, 容易验证

$$\begin{aligned} Z, AZ_H = & - \sum_{i=1}^2 \frac{E_i I_i}{k_{1i}} [v_{ir}(0)]^2 - \sum_{i=1}^2 w_i^T Q_i w_i - \\ & \sum_{i=1}^2 (\sqrt{(d_i - i)} z_i - w_i^T q_i)^2 - \sum_{i=1}^2 i z_i^2 \leq 0. \end{aligned} \tag{34}$$

由式(34)可知, 算子 A 是 H 上的耗散算子.

引理 2 存在 ε₀ > 0, (I - A) : H → H 是映上的.

证明 为证引理 2, 对任一给定的 H,

z = (f₁, g₁, f₂, g₂, f₁r(0), h₁, f₂r(0), h₂, g₁(l), j₁, j₂)ᵀ, 必须找到一个 Z ∈ D(A), 使得下列方程成立:

$$(I - A)Z = z. \tag{35}$$

由式(35)可解得

$$\begin{aligned} u_1 + u_{rrr} &= f^*, \tag{36} \\ u_i(0) = 0, u_{irr}(l) = 0, u_1(l) &= u_2(l), \\ u_{irr}(0) &= c_i^* u_{ir}(0) - h_i^*, \\ u_1(l) - \frac{E_1 I_1}{M_{cb}} u_{1rrr}(l) - \frac{E_2 I_2}{M_{cb}} u_{2rrr}(l) &= g_i^*(l). \end{aligned} \tag{37}$$

其中

$$\begin{aligned} u &= (u_1, u_2)^T, f^* = (f_1^*, f_2^*)^T, \\ \Lambda_1 &= \text{diag}(\Lambda_{10}, \Lambda_{20}), \Lambda_2 = \text{diag}(E_1 I_1, E_2 I_2), \\ f_i^* &= i(g_i + \phi f_i), \\ g_i^*(l) &= g_i(l) + \phi f_i(l), \\ c_i^* &= a_{1i}/a_{2i}, h_i^* = a_{3i}/a_{2i}, \\ a_{2i} &= [\phi + J_i^{-1} d_i + J_i^{-1} c_i^T (I - A_i)^{-1} b_i] k_{1i}, \\ a_{1i} &= (\phi + J_i^{-1} d_i + J_i^{-1} c_i^T (I - A_i)^{-1} b_i) (\phi + k_{0i}) + \phi \frac{1}{J_i} \frac{E_i I_i}{k_{1i}}, \\ a_{3i} &= h_i - \frac{1}{J_i} c_i^T (I - A_i)^{-1} j_i + [\phi + J_i^{-1} d_i + J_i^{-1} c_i^T (I - A_i)^{-1} b_i + \frac{1}{J_i} \frac{E_i I_i}{k_{1i}}] f_{ir}(0). \end{aligned}$$

在上式推导中, 用到了正实传函的特性, 对于任意 ε₀ > 0, G_i(ε₀) > 0^[8]. 由此可知 c_i^* > 0.

式(36)两端同乘以 Λ = (Λ₁, Λ₂), 可得

$$\Lambda^T u + \Lambda^T u_{rrr} = \Lambda^T f^*. \tag{38}$$

其中: Λ₁ ∈ H₀², u_{irr}(l) = 0, Λ₁(l) = Λ₂(l).

对式(38)两端从 0 到 l 积分并利用条件(37),

可得

$$\begin{aligned} & \int_0^l \Lambda^T u dr + \int_0^l (\Lambda_{rr})^T u_{rr} dr + \\ & (\Lambda(l))^T \Lambda_3 u(l) + (\Lambda_r(0))^T \Lambda_4 u_r(0) = \\ & \int_0^l \Lambda^T f^* dr + (\Lambda_r(0))^T \Lambda_2 h^* + (\Lambda(l))^T j^*. \end{aligned} \tag{39}$$

其中

$$\begin{aligned} \Lambda_3 &= \text{diag}(\frac{1}{2} M_{cb} \Lambda_{10}, \frac{1}{2} M_{cb} \Lambda_{20}), \\ \Lambda_4 &= \text{diag}(E_1 I_1 c_1^*, E_2 I_2 c_2^*), \\ h^* &= (h_1^*, h_2^*)^T, j^* = (j_1^*, j_2^*)^T, \\ j_i^* &= \frac{1}{2} M_{cb} (\phi f_i(l) + g_i(l)). \end{aligned}$$

由于 c_i^* > 0, 由 Lax-Milgram 定理^[9]可知, 存在解 u 满足方程(39), 然后未知变量 v_i, z_i 和 w_i 可由式(35)中的其他方程分别确定.

由引理 1、引理 2 和 L üner-Phillips 定理^[10]可知以下定理成立:

定理 1 算子 A 生成 H 上的 C₀ 压缩半群.

下面给出算子 A 的预解式 (I - A)⁻¹ 的性质.

引理 3 对于任意 z ∈ (A), 算子 A 的预解式 (I - A)⁻¹ 是紧的, 其中 (A) 是 A 的预解集.

证明 预解式 (I - A)⁻¹ 是紧的充分条件是算子 A⁻¹ 存在且是 H 上的紧算子^[11]. 算子 A⁻¹ 的存在性可由方程 -AZ = z 得出, 可解得 u_i(r) 为

$$u_i = c_{1i} r + c_{2i} r^2 + c_{3i} r^3 + \int_0^r \frac{i}{6 E_i I_i} (r - \tau)^3 g_i(\tau) d\tau. \tag{40}$$

式(40)的系数满足以下矩阵方程:

$$BC = F. \tag{41}$$

其中

$$C = (c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{21}, c_{22}, c_{23})^T, \\ B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3l \\ k_{01} & -2k_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{02} & -2k_{12} & 0 \\ 1 & l & l^2 & -1 & -l & -l^2 \\ 0 & 0 & E_1 I_1 & 0 & 0 & E_2 I_2 \end{bmatrix},$$

$$F = (F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22}, F_3, F_4)^T,$$

$$F_{1i} = - \frac{i}{2 E_i I_i} \int_0^l (l - \tau) g_i(\tau) d\tau, F_{2i} = h_i^*,$$

$$F_3 = \frac{2}{6 E_2 I_2 l} \int_0^l (l - \tau)^3 g_2(\tau) d\tau -$$

$$\frac{1}{6 E_1 I_1 l} \int_0^l (l - \tau)^3 g_1(\tau) d\tau,$$

$$F_4 = - \frac{1}{6} [M_{cb} g_1(l) + \int_0^l g_1(\tau) d\tau + \int_0^l g_2(\tau) d\tau],$$

$$h_{i1}^* = (d_i - c_i^T A_i^{-1} b_i)^{-1} [h_i J_i + c_i^T A_i^{-1} j_i + ((d_i - c_i^T A_i^{-1} b_i) + \frac{E_i L_i}{k_{1i}}) f_{ir}(0)].$$

容易验证 B 的行列式 $|B| \neq 0$, 因此式(41) 有解存在, 其解为 $C = B^{-1} F$. 其他变量满足

$$v_i = -f_i, \quad u_{ir}(0) = c_{i1}, \quad v_1(l) = -f_1(l),$$

$$z_i = (d_i - c_i^T A_i^{-1} b_i)^{-1} [J_i h_i + c_i^T A_i^{-1} j_i + \frac{E_i L_i}{k_{1i}} f_{ir}(0)],$$

$$i = -A_i^{-1} (b_i z_i + j_i). \tag{42}$$

由以上分析可知 A^{-1} 存在.

下面证明 A^{-1} 是 H 上的紧算子. 首先证明

$$A^{-1} : H^4 \times H^2 \times H^4 \times H^2 \times R^3 \times R^{n_1} \times R^{n_2} \rightarrow H. \tag{43}$$

其中: H^4, H^2 和 R^{n_i} 分别表示空间 H^4, H^2 和 R^{n_i} 中的范数.

由 $C = B^{-1} F$, Cauchy-Schwarz 不等式以及不等式 $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$, 易知存在正常数 K_{ij} , 使得以下不等式成立:

$$c_{ij}^2 \leq K_{ij} \int_0^l (g_i^2 + h_i^2 + (f_{ir}(0))^2 + g_1^2(l) + j_i^2 R^{n_i}). \tag{44}$$

其中: $j = 1, 2, 3; \int_0^l \cdot^2 dr = \int_0^l \cdot^2 dr$.

由式(41) 和(44) 可知, 存在正常数 K_{3i} 使得

$$u_i^2 \leq K_{3i} \int_0^l (g_i^2 + h_i^2 + (f_{ir}(0))^2 + g_1^2(l) + j_i^2 R^{n_i}).$$

由 $v_i(r) = -f_i(r) = -\int_0^r (r-\tau) f_i(\tau) d\tau - r f_{ir}(0)$ (其中下标表示变量对 r 的导数) 易知, 存在正常数 K_{4i} 使得

$$v_i^2 \leq K_{4i} (f_{irr}^2 + (f_{ir}(0))^2).$$

由式(42), 存在正常数 K_{5i}, K_6, K_7 和 K_{8i} 使得 $(u_{ir}(0))^2$

$$\begin{aligned} & K_{5i} \int_0^l (g_i^2 + h_i^2 + (f_{ir}(0))^2 + g_1^2(l) + j_i^2 R^{n_i}), \\ & (v_1(l))^2 \leq K_6 (f_{irr}^2 + (f_{ir}(0))^2), \\ & z_i^2 \leq K_{7i} (h_i^2 + (f_{ir}(0))^2 + j_i^2 R^{n_i}), \\ & w_i^2 \leq K_{8i} (h_i^2 + (f_{ir}(0))^2 + j_i^2 R^{n_i}). \end{aligned}$$

由以上分析可知, 不等式(43) 成立, 由 Soblev 嵌入定理易知 A^{-1} 是紧算子.

由引理 3 和 LaSalle 不变集原理^[12] 可知, 闭环系统(32) 的解轨线渐近趋于最大不变集 $M = \{Z \in H \mid \dot{V} = 0\}$. 因此, 为证明系统是渐近稳定的, 只需

证明 M 仅包含零解, 当 $\dot{V} = 0$ 时, $y_{irr}(t, 0) = 0, z_i = 0, w_i = 0$. 此时, 闭环系统为

$$y_{ur}(t, r) + \frac{E_i L_i}{i} y_{irrrr}(t, r) = 0, \tag{45}$$

$$y_i(t, 0) = 0, \quad y_1(t, l) = y_2(t, l), \quad y_{irr}(t, l) = 0, \tag{46}$$

$$M_{ob} y_{1u}(t, l) - E_1 I_1 y_{1rrr}(t, l) - E_2 I_2 y_{2rrr}(t, l) = 0, \tag{47}$$

$$k_{0i} y_{ir}(t, 0) - k_{1i} y_{irrr}(t, 0) = 0, \tag{48}$$

$$y_{\dot{u}r}(t, 0) = 0. \tag{49}$$

式(45) ~ (49) 可表示为以下发展方程:

$$\dot{z}_p = L_p z_p. \tag{50}$$

其中: z_p 定义为在 Z 中忽略 z_i 和 w_i 项; 对于任意 $z_p, \hat{z}_p \in H_p$, 内积 $(z_p, \hat{z}_p)_{H_p}$ 定义为在式(31) 中忽略最后 2 项; 空间 H_p 定义为在 H 中忽略 z_i 和 w_i 项; 算子 $L_p : H_p \rightarrow H_p$ 定义为在式(33) 中忽略 z_i 和 w_i 项; $D(L_p)$ 为在 $D(A)$ 中忽略 z_i 和 w_i 项, 并将最后一个条件修改为 $k_{0i} u_{ir}(0) - k_{1i} u_{irrr}(0) = 0$. 易证下式成立:

$$L_p z_p, \hat{z}_p \in H_p = (z_p, \hat{z}_p)_{H_p}.$$

由上式可知, L_p 是斜伴的^[13], 因此由文献[10] 可知, L_p 生成一个 C_0 压缩半群, 且由文献[13] 可知式(50) 的解为

$$z_p(t) = \sum_j e^{j t} z_0, \quad j \in H_p. \tag{51}$$

其中: j 表示 L_p 的本征值, ϕ_j 所对应的本征函数为

$$\phi_j = (u_{1j}, v_{1j}, u_{2j}, v_{2j}, u_{1jr}(0), u_{2jr}(0), v_{1j}(l))^T.$$

z_0 为式(50) 的初始值.

对于本征函数 ϕ_j , 有 $u_{ijr}(0) = 0$, 这可由反证法得到证明, 即若 $u_{ijr}(0) \neq 0$, 则以下方程成立:

$$\sum_j u_{ij} + \frac{E_i L_i}{i} u_{ijrrrr} = 0. \tag{52}$$

$$u_{ijr}(0) = 0, \quad u_{ijrr}(0) = 0, \quad u_{ij}(0) = 0,$$

$$u_{ijrr}(l) = 0, \quad u_{1j}(l) = u_{2j}(l),$$

$$\sum_{i=1}^2 E_i I_i \left(\frac{M_{ob}}{2} u_{ijrrrr}(l) + u_{ijrrr}(l) \right) = 0.$$

容易验证式(52) 在满足所有边界条件下, 仅有零解存在, 即 $u_{ij} = 0$. 由 $\phi_j \in H_p$ 易知, 当 $u_{ij} = 0$ 时 $\phi_j = 0$, 这与 ϕ_j 是本征函数相矛盾. 因此, $u_{ijr}(0) = 0, v_{ijr}(0) = \sum_j v_{ijr}(0) = 0$, 由式(50) 和(51) 得

$$y_{ir}(t, 0) = \sum_j e^{j t} z_0, \quad j \in H_p, v_{ijr}(0) = 0.$$

由文献[14] 可知 $z_0, \phi_j \in H_p = 0$, 因此由式(51) 可知 $z_p(t) = 0$, 即系统(45) ~ (49) 仅有零解. 由定理 1 和 LaSalle 不变集原理, 给出了本文的主要结果定理 2. 对于柔性臂协调运动系统(1) ~ (5), 当控制器设计为式(20) 和(21) 时, 闭环系统是渐近稳定

的.

5 结 论

本文通过研究柔性臂协调运动系统的分布参数模型,避免了集中参数模型带来的问题.本文提出了一种构造性的前馈加动态反馈的镇定策略,最后由线性算子半群理论给出了闭环系统的渐近稳定性证明.

参考文献(References)

- [1] Guo B Z, Wang J M. The well-posedness and stability of a beam equation with conjugate variables assigned at the same boundary [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(12): 2087-2093.
- [2] 李元春, 陆佑方, 唐保健. 双连杆柔性臂轨迹跟踪的鲁棒控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(3): 330-336. (Li Y C, Lu Y F, Tang B J. Robust control for trajectory tracking of a two-link flexible manipulator[J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 25(3): 330-336.)
- [3] Zhang C X, Yu Y Q. Dynamic analysis of planar cooperative manipulators with link flexibility[J]. ASME J of Mechanical Design, 2004, 126(3): 442-448.
- [4] Mitsuhiro Y, Kim J S, Atsushi K, et al. Cooperative control of a 3D dual-flexible-arm robot [J]. J of Intelligent and Robotic System, 2004, 39(1): 1-15.
- [5] Fumitoshi M, Akifumi H. PDS cooperative control of two one-link flexible arms [C]. IEEE Int Conf on Robotics and Automation. San Francisco, 2000: 1490-1495.
- [6] Omer M. Stabilization and disturbance rejection for the beam equation[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(12): 1913-1918.
- [7] Yang K J, Hong K S, Fumitoshi M. Robust boundary control of an axially moving string by using a PR transfer function [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(12): 2053-2058.
- [8] Slotine J J E, Li W P. Applied nonlinear control [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1991.
- [9] Francis C, Omer M. On the stabilization of a flexible beam with a tip mass[J]. SIAM J Control Optim, 1998, 36(6): 1962-1986.
- [10] Pazy A. Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations [M]. New York: Springer-Verlag, 1983.
- [11] Kato T. Perturbation theory for linear operators [M]. New York: Springer-Verlag, 1980.
- [12] Luo Z H, Guo B Z, Omer M. Stability and stabilization of infinite dimensional systems with applications [M]. London: Springer-Verlag, 1999.
- [13] Gohberg I, Goldberg S, Kaashoek M A. Classes of linear operators [M]. Basel Germany: Birkhauser, 1990.
- [14] Luo Z H, Feng D X. Nonlinear torque control of a single-link flexible robot [J]. J of Robotic Systems, 1999, 16(1): 25-35.
- [8] 胡根生, 邓飞其. 在线多输出支持向量回归及在投资决策中的应用[J]. 华南理工大学学报, 2006, 34(6): 64-68. (Hu G S, Deng F Q. On-line multi-output support vector regression and its application to investment decision[J]. J of South China University of Technology, 2006, 34(6): 64-68.)
- [9] 唐发明. 基于统计学习理论的支持向量机算法研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2005. (Tang F M. Study of support vector machines algorithm based on statistical learning theory [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005.)
- [10] Jos é Luis Rojo-Álvarez, Gustavo Camps-Valls, Manel Martínez Ramón, et al. Support vector machines framework for linear signal processing[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(12): 2316-2326.
- [11] Chih-chung Chang, Chih-jen Lin. Training ν -support vector regression: Theory and algorithms[J]. Neural Computation, 2002, 14(8): 1959-1977.
- [12] Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamic systems using neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1990, 1(1): 4-27.
- [13] Bi Jir-bo. Support vector regression with application in automated drug discovery [D]. New York: Rensselaer Polytechnic Institute, 2003.

(上接第 816 页)