文章编号: 1001-0920(2008)07-0823-05

一类非线性系统的模糊可靠 H_2/H_∞ 混合控制器设计的LMI方法

刘国义, 张庆灵, 翟 丁
(东北大学 理学院, 沈阳 110004)

摘 要: 基于T-S模糊模型,利用线性矩阵不等式(LMI)方法,研究一类非线性系统的模糊可靠 H_2/H_∞ 混合控制器设计问题. 首先,分别以LMI形式给出了系统模糊可靠 H_2 及 H_∞ 控制器存在的充分条件和控制器设计方法;然后,给出系统混合 H_2/H_∞ 性能的可靠控制器设计方法,所设计的控制器使得故障闭环系统二次稳定,同时满足 H_∞ 性能,且优化系统的 H_2 性能指标;最后,通过数值例子验证了结论的正确性和控制器设计方法的有效性.

关键词: T-S模糊系统; 可靠二次稳定; 可靠 H_2/H_∞ 混合控制; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

LMI-based reliable mixed H_2/H_∞ controller designs for T-S fuzzy systems

LIU Guo-yi, ZHANG Qing-ling, ZHAI Ding
(College of Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: LIU Guo-yi, E-mail: liuguoyineu @163. com)

Abstract: The problem of reliable mixed H_2/H_∞ controller for nonlinear systems is discussed by using linear matrix inequality (LMI) approach based on the T-S fuzzy model. Sufficient conditions for H_2 and H_∞ controllers are given in terms of LMI respectively, and the design methods of reliable H_2 and H_∞ controller are proposed. The design approach of reliable controller with mixed H_2/H_∞ performance is given. The designed controller makes the resultant fault closed-loop systems quadratic stable, satisfying the H_∞ performance and optimal H_2 performance index. Finally, a numerical example shows the design procedures and the effectiveness of the designed method.

Key words: T-S fuzzy systems; Reliable quadratic stability; H_2/H_∞ mixed control; Linear matrix inequalities

1 引 言

在现代控制理论中,系统的 H_2 优化控制虽然具有许多优良特性,但其鲁棒性较差. H_∞ 控制理论能较好地解决系统的鲁棒性问题,但却以损失系统的其他性能为代价[1]. 自1989年Berstein等[2]提出了 H_2/H_∞ 混合控制问题的设计方法,该问题便以其良好的实际应用背景而成为优化控制领域的一个热点问题,并取得了令人瞩目的结果[3-5].

近年来,许多学者对系统的可靠控制问题进行了研究. 利用代数Riccati方程,文献[1]给出了可靠 H_∞ 控制器设计方法;文献[2]给出了可靠LQ控制器设计方法. 利用线性矩阵不等式(LMI)方法,文献[3]给出了可靠 H_∞ 控制器设计方法. 文献[4]利用Hamilton-Jacobi不等式(HJI)方法研究了非线性系统的可靠控制问题. 为了既能优化系统的性能指标,又能保证系统的稳定性,有必要采用混和 H_2/H_∞ 性能的可靠控制器设计[6]. 目前,非线性系统的 H_2/H_∞ 混和可靠控制的研究结果还十分有限[7].

T-S模糊系统[5]是目前模糊控制领域最活跃的一个分支. T-S模糊系统模型是通过一些模糊规则给出一个实际非线性系统的局部线性表示. Cao等[6,8]已经证明,T-S模糊系统能以任意精度逼近 R^n 紧致集上的连续实函数. 这些研究成果使人们可以利用线性系统的方法分析和设计T-S模糊系统.

本文将基于LMI方法,研究T-S模糊系统混和

收稿日期: 2007-05-28; **修回日期**: 2007-11-26.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60574011); 中国博士后科学基金项目(2005037758).
作者简介: 刘国义(1974—),男,辽宁锦州人,讲师,博士生,从事大系统的模糊控制、广义系统的鲁棒控制等研究; 张庆灵(1956—),男,辽宁营口人,教授,博士生导师,从事广义系统的分散控制、容错控制等研究.

H_2/H_∞ 性能的可靠控制器设计问题. 设计的目的是寻找一个状态反馈控制器,当系统的部分执行器出现故障时,闭环系统可靠二次稳定,且系统的 H_∞ 范数小于给定正常数,同时优化系统的 H_2 性能指标.

2　系统描述

考虑可被如下 T-S 模糊系统表示的非线性系统:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_{1i}\omega(t) + B_{2i}(t)),$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\xi(t))(C_i x(t) + D_i u(t)). \tag{1}$$

其中: $x \in R^n$ 是状态向量; $z \in R^q$ 是输出向量; $\omega(t) \in R^l$ 是扰动向量; $A_i, B_{1i}, B_{2i}, C_i, D_i$ 是已知的适当维数的实矩阵; $\xi(t) = (\xi_1(t), \cdots, \xi_p(t))^{\mathrm{T}}$ 是前件变量,一般与 u 相互独立; M_{ij} 是模糊集;

$$h_i(\xi(t)) = \frac{\omega_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^{r}\omega_i(\xi(t))},$$

$$\omega_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ji}(\xi(t)),$$

$h_i(\xi(t))$ 是模糊集 M_{ji} 的隶属函数,满足

$$\sum_{i=1}^{r} h_i(\xi(t)) = 1,\ h_i(\xi(t)) \geq 0. \tag{2}$$

实际系统中执行器故障是无法避免的,因此,在系统设计中应将执行器的可能故障考虑进去. 定义某执行器输出恒为零即表示该执行器失效.

对于输入 $u = [u_1\ \ u_2\ \ \cdots\ \ u_m]^{\mathrm{T}}$,用 u^F 表示故障执行器信号,其模型为

$$u^F = L_l u, \tag{3}$$

其中 L_l 是执行器切换阵,且满足

$$L_l \in \Omega = \{\mathrm{diag}(\delta_{l1}, \delta_{l2}, \cdots, \delta_{lm}), \delta_{ls} = 0 \text{ 或 } 1,$$
$$s = 1,2,\cdots,m\},$$
$$l = 1,2,\cdots,l_p,\ l_p \leq 2^{m-1}.$$

采用模糊状态反馈控制器

$$u(t) = \sum_{j=1}^{r} h_j(\xi(t)) F_j x(t), \tag{4}$$

其中 F_j 是反馈增益矩阵. 则含部分执行器失效的闭环系统模型为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j (A_i x(t) + B_{2i} L_l F_j x(t) + B_{1i} w(t)),$$

$$z(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i h_j (C_i + D_i L_l F_j) x(t). \tag{5}$$

定义 1　对于系统(1),当 $\omega(t) \equiv 0, u(t) \equiv 0$ 时,若存在 $\alpha > 0$ 及正定对称矩阵 P,使得 $\forall t > 0$, $\dot{V}(x(t)) \leq -\alpha x^{\mathrm{T}}(t)x(t)$, 其中 $V(x(t)) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)$,则称系统(1) 是二次稳定的.

定义 2　对一给定的常数 $\gamma > 0$,如果存在状态反馈矩阵 $F_i(i = 1,2,\cdots,r)$ 满足:1) 当 $\omega(t) \equiv 0$ 时,模糊系统(1) 二次稳定;2) 在给定的 $\gamma > 0, \omega(t) \in L_2[0\ \ \infty]\ \neq 0$ 的情况下,不等式 $\|z\|_2 < \gamma\|\omega\|_2$ 成立. 则称模糊系统(2) 的 H_∞ 范数小于 γ. 其中 $\|x\|_2 = \left(\int_0^\infty x^{\mathrm{T}}(t)x(t)\right)^{\frac{1}{2}}$ 为 L_2 范数.

考虑如下的 H_2 控制性能指标函数:

$$J_2 = \int_0^\infty z^{\mathrm{T}}(t)z(t)\mathrm{d}t.$$

要研究的问题是:对于执行器故障状态下的模糊系统(2),设计 H_∞ 可靠控制器(4),使得闭环系统(5) 可靠二次稳定,且系统的 H_∞ 范数小于预先给定的正常数 γ,同时优化系统的 H_2 性能指标.

注 1　系统执行器故障可分为软故障和硬故障. 软故障是指系统执行器突然或任意的偏差,如 $u^F(t) = u(t) + \alpha$,其中 α 是软故障常数偏差, $u^F(t)$ 是实际故障信号值;硬故障是指形如 $u^F(t) = 0$ 或 $u^F(t) = \beta\sin t$ 的故障[9]. 本文研究的系统执行器故障模型是后者.

注 2　显然, $\Omega = I$ 表示所有执行器正常工作; $\Omega = 0$ 表示所有执行器完全故障,此时闭环系统没有任何反馈信号. 本文中始终假定 $\Omega \neq 0$.

3　T-S 模糊系统的可靠混合 H_2/H_∞ 次优控制

3.1　稳定性分析

定理 1　如果存在正定矩阵 Z,对称矩阵 $Y_{ii}(i = 1,2,\cdots,r)$, $Y_{ji} = Y_{ij}^{\mathrm{T}}(i \neq j,\ i = 1,2,\cdots,r)$,以及矩阵 M_i 满足下列线性矩阵不等式:

$$ZA_i^{\mathrm{T}} + M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}} + A_iZ + B_{2i}L_lM_i < Y_{ii}, \tag{6}$$

$$ZA_i^{\mathrm{T}} + ZA_j^{\mathrm{T}} + M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2j}^{\mathrm{T}} + M_j^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}} + A_iZ + A_jZ + B_{2i}L_lM_j + B_{2j}L_lM_i < Y_{ij} + Y_{ij}^{\mathrm{T}}, \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1r} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ Y_{r1} & \cdots & Y_{rr} \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

则闭环系统(5) 二次稳定,并且状态反馈增益矩阵 $F_i = M_iZ^{-1}, i = 1,2,\cdots,r$.

证明　令 $X = Z^{-1}, F_i = M_iZ^{-1}$. 式(6) ～ (8) 左右分别乘以矩阵 X,得

$$A_i^{\mathrm{T}}X + F_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}X + XA_i + XB_{2i}L_lF_i < XY_{ii}X, \tag{9}$$

$$A_i^{\mathrm{T}}X + AX_j^{\mathrm{T}} + F_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2j}^{\mathrm{T}}X + F_j^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}X + XA_i + XA_j + XB_{2i}L_lF_j + XB_{2j}L_lF_i < X(Y_{ij} + Y_{ij}^{\mathrm{T}})X, \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} XY_{11}X & \cdots & XY_{1r}X \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ XY_{r1}X & \cdots & XY_{rr}X \end{bmatrix} < 0. \tag{11}$$

选择Lyapunov函数 $V(x(t))^{\mathrm{T}} = x^{\mathrm{T}}(t)Xx(t)$,沿闭环系统(5) 积分轨线求导,有

$$\begin{aligned} &\dot V(x(t)) = \\ &\dot x^{\mathrm{T}}(t)Xx(t) + x^{\mathrm{T}}(t)X\dot x(t) = \\ &\sum_{i=1}^{r}h_i^2x^{\mathrm{T}}(t)((A_i^{\mathrm{T}} + F_i^{\mathrm{T}}L_l B_{2i}^{\mathrm{T}})X + \\ &X(A_i + B_{2i}L_lF_i))x(t) + \sum_{i=1}^{r}\sum_{i<j}^{r}h_ih_jx^{\mathrm{T}}(t) \times \\ &(X(A_i + B_{2i}L_lF_j + A_j + B_{2j}L_lF_j) + \\ &(A_i + B_{2i}L_lF_j + A_j + B_{2j}L_lF_j)^{\mathrm{T}}X)x(t). \end{aligned}$$

由式(9) ～ (11) 得

$$\begin{aligned} &\dot V(x(t)) < \\ &\sum_{i=1}^{r}h_i^2x^{\mathrm{T}}(t)XY_{ii}Xx(t) + \\ &\sum_{i=1}^{r}\sum_{i<j}^{r}h_ih_jx^{\mathrm{T}}(t)(XY_{ij}^{\mathrm{T}}X + XY_{ij}X) = \\ &\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix} XY_{11}X & \cdots & XY_{1r}X \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ XY_{r1}X & \cdots & XY_{rr}X \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix} \le \\ &-\alpha\sum_{i=1}^{r}h_i^2(\xi(t))x^{\mathrm{T}}(t)x(t) \le \\ &-\alpha x^{\mathrm{T}}(t)x(t). \end{aligned}$$

从而闭环系统(5) 二次稳定. □

下面将根据定理 1 分别设计系统的可靠 H_∞ 及 H_2 控制器.

3.2　T-S 模糊系统的可靠 H_∞ 控制

定理 2　对于给定的正数 $\gamma > 0$,如果存在正定矩阵 Z,对称矩阵 $Y_{ii}(i = 1,2,\cdots,r)$,以及矩阵 M_i 和 $Y_{ji} = Y_{ij}^{\mathrm{T}}(i \ne j,\ i,j = 1,2,\cdots,r)$,满足下列线性矩阵不等式:

$$ZA_i^{\mathrm{T}} + M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}} + A_iZ + B_{2i}L_lM_i + \frac{1}{\gamma^2}B_{1i}B_{1i}^{\mathrm{T}} < Y_{ii}, \tag{12}$$

$$ZA_i^{\mathrm{T}} + ZA_j^{\mathrm{T}} + M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2j}^{\mathrm{T}} + M_j^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}} + A_iZ + A_jZ + B_{2i}L_lM_j + B_{2j}L_lM_i + \frac{1}{\gamma^2}(B_{1i}B_{1j}^{\mathrm{T}} + B_{1j}B_{1i}^{\mathrm{T}}) < Y_{ij} + Y_{ij}^{\mathrm{T}}, \tag{13}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1r} & ZC_1^{\mathrm{T}} + M_k^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}D_l^{\mathrm{T}} \\ \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ Y_{r1} & \cdots & Y_{rr} & ZC_r^{\mathrm{T}} + M_k^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}D_r^{\mathrm{T}} \\ C_1Z + D_1L_1M_k & \cdots & C_rZ + D_rL_lM_k & -I \end{bmatrix} < 0,$$

$$k = 1,2,\cdots,r. \tag{14}$$

则闭环系统(5) 二次稳定,同时系统的 H_∞ 范数小于预先给定的正常数 γ,并且状态反馈增益矩阵 $F_i = M_iZ^{-1}, i = 1,2,\cdots,r$.

证明　令 $X = Z^{-1}, F_i = M_iZ^{-1}$. 式(12) 和(13) 左右分别乘以矩阵 X,得

$$A_i^{\mathrm{T}}X + F_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}X + XA_i + XB_{2i}L_lF_i + \frac{1}{\gamma^2}XB_{1i}B_{1i}^{\mathrm{T}}X < XY_{ii}X, \tag{15}$$

$$A_i^{\mathrm{T}}X + AX_j^{\mathrm{T}} + F_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2j}^{\mathrm{T}}X + F_j^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}X + XA_i + XA_j + XB_{2i}L_lF_j + XB_{2j}L_lF_i + \frac{1}{\gamma^2}X(B_{1i}B_{1j}^{\mathrm{T}} + B_{1j}B_{1i}^{\mathrm{T}})X < X(Y_{ij} + Y_{ij}^{\mathrm{T}})X. \tag{16}$$

式(14) 左右分别乘以矩阵 $\mathrm{diag}(X,\cdots,X)$,得

$$\begin{bmatrix} XY_{11}X & \cdots & XY_{1r}X \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ XY_{r1}X & \cdots & XY_{rr}X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_k^{\mathrm{T}}D_1^{\mathrm{T}} \\ \cdots \\ C_r^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_k^{\mathrm{T}}D_r^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_1^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_k^{\mathrm{T}}D_1^{\mathrm{T}} \\ \cdots \\ C_r^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_k^{\mathrm{T}}D_r^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} < 0, \tag{17}$$

从而有

$$\begin{bmatrix} XY_{11}X & \cdots & XY_{1r}X \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ XY_{r1}X & \cdots & XY_{rr}X \end{bmatrix} < \alpha I < 0,\ \alpha > 0. \tag{18}$$

首先证明当 $\omega(t) \equiv 0$ 时,闭环系统(5) 是可靠二次稳定的. 由式(15) 和(16) 易知式(6) 和(7) 成立. 又由式(18),根据定理 1 知闭环系统(5) 是可靠二次稳定的.

由式(13) 和 $\sum_{k=1}^{r}h_k(\xi(t)) = 1$,有 $h_k(\xi(t)) \ge 0$, $\forall k = 1,2,\cdots,r$,所以对于任意的 $t > 0$ 和非零状态向量 $x(t)$,有

$$0 > \begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} XY_{11}X & \cdots & XY_{1r}X \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ XY_{r1}X & \cdots & XY_{rr}X \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{r}h_k(C_1^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}D_1^{\mathrm{T}}) \\ \cdots \\ \sum_{k=1}^{r}h_k(C_r^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}D_r^{\mathrm{T}}) \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{r}h_k(C_1^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}D_1^{\mathrm{T}}) \\ \cdots \\ \sum_{k=1}^{r}h_k(C_r^{\mathrm{T}} + F_k^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}D_r^{\mathrm{T}}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix} =$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i h_j x^{\mathrm T}(t)\,Y_{ij}\,x(t) + z^{\mathrm T}z. \qquad (19)$$

当 $\omega(t)\neq 0$ 时,有

$$\begin{aligned}
&\dot V(x(t)) = \\
&\dot x^{\mathrm T}(t)Xx(t) + x^{\mathrm T}(t)X\dot x(t) = \\
&\sum_{i=1}^{r}h_i^2(\xi(t))\,x^{\mathrm T}(t)(\lambda_{ii}+\lambda_{ii}^{\mathrm T})x(t) + \\
&\sum_{i=1}^{r}\sum_{i<j}^{r}h_i(\xi(t))h_j(\xi(t))\,x^{\mathrm T}(t)(\lambda_{ij}+\lambda_{ij}^{\mathrm T})x(t) + \\
&\sum_{i=1}^{r}h_i(\xi(t))(\omega^{\mathrm T}(t)B_{1i}^{\mathrm T}Xx(t) + x^{\mathrm T}(t)XB_{1i}\omega(t)) - \\
&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\xi(t))h_j(\xi(t))\,x^{\mathrm T}(t)XB_{1i}B_{1j}^{\mathrm T}Xx(t) < \\
&\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i h_j x^{\mathrm T}(t)Y_{ij}x(t) + \gamma^2\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t) - \\
&\Big(\gamma\omega(t) - \frac{1}{\gamma}\sum_{j=1}^{r}h_i(\xi(t))B_{1i}^{\mathrm T}Xx(t)\Big)^{\mathrm T}\times \\
&\Big(\gamma\omega(t) - \frac{1}{\gamma}\sum_{j=1}^{r}h_i(\xi(t))B_{1i}^{\mathrm T}Xx(t)\Big), \qquad (20)
\end{aligned}$$

其中 $\lambda_{ij} = A_i + B_{2i}L_iF_j$.

由式(19)和(20),对于任意的 $t>0$,有

$$\dot V(x(t)) < -z^{\mathrm T}z + \gamma^2\omega^{\mathrm T}(t)\omega(t).$$

设 $x(0)=0$,此时 $V(x(0))=0$. 上面的不等式两端同时对 t 从 0～T 积分,有

$$\|z\|_2^2 \le \gamma^2\|\omega\|_2^2. \qquad \square$$

3.3 T-S 模糊系统的可靠 H_2 控制

分析系统(5)的 H_2 性能可得到如下定理:

定理 3 如果存在正定矩阵 Y 和矩阵 H_{ij}, M_i, $i,j=1,2,\cdots,r$, 其中: $H_{ii}=H_{ii}^{\mathrm T}$, $H_{ji}=H_{ij}^{\mathrm T}$, $i\neq j$, $i,j=1,2,\cdots$, 满足下列线性矩阵不等式:

$$YA_i^{\mathrm T} + M_i^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}B_{2i}^{\mathrm T} + A_iY + B_{2i}L_lM_i < H_{ii}, \qquad (21)$$

$$\begin{aligned}&YA_i^{\mathrm T} + YA_j^{\mathrm T} + M_i^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}B_{2j}^{\mathrm T} + M_j^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}B_{2i}^{\mathrm T} + A_iY + \\ &A_jY + B_{2i}L_lM_j + B_{2j}L_lM_i < H_{ij} + H_{ij}^{\mathrm T}, \qquad (22)\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1r} & YC_1^{\mathrm T} + M_k^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}D_1^{\mathrm T} \\ \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ H_{r1} & \cdots & H_{rr} & YC_r^{\mathrm T} + M_k^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T} \\ C_1Y + D_1L_lM_k & \cdots & C_rY + D_rL_lM_k & -I \end{bmatrix} < 0,$$

$$k = 1,2,\cdots,r, \qquad (23)$$

则闭环系统(5)可靠二次稳定且 H_2 性能指标函数的上界为 $x^{\mathrm T}(0)Y^{-1}x(0)$,同时状态反馈增益矩阵为 $F_i = M_iY^{-1}$, $i=1,2,\cdots,r$.

证明 由 Schur 补公式,对于 $k=1,2,\cdots,r$,式(23)等价于

$$\begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1r} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ H_{r1} & \cdots & H_{rr}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} YC_1^{\mathrm T} + M_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_1^{\mathrm T} \\ \cdots \\ YC_r^{\mathrm T} + M_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T}\end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} YC_1^{\mathrm T} + M_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_1^{\mathrm T} \\ \cdots \\ YC_r^{\mathrm T} + M_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T}\end{bmatrix} < 0,$$

从而有

$$\begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1r} \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ H_{r1} & \cdots & H_{rr}\end{bmatrix} < -\alpha I,\ \alpha > 0.$$

由定理 1 知闭环系统(5)可靠二次稳定.

令 $P = Y^{-1}$, $F_i = M_iY^{-1}$. 式(21)和(22)左右分别乘以矩阵 P,得

$$\begin{aligned}&A_i^{\mathrm T}P + F_i^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}B_{2i}^{\mathrm T}P + PA_i + PB_{2i}L_iF_i < PH_{ii}P, \\ &A_i^{\mathrm T}P + AP_j^{\mathrm T} + F_i^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}B_{2j}^{\mathrm T}P + F_j^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}B_{2i}^{\mathrm T}P + \\ &PA_i + PA_j + PB_{2i}L_lF_j + PB_{2j}L_lF_i < \\ &P(H_{ij} + H_{ij}^{\mathrm T})P.\end{aligned}$$

式(27)左右分别乘以矩阵 $\mathrm{diag}(P,\cdots,P)$,得

$$\begin{bmatrix} PH_{11}P & \cdots & PH_{1r}P \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ PH_{r1}P & \cdots & PH_{rr}P\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (C_1^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_1^{\mathrm T})^{\mathrm T} \\ \cdots \\ (C_r^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T})^{\mathrm T}\end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} (C_1^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_l^{\mathrm T})^{\mathrm T} \\ \cdots \\ (C_r^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_k^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T})^{\mathrm T}\end{bmatrix}^{\mathrm T} < -\alpha I,\ \alpha > 0. \qquad (24)$$

选择 Lyapunov 函数 $V(x(t)) = x^{\mathrm T}(t)Px(t)$,则

$$\begin{aligned}&z^{\mathrm T}(t)z(t) + \dot V(x(t)) \le \\ &\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} PH_{11}P & \cdots & PH_{1r}P \\ \cdots & \ddots & \cdots \\ PH_{r1}P & \cdots & XH_{rr}P\end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{r}h_k(C_1^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}D_1^{\mathrm T})^{\mathrm T} \\ \cdots \\ \sum_{k=1}^{r}h_k(C_r^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T})^{\mathrm T}\end{bmatrix} \times \\ &\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{r}h_k(C_1^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}D_l^{\mathrm T})^{\mathrm T} \\ \cdots \\ \sum_{k=1}^{r}h_k(C_r^{\mathrm T} + F_k^{\mathrm T}L_l^{\mathrm T}D_r^{\mathrm T})^{\mathrm T}\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix} h_1x(t) \\ \cdots \\ h_rx(t)\end{bmatrix}.\end{aligned}$$

由式(24)知

$$z^{\mathrm T}(t)z(t) + \dot V(x(t)) > 0,$$

从而 $J_2 < x^{\mathrm{T}}(0)Px(0)$. □

3.4 T-S 模糊系统的可靠混合 H_2/H_∞ 控制

定理 4 若存在正定矩阵 N 及矩阵 Z_{ij}, M_i，其中：$Z_{ii}=Z_{ii}^{\mathrm{T}}, Z_{ji}=Z_{ij}^{\mathrm{T}}, i\neq j, i,j=1,2,\cdots,r$，满足下列线性矩阵不等式：

$$NA_i^{\mathrm{T}}+M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}+A_iN+B_{2i}L_lM_i+\frac{1}{\gamma^2}B_{1i}B_{1i}^{\mathrm{T}}<Z_{ii}, \tag{25}$$

$$NA_i^{\mathrm{T}}+NA_j^{\mathrm{T}}+M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2j}^{\mathrm{T}}+M_j^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}+A_iN+A_jN+B_{2i}L_lM_j+B_{2j}L_lM_i+\frac{1}{\gamma^2}(B_{1i}B_{1j}^{\mathrm{T}}+B_{1j}B_{1i}^{\mathrm{T}})<Z_{ij}+Z_{ij}^{\mathrm{T}}, \tag{26}$$

$$NA_i^{\mathrm{T}}+NA_j^{\mathrm{T}}+M_i^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2j}^{\mathrm{T}}+M_j^{\mathrm{T}}L_l^{\mathrm{T}}B_{2i}^{\mathrm{T}}+A_iN+A_jN+B_{2i}L_lM_j+B_{2j}L_lM_i<Z_{ji}+Z_{ij}^{\mathrm{T}}, \tag{27}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1r} & (C_1N+D_1L_lM_k)^{\mathrm{T}} \\ \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ Z_{r1} & \cdots & Z_{rr} & (C_rN+D_rL_lM_k)^{\mathrm{T}} \\ C_1N+D_1L_lM_k & \cdots & C_rN+D_rL_lM_k & -I \end{bmatrix}<0,$$
$$k=1,2,\cdots,r, \tag{28}$$

则闭环系统(5)可靠二次稳定，且 H_∞ 范数小于给定的正常数 λ，同时 H_2 性能指标的上界为 $x^{\mathrm{T}}(0)N^{-1}x(0)$，状态反馈增益矩阵为 $F_i=M_iN^{-1}, i=1,2,\cdots,r$.

证明 由不等式(25)，(26)和(28)并据定理 2 易知，闭环系统(5)可靠二次稳定并且系统 H_∞ 的范数小于 λ. 再由式(25)易知式(15)成立，从而据定理 3 知闭环系统(5) H_2 性能指标的上界为 $x^{\mathrm{T}}(0)N^{-1}x(0)$，同时状态反馈增益矩阵为 $F_i=M_iN^{-1}, i=1,2,\cdots,r$. □

注 3 定理 4 以线性矩阵不等式的形式给出了 T-S 模糊系统的 H_2/H_∞ 混合控制器存在的充分条件及控制器的设计方法，因此可通过优化 H_2 性能指标函数的上界 $x^{\mathrm{T}}(0)N^{-1}x(0)$，得到 H_2/H_∞ 混合优化控制器的设计方法，即 H_2/H_∞ 混合优化控制问题可转化为如下可用 Matlab 工具箱求解的优化问题：

$$\min_{N^{-1}} x^{\mathrm{T}}(0)N^{-1}x(0),$$
$$\text{s.t. } N>0 \text{ and 式(25)} \sim (28).$$

4 数值例子

考虑 T-S 模糊系统

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{2}\lambda_i(\xi(t))(A_ix(t)+B_{1i}\omega(t)+B_{2i}u(t)),$$
$$z(t)=\sum_{i=1}^{2}\lambda_i(\xi(t))(C_ix(t)+D_iu(t)).$$

其中

$$\lambda_1=1-1/(1+\exp(-7(x_1-\pi/4)))\times(1/(1+\exp(-7(x_1+\pi/4)))),$$
$$\lambda_2=1-\lambda_1,$$

$$A_1=\begin{bmatrix}-4 & 2.8 & 2\\ -3.5 & 2 & 1\\ 1 & 0.1 & 3\end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix}-4.9 & -0.5 & 0.9\\ 0.1 & -2.2 & -2.5\\ 0.3 & 0.3 & 1\end{bmatrix},$$

$$B_{11}=\begin{bmatrix}0.6\\0.5\\0.1\end{bmatrix},\quad B_{12}=\begin{bmatrix}0.22\\0.11\\0.1\end{bmatrix},$$

$$B_{21}=\begin{bmatrix}1 & 0.5\\ 1 & 2\\ 1 & 1.5\end{bmatrix},\quad B_{22}=\begin{bmatrix}0.2 & 0.1\\ 0.2 & 0.3\\ 0.4 & 0.2\end{bmatrix},$$

$$C_1=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 0\end{bmatrix},\quad C_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{bmatrix},$$

$$D_1=\begin{bmatrix}0.3 & 0.2\\ 0.5 & 0.3\\ 0 & 0.2\end{bmatrix},\quad D_2=\begin{bmatrix}0.5 & 0.4\\ 0.3 & 0.8\\ 1 & 0.6\end{bmatrix}.$$

在本例中取 $L_1=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，$I_p=1$. 令 $\gamma=1$，应用 Matlab 解定理 4 中的矩阵不等式可得

$$F_1=10^4\times\begin{bmatrix}0.0014 & -0.0006 & -0.0366\\ 3.8341 & -4.1344 & -1.7269\end{bmatrix},$$

$$F_2=10^4\times\begin{bmatrix}-0.6966 & 0.8129 & -1.3904\\ 0.0007 & -0.0009 & -0.0082\end{bmatrix}.$$

5 结　论

本文利用 T-S 模糊系统模型研究了一类非线性系统具有混合 H_2/H_∞ 性能的模糊可靠控制器设计问题. 以线性矩阵不等式的形式给出了模糊可靠混合 H_2/H_∞ 控制器存在的充分条件和控制器设计方法. 所设计的控制器可使故障闭环系统二次稳定，满足 H_∞ 性能，并且优化了系统的 H_2 性能指标.

参考文献(References)

[1] Veillette R J, Medanic J V, Perkins W R. Design of reliable control systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(3): 293-304.

[2] Veillette R J. Reliable linear-quadratic state feedback [J]. Automatica, 1995, 31(1): 137-143.

(下转第 832 页)

显然,在绝大多数情况下,RAB 算法和 2D-RBagging 算法均能有效地同时缩减分类器的偏差和方差,这是它们取得优异测试精度的根本原因. 比较而言,Bagging 算法不能明显地缩减方差,相反在某些情况下却增大了偏差;AB 算法能明显地缩减方差,但多数情况偏差较大;LoBag 算法能明显地缩减偏差,但对方差的缩减有限.

此外,RAB 算法和 2D-RBagging 算法相比,后者明显能更大幅度地缩减方差,原因是它采用了两次主投票过程对成员分类器进行集成.

5 结 论

特殊设计的集成算法能够有效提升支持向量机的泛化性能. 本文首先分析了扰动输入特征空间和扰动模型参数两种机制对于增大成员分类器间差异性的作用;然后将它们进行组合,得到两种基于二重扰动机制的集成训练算法. 实验结果表明,两种新算法均能显著提升 SVM 分类器的泛化性能. 通过"偏差-方差"分析解释了其中的原因:两种新算法能够同时缩减误差的偏差部分和方差部分.

参考文献(References)

[1] Vapnik V N. 统计学习理论的本质[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
(Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.)

[2] Kim H, Pang S, Je H, et al. Constructing support vector machine ensemble [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(12): 2757-2767.

[3] Dong Y S, Han K S. A comparison of several ensemble methods for text categorization[C]. IEEE Int Conf on Services Computing. Shanghai, 2004: 419-422.

[4] Breiman L. Bagging predictors[J]. Machine Learning, 1996, 24(2): 123-140.

[5] Robert B, Ricardo G O, Francis Q. Attribute Bagging: Improving accuracy of classifier ensembles by using random feature subsets[J]. Pattern Recognition, 2003, 36(6): 1291-1302.

[6] Valentini G, Dietterich T. Bias-variance analysis of support vector machines for the development of SVM-based ensemble methods[J]. J of Machine Learning Research, 2004, 5(6): 725-775.

[7] Krogh A, Vedelsby J. Neural network ensembles, cross validation, and active learning[C]. Advances in Neural Information Processing Systems. Denver, 1995: 231-238.

[8] Tao D C, Tang X O, Wu X. Asymmetric Bagging and random subspace for SVM-based relevance feedback in image retrieval[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(7): 1088-1099.

[9] Joachims T. Making large-scale SVM learning practical [C]. Advances in Kernel Methods: Support Vector Learning. Cambridge: MIT Press, 1999.

(上接第 827 页)

[3] Yang G H, Yee J S, Wang J L. An iterative LMI method to discrete-time state-feedback controller design with mixed H_2/H_∞ performance [J]. European J of Control, 2002, 8(2): 126-135.

[4] Yang G H, Lam J, Wang J L. Reliable H_∞ control for affine nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(8): 1112-1117.

[5] Takatgi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to model and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.

[6] Cao S G, Rees N W, Feng G. Stability analysis and design for a class of continuous time fuzzy control systems[J]. Int J of Control, 1996, 64(3): 1069-1087.

[7] Hui-Ning Wu. Reliable mixed fuzzy static output feedback control for nonlinear systems with sensors faults[J]. Automatica, 2005, 41(6): 1925-1932.

[8] Feng G, Cao S G, Rees N W, et al. Design of fuzzy systems with guaranteed cost control stability[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 85(1): 1-10.

[9] Kim S W, Seo C J, Kim B K. Robust and reliable H_∞ controllers for discrete-time systems with parameter uncertainty and actuator failure[J]. Int J of Systems Science, 1999, 30(12): 1249-1258.

[10] Liu Xiaodong, Zhang Qingling. New approaches to H_∞ controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI[J]. Automatica, 2003, 39(4): 1571-1582.

[11] Liu Guo-yi, Zhang Qing-ling, Zhai Ding. LMI-based H_2/H_∞ mixed controller design for T-S fuzzy systems [J]. Control and Decision, 2007, 22(9):1032-1034.

[12] Zhai Ding, Zhang Qing-ling, Liu Guo-yi. Robust non-fragile controller for a class of linear time-delay systems [J]. Control and Decision, 2006, 21(5): 559-562.

[13] Zhai Ding, Zhang Qing-ling. Investigation on management information system of transport and sales for enterprises[J]. Control and Decision, 2002, 17(S): 837-839.