文章编号: 1001-0920(2008)07-0741-04

一类新的弱化缓冲算子的构造及其应用

崔 杰, 党耀国
(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘 要: 利用灰色系统理论,在对缓冲算子和已有弱化缓冲算子研究的基础上,构造一类新的弱化缓冲算子,并研究其一些特性及内在关系,有效解决了冲击扰动数据序列在建模预测过程中经常出现的定量预测结果与定性分析结论不符的问题. 实例分析结果表明,这类新的弱化缓冲算子能显著提高数据预测模型的预测精度.

关键词: 算子; 弱化缓冲算子; 算术平均弱化算子
中图分类号: N94 **文献标识码**: A

A kind of new weakening buffer operators and their applications

CUI Jie, DANG Yao-guo
(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: CUI Jie, E-mail: nuaacui2008@163.com)

Abstract: By using grey system theories, based on the present theories of buffer operators and some already existed weakening buffer operators, some new weakening buffer operators are established, which have the universality and practicability. Meanwhile, the characters and the inherent relation among them are studied. The problem of some contradictions between quantitative analysis and qualitative analysis existing in pretreatment for vibration data sequences is resolved effectively. An example shows that the kind of new weakening buffer operators increase the forecast precision of data forecast model remarkably.

Key words: Operator; Weakening buffer operator; Arithmetic average weakening operator

1 引 言

灰色系统理论是通过对社会、经济、生态等系统原始数据的挖掘和整理来寻求其变化规律的. 然而,现实生活中的各种系统的特征数据往往因受外界诸多冲击因素的干扰而变得失真. 为了能够正确把握事物的本质规律,必须排除扰动因素的作用,缓冲算子便是为解决这一问题而产生的. 它通过灰色序列生成,弱化数据的随机性,还数据以本来面目,使其呈现应有的规律性,从而把握事物的本质规律,进而能够进行合理的预测.

通常,冲击扰动因素对数据序列的干扰可分为两类:第 1 类是加快数据的发展趋势或使数据序列的振荡变幅度变大[1-4];第 2 类是减缓数据的发展趋势或使数据序列的振荡变幅度变小. 为排除这些冲击因素的干扰,文献[5-8]提出了缓冲算子的概念,并构造一种实用弱化算子;文献[9]构造了一种新的实用弱化缓冲算子;文献[10,11]在[6-9]的基础上构造了若干个弱化与强化缓冲算子. 本文在上述工作的基础上,根据"新信息优先利用"的原理和缓冲算子 3 个公理,提出一种新的弱化缓冲算子构造模式 $x(k)d = \sqrt{x(k)x(n)}$,进而构造出一类新的弱化缓冲算子,并研究其特性. 从而有效地解决了第 1 类系统冲击扰动问题,使得前一部分增长(衰减)过快,而后一部分增长(衰减)过缓的冲击扰动系统数据序列,在建模预测过程中经常出现预测结果与定性分析结论不符的问题得到了有效的解决.

2 基本概念

定义 1[6] 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统行为数据序列.

1) 若任意 $k = 2,3,\cdots,n$, $x(k) - x(k-1) > 0$, 则称 X 为单调增长序列;

2) 若 1) 中不等号反过来成立,则称 X 为单调衰减序列;

收稿日期: 2007-05-23; **修回日期**: 2007-08-01.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70473037);江苏省软科学重点项目(BK2006025).
作者简介: 崔杰(1978—),男,江苏淮安人,博士生,从事灰色系统理论、系统工程的研究;党耀国(1964—),男,河南驻马店人,教授,博士生导师,从事灰色系统理论、区域经济等研究.

3) 若存在 $k, k' \in \{2,3,\cdots,n\}$,且有

$$x(k) - x(k-1) > 0,\ x(k') - x(k'-1) < 0,$$

则称 X 为随机振荡序列.

设 $M = \max\{x(k) \mid k = 1,2,\cdots,n\}$, $m = \min\{x(k) \mid k = 1,2,\cdots,n\}$,称 $M - m$ 为序列 X 的振幅.

定义 2 设 X 为系统行为数据序列,D 为作用于 X 的算子,X 经过算子 D 作用后所得序列记为

$$XD = (x(1)d, x(2)d, \cdots, x(n)d),$$

称 D 为序列算子,称 XD 为一阶算子作用序列.

序列算子的作用可以多次进行. 相应地,若 $D_1, D_2, \cdots, D_n$ 皆为序列算子,则 D_1D_2 为二阶算子,并称

$$XD_1D_2 = (x(1)d_1d_2, x(2)d_1d_2, \cdots, x(n)d_1d_2)$$

为二阶算子作用序列. 同理可得三阶,四阶,$\cdots$,n 阶算子作用序列.

公理 1(不动点公理)[6] 设 X 为系统行为数据序列,D 为作用于 X 的算子,则 D 满足

$$x(n)d = x(n).$$

不动点公理限定在序列算子作用下,系统行为数据序列中的数据 $x(n)$ 保持不变,即运用序列算子对系统行为数据进行调整时,不会改变 $x(n)$.

公理 2(信息充分利用公理) 系统行为数据序列 X 中的每一个数据 $x(k)$ $(k = 1,2,\cdots,n)$ 都应充分参与算子作用的全过程.

信息充分利用公理限定任何序列算子都应以现有序列中的信息为基础进行定义,不允许抛开原始数据另搞一套.

公理 3(解析化、规范化公理) 任意的 $x(k)$ $(k = 1,2,\cdots,n)$ 皆可由一个统一的 $x(1), x(2), \cdots, x(n)$ 的初等解析式表达.

公理 3 要求由系统行为数据系列得到算子作用序列的程序应清晰、规范、统一且尽可能简化,以便于计算出算子作用序列并易于在计算机上实现.

定义 3 称上述 3 个公理为缓冲算子三公理,满足缓冲算子三公理的序列算子称为缓冲算子;一阶,二阶,$\cdots$,n 阶缓冲算子作用序列称为一阶,二阶,$\cdots$,n 阶缓冲序列.

定义 4 设 X 为原始数据序列,D 为缓冲算子,当 X 分别为增长序列、衰减序列或振荡序列时:

1) 若缓冲序列 XD 比原始序列 X 的增长速度(或衰减速度)减缓或振幅减小,则称缓冲算子 D 为弱化算子;

2) 若缓冲序列 XD 比原始序列 X 的增长速度(或衰减速度)加快或振幅增大,则称缓冲算子 D 为强化算子.

3 缓冲算子的性质

定理 1[6]

1) 设 X 为单调增长序列,XD_1 为其缓冲序列,则有:

① D_1 为弱化算子〈=〉

$$x(k) \le x(k)d_1,\ k = 1,2,\cdots,n;$$

② D_1 为强化算子〈=〉

$$x(k) \ge x(k)d_1,\ k = 1,2,\cdots,n.$$

即单调增长序列在弱化算子的作用下数据膨胀,在强化算子的作用下数据萎缩.

2) 设 X 为单调衰减序列,XD 为其缓冲序列,则有:

① D_1 为弱化算子〈=〉

$$x(k) \ge x(k)d_1,\ k = 1,2,\cdots,n;$$

② D_1 为强化算子〈=〉

$$x(k) \le x(k)d_1,\ k = 1,2,\cdots,n.$$

即单调衰减序列在弱化算子的作用下数据萎缩,在强化算子的作用下数据膨胀.

3) 设 X 为振荡序列,XD_1 为其缓冲序列,则有:

①若 D_1 为弱化算子,则

$$\max_{1\le k\le n}\{x(k)\} \ge \max_{1\le k\le n}\{x(k)d_1\},$$

$$\min_{1\le k\le n}\{x(k)\} \le \min_{1\le k\le n}\{x(k)d_1\};$$

②若 D_1 为强化算子,则

$$\max_{1\le k\le n}\{x(k)\} \le \max_{1\le k\le n}\{x(k)d_1\},$$

$$\min_{1\le k\le n}\{x(k)\} \ge \min_{1\le k\le n}\{x(k)d_1\}.$$

证明略.

4 一类新的弱化缓冲算子的构造

定理 2 设系统原始行为数据序列

$$X = (x(1), x(2), \cdots, x(n)),$$
$$x(i) > 0,\ i = 1,2,\cdots,n.$$

令

$$XD_2 = (x(1)d_2, x(2)d_2, \cdots, x(n)d_2),$$

其中

$$x(k)d_2 = \sqrt{x(k)x(n)}.$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时,D_2 皆为弱化缓冲算子.

证明 容易验证,D_2 满足缓冲算子三公理,故 D_2 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调增长序列,则

$$x(k)d_2 - x(k) = \sqrt{x(k)x(n)} - x(k) \ge \sqrt{x(k)x(k)} - x(k) \ge 0.$$

因此,$x(k)d_2 \ge x(k)$,故 D_2 为弱化缓冲算子.

2) 设 X 为单调衰减序列,则

$$x(k)d_2 - x(k) = \sqrt{x(k)x(n)} - x(k) \le$$

$$\sqrt{x(k)x(k)}-x(k)\le 0.$$

因此, $x(k)d_2\le x(k)$,故 D_2 为弱化缓冲算子.

3) X 为振荡序列时,设

$$x(a)=\max\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\},$$
$$x(b)=\min\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\},$$
$$x(a)d_2=\sqrt{x(a)x(n)},$$
$$x(a)d_2-x(a)=\sqrt{x(a)x(n)}-x(a)\le \sqrt{x(a)x(a)}-x(a)\le 0.$$

所以 $x(a)d_2\le x(a)$,即

$$\max_{1\le k\le n}\{x(k)\}\ge \max_{1\le k\le n}\{x(k)d\}.$$

同理可证

$$\min_{1\le k\le n}\{x(k)\}\le \min_{1\le k\le n}\{x(k)d\}.$$

故 D_2 为弱化缓冲算子. □

定理 3　设系统原始行为数据序列

$$X=(x(1),x(2),\cdots,x(n)),$$
$$x(i)>0,\ i=1,2,\cdots,n.$$

令

$$XD_3=(x(1)d_3,x(2)d_3,\cdots,x(n)d_3),$$

其中

$$x(k)d_3=\frac{\sum_{i=k}^{n}\sqrt{x(i)x(n)}}{n-i+1},\ k=1,2,\cdots,n,$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, D_3 皆为弱化缓冲算子.

证明　容易验证, D_3 满足缓冲算子三公理,故 D_3 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调增长序列,则

$$x(k)d_3-x(k)=\frac{\sum_{i=k}^{n}\sqrt{x(k)x(n)}}{(n-k+1)}-x(k)=$$
$$\frac{(\sqrt{x(k)x(n)}-x(k))+\cdots+(x(n)-x(k))}{n-k+1}\ge 0.$$

因此, $x(k)d_3\ge x(k)$,故 D_3 为弱化缓冲算子. 在此,称 D_3 为平均弱化缓冲算子.

2) X 为单调衰减序列,则

$$x(k)d_3-x(k)=$$
$$\frac{\sum_{i=k}^{n}\sqrt{x(k)x(n)}}{n-k+1}-x(k)=$$
$$\frac{(\sqrt{x(k)x(n)}-x(k))+\cdots+(x(n)-x(k))}{n-k+1}\le 0.$$

因此, $x(k)d_3\le x(k)$,故 D_3 为弱化缓冲算子.

3) X 为振荡序列时,设

$$x(a)=\max\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\},$$
$$x(b)=\min\{x(k)\mid k=1,2,\cdots,n\},$$
$$x(a)d_3-x(a)=$$
$$\frac{\sum_{a}^{n}\sqrt{x(a)x(n)}}{n-a+1}-x(a)=$$
$$\frac{(\sqrt{x(a)x(n)}-x(a))+\cdots+(x(n)-x(a))}{n-a+1}\le 0,$$
$$a=1,2,\cdots,n.$$

因此 $x(a)d_3\le x(a)$,即

$$\max_{1\le k\le n}\{x(k)\}\ge \max_{1\le k\le n}\{x(k)d_3\}.$$

同理可证

$$\min_{1\le k\le n}\{x(k)\}\le \min_{1\le k\le n}\{x(k)d_3\}.$$

故 X 为振荡序列时, D_3 为弱化缓冲算子,并称 D_3 为平均弱化缓冲算子. □

定理 4　设系统原始行为数据序列

$$X=(x(1),x(2),\cdots,x(n)),$$
$$x(i)>0,\ i=1,2,\cdots,n.$$

令

$$XD_4=(x(1)d_4,x(2)d_4,\cdots,x(n)d_4),$$

其中

$$x(k)d_4=\frac{k\sqrt{x(k)x(n)}+\cdots+n(x(n))}{(n+k)(n-k+1)/2}.$$

则当 X 为单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列时, D_4 皆为弱化缓冲算子.

证明　容易验证 D_4 满足缓冲算子三公理,故 D_4 为缓冲算子.

1) 设 X 为单调增长序列,则

$$x(k)d_4-x(k)=$$
$$\frac{k\sqrt{x(k)x(n)}+\cdots+n(x(n))}{(n+k)(n-k+1)/2}-x(k)=$$
$$\frac{k(\sqrt{x(k)x(n)}-x(k))}{(n+k)(n-k+1)/2}+\cdots+$$
$$\frac{k(x(n)-x(k))}{(n+k)(n-k+1)/2}\ge 0.$$

因此 $x(k)d_4\ge x(k)$,故 D_4 为弱化缓冲算子.

同理可证,当 X 为单调衰减序列或振荡序列时, D_4 皆为弱化缓冲算子,称 D_4 为加权平均弱化缓冲算子. □

综上可知,本文新构造的所有弱化缓冲算子对于单调增长序列、单调衰减序列或振荡序列,均能起到减缓增长(衰减) 速度或减小振幅的作用. 因为缓冲算子作用于原始数据序列时,必须满足不动点公理,所以对于单调增长序列,弱化缓冲作用序列的增长速度比原始序列的增长速度有所减缓;同理,对于单调衰减序列或振荡序列,弱化缓冲作用序列的衰减速度(或振动幅度) 比原始序列的衰减速度(或振动幅度) 有所减缓(或减小). 基于新信息优先利用原理,利用本文构造的弱化缓冲算子对原始数据序

列作用后,能有效地消除冲击干扰项对系统造成的数据"失真"现象,提高预测精度.

5 算例分析

以某市工业总产值数据为例,验证本文构造的弱化缓冲算子在 GM(1,1) 数值预测中的应用. 选取该市 1997 ～ 2005 年工业总产值为原始数据[12] (单位:亿元),即

$$X = (187.85, 303.79, 394.13, 498.27, 580.43, 640.21, 702.34, 708.86, 716.95).$$

以 1997 ～ 2003 年的数据作为建模数据;以 2004 和 2005 年的数据作为模拟检验数据. 由原始数据计算可得,1997 ～ 2003 年,该市工业总产值平均年增长率为 26.06 %. 显然,这种增长速度不可能长期保持下去. 用此数据进行预测,其结果也是令人难以相信的. 分析其原因,主要是在该市工业化发展过程中,国家给予其特殊的产业政策,使得该市的工业得到了很好的发展契机. 但经过 20 年左右的发展,该市的工业力量已经比较强大,国家将取消特殊的政策,今后继续保持这种发展速度已不再可能. 为了对该市工业总产值发展趋势作出合理的预测,必须对原始数据序列进行弱化. 用弱化缓冲算子对原始数据序列进行弱化处理,以消除前期优惠的产业政策对该市后期工业经济系统发展速度的影响,使得模型的预测精度更高,预测结果与实际情况更吻合.

以本文构造的弱化缓冲算子对原始数据进行二阶弱化处理,得到的弱化数据序列为

$$XD_2D_2 = (505.08, 569.57, 607.88, 644.49, 669.65, 686.26, 702.34),$$

$$XD_3D_3 = (626.46, 646.70, 662.12, 680.69, 686.08, 694.30, 702.34),$$

$$XD_4D_4 = (658.14, 663.81, 671.35, 680.01, 687.90, 694.92, 702.34).$$

依次以上述弱化序列建立 GM(1,1) 模型的白化方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.040\ 338x^{(1)} = 551.171\ 8,$$

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.015\ 93x^{(1)} = 636.794\ 41,$$

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.011\ 335x^{(1)} = 652.945\ 3.$$

通过计算(计算过程略) 得到平均相对误差和一步预测误差的比较结果,如表 1 所示.

由表 1 可见,原始数据经二阶弱化缓冲算子 D_4 作用后,一步预测误差最低,即预测精度最高. 利用二阶弱化缓冲算子 D_4 对原始数据作用后的预测模型为

表 1 弱化前后模型的平均相对误差和一步预测精度的比较

模型	弱化算子作用	平均相对误差/%	一步预测误差/%
1	无	5.805	19.9
2	XD_2D_2	1.306	4.8
3	XD_3D_3	1.752	2.1
4	XD_4D_4	0.066	0.28

$$\hat{x}^{(1)}(1997 + t) = 5\ 826.268\ 9e^{0.011\ 35t} - 57\ 603.128\ 7.$$

2004 和 2005 年,该市的工业总产值的预测值分别为 710.90 和 719.01 亿元. 这与 2004 和 2005 年该市的实际工业总产值基本吻合.

6 结 论

本文在已有文献的基础上,构造出一类新的弱化缓冲算子,并利用所构造的弱化算子对具有前半部分增长速度较快,而后半部分增长速度较慢特征的原始序列数据与二阶弱化后的数据序列分别进行了预测精度的比较. 结果表明:1) 弱化后的数据序列在预测精度上比原始数据序列有显著提高;2) 通过比较 3 个新的弱化算子弱化后序列的平均相对误差与一步预测误差(见表 1) 可以发现,原始数据序列经过 D_4 弱化后,无论是平均相对误差还是一步预测误差,都远低于算子 D_2 和 D_3 弱化后的平均相对误差与一步预测误差. 该弱化算子使用方便,易于在计算机上实现. 这些算子为解决冲击扰动数据序列在建模预测过程中的干扰提供了一种新的方法.

参考文献(References)

[1] Deng J L. The grey exponential law of AGO: Grey system[M]. Beijing: China Ocean Press, 1988: 31-39.

[2] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 10-15.
(Deng J L. A textbook of grey system theory[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002: 10-15.)

[3] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2004: 26-34.
(Deng J L. The primary methods of grey theory[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2004: 26-34.)

[4] Liu Sifeng, Li Yi. Grey information: Theory and practical applications[M]. London: Springer-Verlag, 2006.

[5] Liu Sifeng. The three axioms of buffer operator and their application[J]. The J of Grey System, 1991, 3(1): 39-48.

(下转第 750 页)

Reconiton. Jerusalem: IEEE, 1994: 77-82.
[4] Kebel U. Pairwise classification and support vector machines[C]. Advaces in Kernel Methods — Support Vector Learning. Cambridge: MIT Press, 1999: 255-258.
[5] Platt J, Cristianini N, Shawe-Taylor J. Large margin DAG's for multiclass classification[C]. Advances in Neural Information Processing Systems 12. Cambridge, 2000: 547-553.
[6] Sahbi Hichem, Geman Donald, Perona Pietro. A hierarchy of support vector machines for pattern detection[J]. J of Machine Learning Research, 2006, 7(10): 2087-2123.
[7] Hsu C W, Lin C J. A comparison of methods for multi-class support vector machines[J]. IEEE Trans on Neural Network, 2002, 13(2): 415-425.
[8] 唐发明, 王仲东, 陈绵云. 支持向量机多类分类算法研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 746-754.
(Tang F M, Wang Z D, Chen J Y. On multiclass classification methods of support vector machines[J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 746-754.)
[9] Wang X D, Shi Z W, Wu C M, et al. An improved algorithm for deision-tree-based SVM[C]. Proc of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006: 4234-4237.
[10] 李青, 焦李成, 周伟达. 基于向量投影的支撑向量预选取[J]. 计算机学报, 2005, 28(2): 145-152.
(Li Q, Jiao L C, Zhou W D. Pre-extracting support vector for support vector machine based on vector projection[J]. Chinese J of Computers, 2005, 28(2): 145-152.)
[11] Michie D, Spiegelhalter D, Taylor C. Machine learning, neural and statistical classification[DB/OL]. (1994). http://www.niadd.liacc.up.pt/old/statlog/datasets.html.
[12] Platt J C. Fast training of support vector machines using sequential minimal optimization[DB/OL]. (1998-10-22). http://research.microsoft.com/~jplatt.

(上接第 744 页)

[6] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 第 3 版. 北京: 科学出版社, 2004: 1-8.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2004: 1-8.)
[7] 刘思峰. 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]. 华中理工大学学报, 1997, 25(1): 25-27.
(Liu S F. The trap in the prediction of a shock disturbed system and the buffer operator[J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 1997, 25(1): 25-27.)
[8] 刘思峰. 缓冲算子及其应用[J]. 灰色系统理论与实践, 1992, 2(1): 45-50.
(Liu S F. Buffer operator and its application[J]. Theories and Practices of Grey System, 1992, 2(1): 45-50.)
[9] 谢乃明, 刘思峰. 一种新的弱化缓冲算子[J]. 中国管理科学, 2003, 11(增): 46-48.
(Xie N M, Liu S F. A new applicative weakening buffer operator[J]. Chinese J of Management Science, 2003, 11(S): 46-48.)
[10] 党耀国, 刘思峰, 刘斌, 等. 关于弱化缓冲算子的研究[J]. 中国管理科学, 2004, 12(2): 108-111.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the weakening buffer operators and researches[J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(2): 108-111.)
[11] 党耀国, 刘斌, 关叶青. 关于强化缓冲算子的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(12): 1332-1336.
(Dang Y G, Liu B, Guan Y Q. Study on the strengthening buffer operators[J]. Control and Decision, 2005, 20(12): 1332-1336.)
[12] 中国统计局. 中国统计年鉴[M]. 北京: 中国统计出版社, 1997-2005.
(The Chinese statistics bureau. Chinese statistics yearbook[M]. Beijing: Chinese Statistics Publishing House, 1997-2005.)