文章编号: 1001-0920(2008)08-0919-05

线性连续重复过程的能量-峰值(L_2-L_∞)滤波

吴立刚, 胡跃明
(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510641)

摘　要: 连续线性重复过程是一种特殊的二维(2-D)系统,两个坐标轴上一个是连续的,另一个是离散的,且其中连续坐标轴是时间有限的. 针对这类特殊二维系统的 L_2-L_∞ 滤波问题. 设计了适合于该类系统的一类滤波器,并给出了滤波误差系统沿通道稳定且满足 L_2-L_∞ 性能的充分条件,以及滤波器的求解条件. 所得到的条件均为线性矩阵不等式的形式,便于计算求解. 仿真实例证实了该设计方法的有效性.

关键词: 线性重复过程; 滤波问题; L_2-L_∞ 性能; 沿通道稳定; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Energy to peak (L_2-L_∞) filtering for linear differential repetitive processes

WU Li-gang, HU Yue-ming
(College of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China. Correspondent: WU Li-gang, E-mail: lgwu@scut.edu.cn)

Abstract: Linear repetitive process is a special case of 2-D systems. Normally, in two time variables for the differential repetitive process, one is discrete and the other is differential, and the length of the differential variable is finite. For the problems of L_2-L_∞ filtering for linear differential repetitive processes, a suitable filter is designed, and then a sufficient condition is given in terms of linear matrix inequality (LMI), which guarantees that the filtering error system is stable along the pass and has L_2-L_∞ performance. Moreover, the solvability condition of desired filter is also established. All the conditions obtained in this paper are of the LMI form, which can be solved by using the standard software. A numerical example shows the effectiveness of the proposed design scheme.

Key words: Linear repetitive processes; Filtering; L_2-L_∞ performance; Stable along the pass; Linear matrix inequality

1 引　　言

线性重复过程是一类具有重要实际应用背景的特殊的二维线性系统[1]. 在煤矿开采、金属锻造以及学习迭代控制中已有重要的应用[1]. 这种过程的特性在于它是由一系列的重复动作构成,每一个过程称为一个通道,而在每一个通道上具有一个动态,该动态运行的时间称为该通道的长度. 在每一个通道上产生一个输出,称之为通道剖面向量. 线性重复过程在连续情况下的状态空间可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_{k+1}(t) = Ax_{k+1}(t) + B_0 y_k(t) + Bu_{k+1}(t), \\ y_{k+1}(t) = Cx_{k+1}(t) + D_0 y_k(t) + Du_{k+1}(t). \end{cases}$$

其中:通道长度为 α, $t \in [0, \alpha]$; 在第 k 个通道上, $x_{k+1}(t) \in \mathrm{R}^n$ 为过程状态向量; $y_k(t) \in \mathrm{R}^m$ 为通道剖面向量; $u_{k+1}(t) \in \mathrm{R}^l$ 为控制输入. 线性重复过程的根本特性是它在两个独立的方向上同时运行[1-3], 即:1) 通道与通道方向;2) 沿通道方向.

线性重复过程具有二维系统的结构,但值得注意的是,二维系统的信号在两个独立的方向上运行时间均趋于无穷大,而线性重复过程只在通道与通道的方向上趋于无穷大,在沿通道方向却是有限时间. 这就是重复过程与二维系统的本质区别. 近年来,线性重复过程的研究受到越来越多的关注,很多重要的结果也出现在文献中,如:文献[2,3]采用线性矩阵不等式的方法研究了其稳定性以及镇定问题;文献[4]研究了其动态输出反馈控制问题;文献

收稿日期: 2007-06-14; **修回日期**: 2007-09-17.
基金项目: 中国博士后科学基金项目(20070420139).
作者简介: 吴立刚(1977—),男,江西宜黄人,博士后,从事时滞系统、二维系统等研究; 胡跃明(1962—),男,安徽绩溪人,教授,博士生导师,从事非线性控制、机器人控制等研究.

[5,6] 还进一步探讨了其不确定模型的 H_∞ 控制和保性能控制问题.

滤波是系统和控制领域较为重要的基本问题之一[7]. 它是根据可以测量到的输出信号,通过设计一定的滤波器对系统内部的不可测量的信号进行估计. 对于存在能量有界的外部干扰信号,目前主要有 H_∞ 和 L_2-L_∞ 滤波[7-12]. L_2-L_∞ 滤波假定系统的噪声输入为能量有界的信号,滤波器设计的主要依据是使滤波误差系统传递函数(即噪声信号到滤波误差信号的传递函数) 的 L_2-L_∞ 范数小于给定值. 近年来,L_2-L_∞ 滤波理论的研究也得到了较大的关注[8,10,11].

本文研究了线性连续重复过程的 L_2-L_∞ 滤波问题. 首先基于线性矩阵不等式的方法推导了原过程沿通道稳定以及满足 L_2-L_∞ 性能的充分条件;然后针对该特殊过程设计了合适的滤波器,并得到滤波误差系统. 给出了滤波误差系统沿通道稳定且满足 L_2-L_∞ 性能的充分条件,并采用凸线性化的方法推导了滤波器的求解条件. 由于所得到的条件均为线性矩阵不等式的形式,便于计算求解.

2 过程描述以及问题提出

考虑如下连续线性重复过程:

$$\begin{cases} \dot{x}_{k+1}(t) = Ax_{k+1}(t) + B_0 y_k(t) + B_1\omega_{k+1}(t), \\ y_{k+1}(t) = Cx_{k+1}(t) + D_0 y_k(t) + D_1\omega_{k+1}(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中:通道长度为 α, $t \in [0,\alpha]$; 在第 k 个通道上, $x_k(t) \in \mathbf{R}^n$ 为过程状态向量; $y_k(t) \in \mathbf{R}^m$ 为通道剖面向量; $\omega_{k+1}(t) \in \mathbf{R}^q$ 为外部干扰输入,并假定为能量有界,即 $\omega_{k+1}(t) \in L_2\{[0,\infty),[0,\infty)\}$; A, B_0, B_1, C, D_0, D_1 为已知的实常数矩阵. 假定其边界条件均为零,即 $x_{k+1}(0) = 0$, $\forall k \geq 0$ 及 $y_0(t) = 0$, $\forall 0 \leq t \leq \alpha$ 设需要估计的信号为

$$v_{k+1}(t) = Gx_{k+1}(t) + H_0 y_k(t), \tag{2}$$

其中 G 和 H_0 为常数矩阵. 给出如下可测输出信号:

$$z_{k+1}(t) = Ex_{k+1}(t) + F_0 y_k(t) + F_1\omega_{k+1}(t), \tag{3}$$

其中 E, F_0, F_1 为已知常数矩阵.

设计具有如下一般形式的全阶滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_{k+1}(t) = A_f\phi_{k+1}(t) + B_{0f}\varphi_k(t) + B_f z_{k+1}(t), \\ \varphi_{k+1}(t) = C_f\phi_{k+1}(t) + D_{0f}\varphi_k(t) + D_f z_{k+1}(t), \\ \hat{v}_{k+1}(t) = G_f\phi_{k+1}(t) + H_{0f}\varphi_k(t), \\ \phi_{k+1}(0) = 0, \ \forall k \geq 0, \\ \varphi_0(t) = 0, \ \forall 0 \leq t \leq \alpha. \end{cases} \tag{4}$$

其中:$\phi_k(t) \in \mathbf{R}^n$ 为滤波器的状态; $\varphi_k(t) \in \mathbf{R}^m$ 为滤波器的剖面向量; $A_f, B_{0f}, B_f, C_f, D_{0f}, D_f, G_f, H_{0f}$ 和 H_f 为待设计的滤波器参数矩阵. 考虑方程(1) ~ (4) 得到如下的滤波误差方程:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{k+1}(t) = \tilde{A}\xi_{k+1}(t) + \tilde{B}_0\zeta_k(t) + \tilde{B}_1\omega_{k+1}(t), \\ \zeta_{k+1}(t) = \tilde{C}\xi_{k+1}(t) + \tilde{D}_0\zeta_k(t) + \tilde{D}_1\omega_{k+1}(t), \\ e_{k+1}(t) = \tilde{G}\xi_{k+1}(t) + \tilde{H}_0\zeta_k(t), \\ \xi_{k+1}(0) = 0, \ \forall k \geq 0, \\ \zeta_0(t) = 0, \ \forall 0 \leq t \leq \alpha \end{cases} \tag{5}$$

其中

$$\begin{aligned} &\xi_{k+1}(t) \triangleq [x_{k+1}^{\mathrm{T}}(t) \quad \phi_{k+1}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \\ &\zeta_k(t) \triangleq [y_k^{\mathrm{T}}(t) \quad \varphi_k^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}, \\ &e_{k+1}(t) \triangleq z_{k+1}(t) - \hat{z}_{k+1}(t), \\ &\tilde{G} \triangleq [G \quad -G_f], \\ &\tilde{A} \triangleq \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_f E & A_f \end{bmatrix}, \ \tilde{B} \triangleq \begin{bmatrix} B_0 & 0 \\ B_f F_0 & B_{0f} \end{bmatrix}, \\ &\tilde{B}_1 \triangleq \begin{bmatrix} B_1 \\ B_f F_1 \end{bmatrix}, \ \tilde{C} \triangleq \begin{bmatrix} C & 0 \\ D_f E & C_f \end{bmatrix}, \\ &\tilde{D}_1 \triangleq \begin{bmatrix} D_1 \\ D_f F_1 \end{bmatrix}, \ \tilde{D}_0 \triangleq \begin{bmatrix} D_0 & 0 \\ D_f F_0 & D_{0f} \end{bmatrix}, \\ &\tilde{H}_0 \triangleq [H_0 \quad -H_{0f}]. \end{aligned} \tag{6}$$

在引出本文研究问题之前,先介绍线性重复过程的稳定性. 引入新的稳定概念,即沿通道的稳定.

定义 1[1] 连续线性重复过程(1) 在有限的通道长度内,状态沿通道的稳定性称为沿通道的稳定.

本文研究的问题可归结为:针对连续线性重复过程(1) 设计形如式(4) 的滤波器,使得滤波误差过程(5) 沿通道稳定且满足 L_2-L_∞ 性能,即

$$\|e_{k+1}(t)\|_\infty < \gamma\|\omega_{k+1}(t)\|_2, \ \gamma > 0. \tag{7}$$

对于连续向量 $f_{k+1}(t) \in L_2\{[0,\infty),[0,\infty)\}$,定义范数

$$\begin{aligned} &\|f_{k+1}(t)\|_2 \triangleq \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty}\int_0^{\alpha} f_{k+1}^{\mathrm{T}}(t) f_{k+1}(t)\,\mathrm{d}t}, \\ &\|f_{k+1}(t)\|_\infty \triangleq \sqrt{\sup_{\forall k \geq 0, t \in [0,\alpha]} f_{k+1}^{\mathrm{T}}(t) f_{k+1}(t)}. \end{aligned}$$

3 主要结论

3.1 L_2-L_∞ 性能分析

定理 1 滤波误差重复过程(5) 沿通道稳定且具有 L_2-L_∞ 性能水平 $\gamma > 0$ 的充分条件是,存在矩阵 $P > 0$ 和 $Q > 0$ 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} P\tilde{A} + \tilde{A}^{\mathrm{T}}P & P\tilde{B}_0 & P\tilde{B}_1 & \tilde{C}^{\mathrm{T}}Q \\ * & -Q & 0 & \tilde{D}_0^{\mathrm{T}}Q \\ * & * & -I & \tilde{D}_1^{\mathrm{T}}Q \\ * & * & * & -Q \end{bmatrix} < 0, \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & \tilde{G}^{\mathrm{T}} \\ * & -Q & \tilde{H}_0^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \tag{9}$$

证明　首先建立线性连续重复过程(5) (当 $\omega_{k+1}(t)=0$) 沿通道稳定的条件. 选取如下 Lyapunov 函数:

$$V(k,t) \triangleq V_1(t,k)+V_2(k,t), \tag{10}$$

$$V_1(t,k) \triangleq \xi_{k+1}^{\mathrm T}(t)P\xi_{k+1}(t), \tag{11}$$

$$V_2(k,t) \triangleq \zeta_k^{\mathrm T}(t)Q\zeta_k(t), \tag{12}$$

其中 $P>0$ 和 $Q>0$ 为待定的矩阵. 考虑如下的差分:

$$\Delta V(k,t) \triangleq \dot V_1(t,k)+\Delta V_2(k,t), \tag{13}$$

并且引入如下表示沿重复过程(5) (当 $\omega_{k+1}(t)=0$) 的解:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\int_0^{\alpha}\Delta V(k,t)\,\mathrm dt \triangleq \int_0^{\alpha}\dot V_1(t,k)\,\mathrm dt+\sum_{k=0}^{\infty}\Delta V_2(k,t), \tag{14}$$

有

$$\dot V_1(t,k)=2\xi_{k+1}^{\mathrm T}(t)P\xi_{k+1}(t)=2\xi_{k+1}^{\mathrm T}(t)P[\tilde A\xi_{k+1}(t)+\tilde B_0\zeta_k(t)], \tag{15}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_2(k,t)&=\zeta_{k+1}^{\mathrm T}(t)Q\zeta_{k+1}(t)-\zeta_k^{\mathrm T}(t)Q\zeta_k(t)=\\&[\tilde C\xi_{k+1}(t)+\tilde D_0\zeta_k(t)]^{\mathrm T}Q[\tilde C\xi_{k+1}(t)+\tilde D_0\zeta_k(t)]-\zeta_k^{\mathrm T}(t)Q\zeta_k(t).\end{aligned} \tag{16}$$

因此有

$$\begin{aligned}\Delta V(k,t)&=\varsigma_k^{\mathrm T}(t)(\bar P\bar A+\bar A^{\mathrm T}\bar P+\bar C^{\mathrm T}\bar Q\bar C-\bar Q)\varsigma_k(t)\triangleq\\&\varsigma_k^{\mathrm T}(t)\Psi\varsigma_k(t),\end{aligned} \tag{17}$$

其中

$$\varsigma_k(t)\triangleq[\xi_{k+1}^{\mathrm T}(t)\quad \zeta_k^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T},$$

且

$$\bar A\triangleq\begin{bmatrix}\tilde A & \tilde B_0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ \bar C\triangleq\begin{bmatrix}0 & 0\\ \tilde C & \tilde D_0\end{bmatrix},$$

$$\bar P\triangleq\begin{bmatrix}P & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ \bar Q\triangleq\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & Q\end{bmatrix}.$$

利用 Schur 补可知,由式(8) 可推出 $\Psi<0$,因此对于任意的 $\varsigma_k(t)\neq 0$,有 $\Delta V(k,t)<0$,故根据 Lyapunov 稳定定理可知,线性重复过程(5) (当 $\omega_{k+1}(t)=0$) 沿通道稳定.

下面考虑 L_2-L_∞ 性能. 假定零边界条件,也即 $\xi_{k+1}(0)=0$, $\forall k\geq 0$ 和 $\zeta_0(t)=0$, $\forall 0\leq t\leq\alpha$. 考虑如下的性能指标:

$$\mathrm F_{\mathrm{diff}}=V(k,t)-\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)\,\mathrm d\beta. \tag{18}$$

根据得到的沿通道稳定性和零边界条件,有

$$\begin{aligned}\mathrm F_{\mathrm{diff}}&=V(k,t)-V(0,0)-\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)\,\mathrm d\beta=\\&\int_0^t\dot V_1(\beta,k)\,\mathrm d\beta+\sum_{s=0}^{k-1}\Delta V_2(s,t)=\\&\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)\,\mathrm d\beta=\\&\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t[\Delta V(s,\beta)-\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)]\,\mathrm d\beta\triangleq\\&\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t\eta_s^{\mathrm T}(\beta)\Omega\eta_s(\beta)\,\mathrm d\beta.\end{aligned} \tag{19}$$

其中

$$V(\infty,\alpha)\triangleq V_1(\alpha,k)+V_2(\infty,t),$$

$$V(0,0)\triangleq V_1(0,k)+V_2(0,t),$$

$$\eta_s(\beta)\triangleq[\xi_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\quad\zeta_s^{\mathrm T}(\beta)\quad\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)]^{\mathrm T},$$

$$\Omega\triangleq\begin{bmatrix}P\tilde A+\tilde A^{\mathrm T}P & P\tilde B_0 & P\tilde B_1\\ * & -Q & 0\\ * & * & -I\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\tilde C^{\mathrm T}\\ \tilde D_0^{\mathrm T}\\ \tilde D_1^{\mathrm T}\end{bmatrix}Q\begin{bmatrix}\tilde C^{\mathrm T}\\ \tilde D_0^{\mathrm T}\\ \tilde D_1^{\mathrm T}\end{bmatrix}^{\mathrm T}.$$

由 Schur 补可知,由式(8) 能推出 $\Omega<0$,所以对任意的 $\eta_s(\beta)\neq 0$ 有 $\mathrm F_{\mathrm{diff}}<0$,即

$$\xi_{k+1}^{\mathrm T}(t)P\xi_{k+1}(t)+\zeta_k^{\mathrm T}(t)Q\zeta_k(t)=V(k,t)<\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)\,\mathrm d\beta. \tag{20}$$

另一方面,利用 Schur 补可知式(9) 等价于

$$\begin{bmatrix}\tilde G^{\mathrm T}\\ \tilde H_0^{\mathrm T}\end{bmatrix}[\tilde G\quad\tilde H_0]<\gamma^2\begin{bmatrix}P & 0\\ 0 & Q\end{bmatrix}. \tag{21}$$

根据式(5),(20) 和(21) 可知,对于任意的 $k>0$, $t\in[0,\alpha]$,存在

$$\begin{aligned}&e_{k+1}^{\mathrm T}(t)e_{k+1}(t)=\\&[\tilde Gx_{k+1}(t)+\tilde H_0y_k(t)]^{\mathrm T}[\tilde Gx_{k+1}(t)+\tilde H_0y_k(t)]<\\&\gamma^2[\xi_{k+1}^{\mathrm T}(t)P\xi_{k+1}(t)+\zeta_k^{\mathrm T}(t)tQ\zeta_k(t)]<\\&\gamma^2\sum_{s=0}^{k-1}\int_0^t\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)\,\mathrm d\beta<\\&\gamma^2\sum_{s=0}^{\infty}\int_0^{\alpha}\omega_{s+1}^{\mathrm T}(\beta)\omega_{s+1}(\beta)\,\mathrm d\beta,\end{aligned} \tag{22}$$

在 $k>0$, $t\in[0,\alpha]$ 内取极值可得式(7). 于是定理得证. □

3.2　滤波器的求解

定理 2　考虑线性连续重复过程(1),设 $\gamma>0$ 为给定的标量,则存在形如式(4) 的全阶滤波器,使得滤波误差过程(5) 沿通道稳定且具有 L_2-L_∞ 性能水平 $\gamma>0$ 的充分条件为:存在矩阵变量 $U_1>0$, $V_1>0$, $U_2>0$, $V_2>0$, $\bar A_f$, $\bar B_{0f}$, $\bar B_f$, $\bar C_f$, $\bar D_{0f}$, $\bar D_f$, $\bar G_f$, $\bar H_{0f}$,使得如下线性矩阵不等式成立:

$$
\begin{bmatrix}
\Pi_{11} & \Pi_{12} & U_1B_0+B_fF_0 & B_{0f} & U_1B_1+B_fF_1 & (U_2C+D_fE)^{\mathrm T} & (V_2C+D_fE)^{\mathrm T}\\
* & A_f+A_f^{\mathrm T} & V_1B_0+B_fF_0 & B_{0f} & V_1B_1+B_fF & C_f^{\mathrm T} & C_f^{\mathrm T}\\
* & * & -U_2 & -V_2 & 0 & (U_2D_0+D_fF_0)^{\mathrm T} & (V_2D_0+D_fF_0)^{\mathrm T}\\
* & * & * & -V_2 & 0 & D_{0f}^{\mathrm T} & D_{0f}^{\mathrm T}\\
* & * & * & * & -I & (U_2D_1+D_fF_1)^{\mathrm T} & (V_2D_1+D_fF_1)^{\mathrm T}\\
* & * & * & * & * & -U_2 & -V_2\\
* & * & * & * & * & * & -V_2
\end{bmatrix} < 0, \tag{23}
$$

$$
\begin{bmatrix}
-U_1 & -V_1 & 0 & 0 & G^{\mathrm T}\\
* & -V_1 & 0 & 0 & -G^{\mathrm T}\\
* & * & -U_2 & -V_2 & H_0^{\mathrm T}\\
* & * & * & -V_2 & -H_{0f}^{\mathrm T}\\
* & * & * & * & -\gamma^2 I
\end{bmatrix} < 0. \tag{24}
$$

其中

$$\Pi_{11} \triangleq \mathrm{sym}(U_1A+B_fE),$$
$$\Pi_{12} \triangleq A_f+(V_1A+B_fE)^{\mathrm T}.$$

另外,滤波器的参数矩阵可通过求解以下方程得到:

$$
\begin{bmatrix} A_f & B_{0f} & B_f\\ C_f & D_{0f} & D_f\\ G_f & H_{0f} & \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix} V_1^{-1} & 0 & 0\\ 0 & V_2^{-1} & 0\\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \bar A_f & \bar B_{0f} & \bar B_f\\ \bar C_f & \bar D_{0f} & \bar D_f\\ \bar G_f & \bar H_{0f} & \end{bmatrix}. \tag{25}
$$

限于篇幅,证明从略,可参照文献[9-12].

4　仿真实例

考虑线性连续重复过程(1),并已知通道长度 $\alpha = 20$ 和以下参数:

$$A = \begin{bmatrix} -1.45 & 0.64 & -0.40\\ -0.60 & -1.41 & 0.00\\ 0.30 & -0.20 & -0.70 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1.30 & 0.10\\ -0.20 & -0.90\\ 0.20 & -0.40 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 0.60\\ -1.20\\ 0.20 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.30 & -0.60 & -0.10\\ 0.30 & -0.20 & 0.60 \end{bmatrix},$$

$$D_0 = \begin{bmatrix} -0.60 & 0.10\\ 0.00 & -0.60 \end{bmatrix},\ D_1 = \begin{bmatrix} 1.2\\ 1.0 \end{bmatrix},$$

$$E = [-0.80\quad 0.40\quad 0.20],$$
$$F_0 = [-0.30\quad 0.20],\ F_1 = 0.10,$$
$$G = [-1.00\quad 0.60\quad 0.30],$$
$$H_0 = [-0.40\quad 0.30].$$

利用 LMI-Toolbox 工具箱求解定理 2 的线性矩阵不等式条件,可求得 $\gamma_{\min} = 1.7699$ 以及

$$A_f = \begin{bmatrix} -2.5814 & 1.3340 & 0.0499\\ 0.3839 & -0.4644 & 0.0650\\ -0.0220 & 0.2163 & -0.2281 \end{bmatrix},$$

$$B_{0f} = \begin{bmatrix} 0.0788 & 0.4622\\ 0.0080 & -0.1712\\ 0.0388 & 0.0004 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 2.4132\\ -0.5915\\ 0.2698 \end{bmatrix},$$

$$C_f = \begin{bmatrix} 0.0982 & -0.0528 & -0.0068\\ -0.0269 & 0.0050 & 0.0408 \end{bmatrix},$$

$$D_{0f} = \begin{bmatrix} -0.0069 & -0.0059\\ -0.0098 & -0.0112 \end{bmatrix},$$

$$D_f = \begin{bmatrix} -0.0551\\ 0.0412 \end{bmatrix},$$

$$G_f = [0.8819\quad -0.5363\quad -0.1509],$$
$$H_{0f} = [0.2334\quad -0.1750].$$

为了画出滤波器状态和滤波误差曲线,给定零

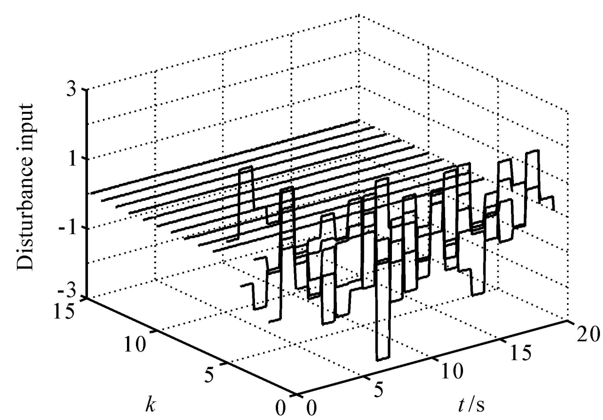

图 1　外部干扰信号 $w_{k+1}(t)$

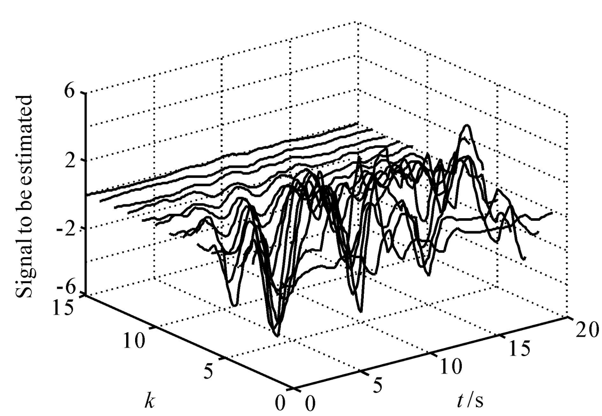

图 2　待估计信号 $v_{k+1}(t)$

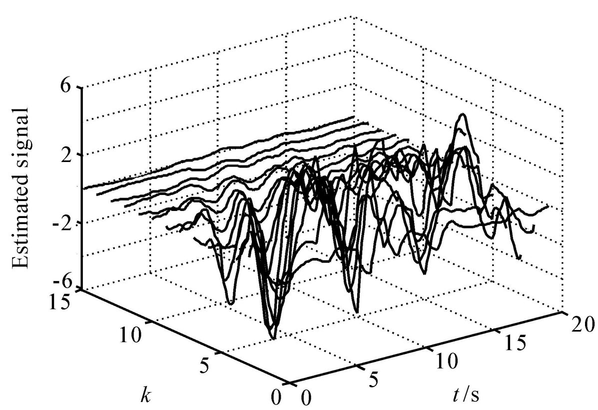

图 3　估计信号 $\hat{\vartheta}_{k+1}(t)$

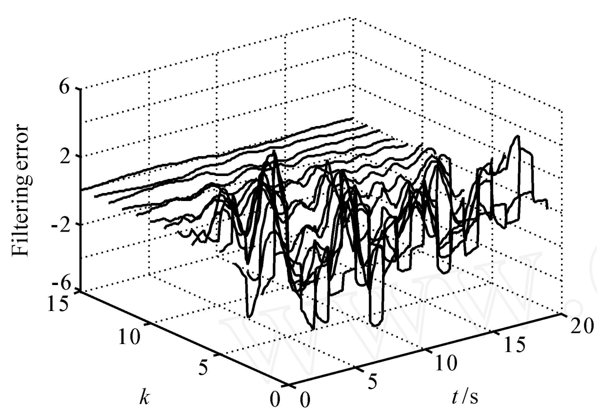

图 4　滤波误差信号 $e_{k+1}(t)$

边界条件和以下干扰输入:

$$\omega_k(t) = \begin{cases} \vartheta(k,\tau),\ 1 \le t \le 5,\ \tau \le t \le \tau+1, \\ \qquad \tau = 1,2,\cdots,20; \\ 0,\ \text{otherwise}. \end{cases}$$

其中 $\vartheta(k,\tau)$ **表示具有零均值和单位方差的任意变量. 图 1 和图 2 分别给出了外部干扰信号和待估计信号的曲面图;图 3 给出了估计信号曲面图;图 4 给出了滤波误差的曲面图. 从图中可以看出所设计的滤波器达到了滤波的目的.**

5　结　　论

本文研究了线性连续重复过程的 L_2-L_∞ **滤波问题. 设计了具有特殊结构的滤波器模型. 基于线性矩阵不等式方法给出了滤波误差系统沿通道稳定且满足** L_2-L_∞ **性能的充分条件,以及滤波器的求解条件. 仿真实例进一步证实了本文所提设计方案的有效性.**

参考文献(References)

[1] Rogers E, Owens D H. Stability analysis for linear repetitive processes[C]. Lecture Notes in Control and Information Sciences. London: Springer-Verlag, 1992.

[2] Galkowski K, Paszke W, Rogers E, et al. Stability and control of differential linear repetitive processes using an LMI setting[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — II, 2003, 50(9): 662-666.

[3] Galkowski K, Rogers E, Xu S, et al. LMIs — A fundamental tool in analysis and controller design for discrete linear repetitive processes[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications, 2002, 49(6): 768-778.

[4] Sulikowski B, Galkowski K, Rogers E, et al. Output feedback control of discrete linear repetitive processes [J]. Automatica, 2004, 40(12): 2167-2173.

[5] Paszke W, Galkowski K, Rogers E, et al. Guaranteed cost control of uncertain differential linear repetitive processes[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems — II, 2004, 51(11): 629-634.

[6] Paszke W, Galkowski K, Rogers E, et al. H_∞ and guaranteed cost control of discrete linear repetitive processes [J]. Linear Algebra and Its Applications, 2006, 412(2/3): 93-131.

[7] Gao H, Lam J, Xie L, et al. New approach to mixed H_2/H_∞ filtering for polytopic discrete time systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53: 3183-3192.

[8] Gao H, Wang C. Delay-dependent robust H_∞ and L_2-L_∞ filtering for a class of uncertain nonlinear time-delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(9): 1661-1666.

[9] Wu L, Wang Z, Gao H, et al. Robust H_∞ Filtering for uncertain two-dimensional discrete systems with state delays[J]. Signal Processing, 2007, 87(9): 2213-2230.

[10] Wu L, Shi P, Gao H, et al. Delay-dependent robust H_∞ and L_2-L_∞ filtering for LPV systems with both discrete and distributed delays[J]. IEE Proc of Control Theory and Application, 2006, 153(4): 483-492.

[11] Wu L, Wang Z, Wang C, et al. Robust H_∞ and L_2-L_∞ filtering for two-dimensional linear parameter-varying systems [J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(12): 1129-1154.

[12] **吴立刚, 王常虹, 高会军, 等. 一类分布式时滞 LPV 系统的鲁棒** H_∞**滤波**[J]. **控制与决策**. 2006, 21(9): 1059-1064.
(Wu L G, Wang C H, Gao H J, et al. Robust H_∞ filtering for a class of LPV systems with distributed delays[J]. Control and Decision, 2006, 21(9): 1059-1064.)