

文章编号: 1001-0920(2008)08-0949-04

## 基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波技术研究

戴洪德<sup>1,2</sup>, 陈明<sup>1</sup>, 周绍磊<sup>2</sup>, 李娟<sup>3</sup>, 彭贤<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 自动化学院, 西安 710072; 2. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001; 3. 鲁东大学 数学与信息学院, 山东 烟台 264025)

**摘要:** 针对卡尔曼滤波(KF)中噪声的统计特性与实际不符时滤波精度严重降低甚至引起滤波器发散的问题,提出一种基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波算法(SVMA KF). 根据新息理论方差与实际方差的比值,应用支持向量机产生自适应因子对卡尔曼滤波器的噪声方差阵进行在线修正,使噪声方差阵能够根据实际噪声的变化得到调整. 通过对雷达目标跟踪系统的仿真表明,该算法对噪声有较强的自适应性,能够提高滤波精度和滤波器的鲁棒性.

**关键词:** 自适应卡尔曼滤波; 新息序列; 支持向量机; 目标跟踪

**中图分类号:** TP181; TP202 **文献标识码:** A

## Study of support vector machine based adaptive Kalman filtering

DAI Hong-de<sup>1,2</sup>, CHEN Ming<sup>1</sup>, ZHOU Shaolei<sup>2</sup>, LI Juan<sup>3</sup>, PENG Xian<sup>2</sup>

(1. College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China; 3. College of Mathematics and Information, Lu Dong University, Yantai 264025, China. Correspondent: DAI Hong-de, E-mail: dihod@126.com)

**Abstract:** As the accuracy will decrease or even divergence problems will occur while the theoretical statistical behavior of the Kalman filtering and its actual behavior do not agree, a new self-adaptive Kalman filtering, support vector machines adaptive Kalman filtering (SVMA KF), is presented. In order to tune the noise covariance of the Kalman filtering on line, SVM is employed to generate the adaptive factor, according to the ratio of the theoretical covariance of the innovation sequence to its actual covariance. Simulation on target tracking shows that SVMA KF can increase the estimation accuracy and the robustness of the Kalman filtering remarkably, compared with the traditional Kalman filtering.

**Key words:** Self-adaptive Kalman filtering; Innovation sequence; Support vector machine; Target tracking

### 1 引言

经典卡尔曼滤波以状态空间和射影理论为基础,采用动力学方程即状态方程描述被估计量的动态变化规律,以最小均方误差为准则,导出了容易在计算机上快速实现的时域最优递推滤波方法. 该方法可以处理多维、时变和非平稳随机过程,一经提出就获得了极大的关注和广泛的应用<sup>[1,2]</sup>. 但从应用观点看,经典卡尔曼滤波的缺点和局限性是它要求精确已知系统的数学模型和噪声统计特性,而大部分实际应用问题中系统模型和噪声统计特性都是部分已知、近似已知或完全未知的,此时,经典卡尔曼滤波器的性能就会变坏甚至发散<sup>[2,3]</sup>. 为了克服卡尔曼滤波的上述缺点和局限,产生了卡尔曼滤波理

论的一个分支——自适应卡尔曼滤波. 所谓自适应滤波,就是利用观测数据进行递推滤波的同时,不断地估计和修正模型中的不精确参数及噪声方差阵,从而降低模型误差,抑制滤波发散,提高滤波精度<sup>[3-5]</sup>.

本文提出一种基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波算法(SVMA KF),根据实时得到的新息的理论方差与实际方差的比值,利用支持向量机(SVM)在线调整卡尔曼滤波器的噪声协方差矩阵,以使噪声协方差矩阵能根据系统实际噪声水平得到实时的调整,从而提高滤波精度,防止滤波器发散. 最后针对雷达目标跟踪系统,对本文提出的 SVMA KF 滤波算法进行仿真分析,仿真结果表明,该方法能够提高

收稿日期: 2007-06-15; 修回日期: 2007-09-24.

基金项目: “十一五”国防预研项目(51309060401).

作者简介: 戴洪德(1981—),男,江苏泰州人,博士生,从事惯性技术、导航系统等研究; 陈明(1939—),男,南京人,教授,博士生导师,从事导航技术、检测技术等研究.

滤波器的滤波精度和鲁棒性。

## 2 卡尔曼滤波技术

卡尔曼滤波器是一种基于递推线性最小方差估计的最优估计算法,适用于多维随机过程估计。其采用动力学方程即状态方程描述被估计量的动态变化规律,被估计量的动态统计信息由激励白噪声的统计信息和动力学方程确定。因激励白噪声是平稳过程,动力学方程已知,所以被估计量既可以是平稳的,也可以是非平稳的,即卡尔曼滤波也适用于非平稳过程。因此,卡尔曼滤波理论作为重要的最优估计理论广泛地应用于导航、定位、目标跟踪、大地测量等多个领域。

设随机线性离散系统的方程为

$$\begin{aligned} X_k &= \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} W_{k-1}, \\ Z_k &= H_k X_k + V_k. \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $X_k$  为  $k$  时刻的  $n$  维状态向量,  $Z_k$  为  $k$  时刻的  $m$  维量测向量,  $W_{k-1}$  为  $k-1$  时刻加在系统上的  $r$  维系统激励噪声向量,  $V_k$  为  $k$  时刻的  $m$  维零均值量测噪声向量,  $\Phi_{k,k-1}$  为  $k-1$  到  $k$  时刻的  $n \times n$  维系统状态转移矩阵,  $H_k$  为  $k$  时刻的  $m \times n$  维量测矩阵,  $\Gamma_{k,k-1}$  为  $n \times r$  维系统噪声驱动矩阵。

从随机线性离散系统基本卡尔曼滤波方程<sup>[1-3]</sup>可以看出,该算法要求精确掌握系统的动力学模型,以及系统噪声和量测噪声的统计特性,而且这些信息在滤波过程中是固定不变的,但在实际应用中,系统建模的不精确以及各种干扰因素的存在,使得滤波误差较大甚至使滤波器发散,所以自适应卡尔曼滤波的研究受到了国内外研究者的广泛关注<sup>[4-7]</sup>。

定义新息为观测所得量测值和量测估计值之差,即

$$r_k = Z_k - H_k \hat{X}_{k|k-1}. \quad (2)$$

当滤波器模型准确时,卡尔曼滤波器新息为零均值白噪声,所以可通过监测新息来判断模型是不是发生了改变,是否需要调整参数。一般采用在线调整模型噪声方差阵的方法来改变滤波器的估计均方误差阵和滤波增益阵,从而改善滤波精度,防止滤波器发散。参照文献[7],现将模型的噪声方差阵按照下式进行调整:

$$\begin{cases} R_k = S_{Rk}^b R, \\ Q_k = S_{Qk}^c Q. \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $R$  和  $Q$  是定值,  $S_{Rk}^b$  和  $S_{Qk}^c$  是时变自适应调整因子,指数  $b$  和  $c$  是预先选定的常数。根据卡尔曼滤波器的新息特性,自适应调整系统噪声协方差阵和量测噪声协方差阵,当  $S_{Rk}^b = S_{Qk}^c = 1$  时就退化为常规卡尔曼滤波。这里的关键是如何利用新息,并根据新息产生调节因子。对此,本文提出了基于支持向量机

的调节因子产生方法——基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波技术。

## 3 基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波技术

### 3.1 支持向量机介绍

支持向量机是 Vapnik 等学者在统计学习理论的基础上发展起来的一种通用学习机器。它针对小样本情况下的学习问题,基于结构风险最小化的思想,克服了传统机器学习理论必须在样本容量足够大时才能得到理想学习效果的缺点,得到了有限样本下的理想学习效果,并且具有很好的推广能力和泛化性。而神经网络,在样本容量较小时,由于得不到很好的训练使得学习能力下降;当样本容量很大时又容易出现过学习问题,还会不可避免地陷入局部最小,从而得不到全局最优解。所有这些问题在支持向量机理论中都得到了很好的解决。坚实的理论基础和成功的工程应用,使得支持向量机成为世界范围内机器学习领域的热点研究方向<sup>[8-11]</sup>。

经典的支持向量机算法可归结为二次规划问题,虽然所得的解是唯一的最优解,但当样本数目很大时,算法的复杂度便迅速增加。LS-SVM 避开了经典支持向量机求解时的复杂优化运算,通过求解一组线性方程组即可得到唯一的全局最优解,算法的复杂度大大降低,从而更好地满足了工程应用中的实时性要求<sup>[12,13]</sup>。

回归型最小二乘支持向量机算法的简单推导如下:设含有  $l$  个样本的训练集为  $\{y_k, x_k\}_{k=1}^l$ ,  $x_k \in R^n$  是第  $k$  个输入,  $y_k \in R$  是第  $k$  个输出,利用高维特征空间的线性函数

$$y(x_i) = w^T(x_i) + b, \quad i = 1, \dots, l \quad (4)$$

来拟合样本集,非线性映射  $(\cdot)$  将数据集从输入空间映射到高维特征空间。根据统计学习理论的结构风险最小化原理,上面的回归问题可转化为

$$\begin{aligned} \min J(w, e) &= \frac{1}{2} w^T w + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l e_i^2, \\ \text{s.t. } y_i &= w^T(x_i) + b + e_i, \quad i = 1, \dots, l. \end{aligned} \quad (5)$$

其中:  $e_i$  为误差,  $C$  为可调超参数。定义 Lagrange 函数如下:

$$\begin{aligned} L(w, b, e, \lambda) &= J(w, e) - \sum_{i=1}^l \lambda_i \{w^T(x_i) + \\ &\quad b + e_i - y_i\}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\lambda_i$  是 Lagrange 乘子。根据 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 最优条件,可以得到如下的线性方程组:

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}^T \\ \mathbf{1} & + C^{-1} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中

$$Y = [y_1, \dots, y_l], \mathbf{1} = [1 \dots 1], \mathbf{x} = [x_1, \dots, x_l],$$

$$k_{ij} = (x_i)^T (x_j) = k(x_i, x_j), i, j = 1, \dots, l,$$

$k(\cdot, \cdot)$  是核函数. 应用最小二乘法, 求解线性方程组 (7), 可得参数  $a$  和  $b$ , 最后得到如下的 LS-SVM 模型:

$$y(x) = \sum_{i=1}^l k(x, x_i) + b. \quad (8)$$

从上面的推导可以看出, LS-SVM 的训练问题最后归结为一个线性方程组的求解问题, 而不像经典支持向量机归结为一个二次规划问题, 这样使得问题的求解更简单快捷. 在求解过程中只要完成一次矩阵求逆便可获得所有的结构参数. 所以本文在自适应卡尔曼滤波中选取了最小二乘支持向量机来产生自适应因子, 以减小计算量, 提高算法的实时性.

### 3.2 基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波技术

在前面提到自适应卡尔曼滤波最关键的是自适应调节因子的实时获取. 本文根据最新得到的观测数据使用支持向量机实时在线调整噪声方差阵, 可使噪声方差阵根据实际的噪声水平得到动态的调整, 从而提高卡尔曼滤波的性能, 防止滤波器发散.

文献 [14] 介绍了协方差匹配技术, 根据新息协方差的理论值与实际值的一致程度来监测噪声协方差阵与实际噪声水平的一致程度, 在此基础上产生自适应调节因子, 实现滤波器性能的最优化. 在基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波中, 滤波器的自适应调整由以下 3 步组成:

- 1) 求得卡尔曼滤波器新息方差的理论值

$$P_{rk} = H_k ( \begin{matrix} k, k-1 \\ k, k-1 \end{matrix} P_{k-1} \begin{matrix} T \\ k, k-1 \end{matrix} + \begin{matrix} T \\ k-1 \end{matrix} Q_{k-1} \begin{matrix} T \\ k-1 \end{matrix} ) H_k^T + R_k; \quad (9)$$

- 2) 因为新息的理论均值是 0, 根据统计学的相关理论以及参考文献 [7, 15], 可以得到卡尔曼滤波器新息方差的实际值为

$$P_{rk} = \frac{1}{n_{j=k-n+1}^k} r_j r_j^T, \quad (10)$$

这意味着用当前时刻最近的前  $n$  步的新息值来估计新息方差的实际值, 窗宽  $n$  由经验确定 [15];

- 3) 如果发现新息方差的理论值和实际值不一致, 就根据其不一致程度, 利用 SVM 产生自适应调节因子, 以使其不一致程度降低, 从而优化滤波器的性能.

为了监测新息方差的理论值和实际值之间的不一致程度, 定义了一个新的变量

$$DOM_k = \text{diag}(P_{rk}) / \text{diag}(P_k). \quad (11)$$

当滤波器噪声的统计特性比较精确时, 新息序列应

是零均值白噪声, 而且  $DOM_k$  的每一个元素应在 1 附近. 当  $DOM_k$  偏离 1 时, 以  $DOM_k$  作为 SVM 的输入, 输出为  $R$  和  $Q$  的自适应调节因子  $S_{Rk}$  和  $S_{Qk}$ , 通过调节  $R$  和  $Q$  使  $DOM_k$  回到 1 附近.

下面给出基于支持向量机的自适应卡尔曼滤波方程组:

$$\hat{X}_{k/k-1} = \hat{X}_{k-1/k-1}, \quad (12a)$$

$$P_{k/k-1} = \begin{matrix} k, k-1 \\ k, k-1 \end{matrix} P_{k-1} \begin{matrix} T \\ k, k-1 \end{matrix} + \begin{matrix} T \\ k-1 \end{matrix} Q_{k-1} \begin{matrix} T \\ k-1 \end{matrix}, \quad (12b)$$

$$r_k = z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}, \quad (12c)$$

$$P_{rk} = \frac{1}{n_{j=k-n+1}^k} r_j r_j^T, \quad (12d)$$

$$R_k = S_{Rk}^b R, \quad (12e)$$

$$Q_k = S_{Qk}^c Q, \quad (12e)$$

$$P_{rk} = H_k ( \begin{matrix} k, k-1 \\ k, k-1 \end{matrix} P_{k-1} \begin{matrix} T \\ k, k-1 \end{matrix} + \begin{matrix} T \\ k-1 \end{matrix} Q_{k-1} \begin{matrix} T \\ k-1 \end{matrix} ) H_k^T + R_k, \quad (12f)$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T ( P_{rk} )^{-1}, \quad (12g)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k r_k, \quad (12h)$$

$$P_k = ( I - K_k H_k ) P_{k-1}. \quad (12i)$$

## 4 仿真分析

考虑如下两传感器目标跟踪系统 [3]:

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0.5 T^2 \\ T \end{bmatrix} w(t), \quad (13a)$$

$$y_1(t) = [1 \ 0] x(t) + v_1(t),$$

$$y_2(t) = [1 \ 0] x(t) + v_2(t). \quad (13b)$$

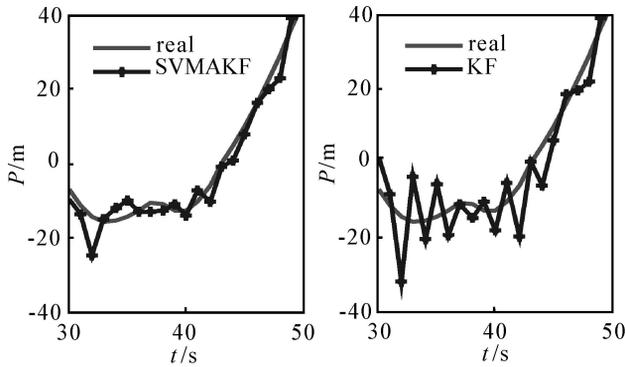
其中:  $T = 2$  是采样周期,  $w(t), v_1(t), v_2(t)$  为零均值、方差各为  $\sigma_w^2 = 0.36, \sigma_{v_1}^2 = 1, \sigma_{v_2}^2 = 10$  的相互独立的 Gaussian 白噪声;  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ ,  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  各为在时刻  $tT$  运动目标的位置和速度. 问题是基于观测  $y(t) = [y_1(t) \ y_2(t)]^T$  求全局最优卡尔曼滤波器  $\hat{x}(t/t)$ , 这里  $y_1(t)$  和  $y_2(t)$  是每个传感器的观测信号. 此处, 仅考虑量测噪声改变时的 SVMA KF 滤波效果, 所以取  $R$  的调节因子  $S_{Rk}^b$  的常值指数  $b = 2, Q$  的调节因子  $S_{Qk}^c$  的常值指数  $c = 0$ .

为了比较 SVMA KF 与传统 KF 方法的估计精度和对量测噪声的鲁棒性, 在仿真时取实际量测噪声为理论量测噪声的 10 倍. 图 1 是分别利用 SVMA KF 和 KF 对位置的跟踪结果对比, 因为纵坐标的范围比较大, 所以只给出了滤波结果的局部放大图. 图 2 是分别利用 SVMA KF 和 KF 对速度的跟踪结果的局部放大.

为了进一步比较 SVMA KF 和 KF 的滤波效果, 表 1 分别列出了两种方法对位置和速度跟踪误差的均值和方差.

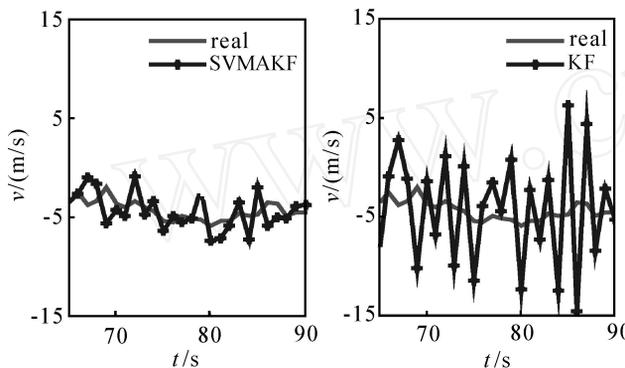
从仿真结果可以看出, 基于支持向量机的自适

应卡尔曼滤波算法的性能要明显优于标准卡尔曼滤波



(a) SVMAKF位置跟踪结果 (b) KF位置跟踪结果

图1 SVMAKF和KF位置跟踪结果局部放大比较



(a) SVMAKF速度跟踪结果 (b) KF速度跟踪结果

图2 SVMAKF和KF速度跟踪结果局部放大比较

表1 SVMAKF和KF的跟踪误差的均值和方差比较

		均值	方差
		位置跟踪误差	SVMAKF
	KF	0.7635	97.8510
速度跟踪误差	SVMAKF	0.0060	3.7894
	KF	-0.0126	13.1102

波算法,尤其当滤波器的系统模型和噪声假设与实际不符合时,基于支持向量机的自适应算法的性能大大优于标准卡尔曼滤波算法。

### 5 结论

本文提出的 SVMAKF 滤波方法,是根据最近  $n$  个滤波新息数据,监测新息序列协方差理论值和实际值比值的大小来评估卡尔曼滤波器的工作状况,利用支持向量机跟踪系统参数的变化;并给出一个合适的自适应调节因子,对卡尔曼滤波器进行在线调节,从而显著改善了卡尔曼滤波器的性能,防止滤波器发散。雷达目标跟踪的仿真结果也说明 SVMAKF 有着比 KF 更高的滤波精度和更强的鲁棒性。

### 参考文献(References)

[1] Paul Zarchan, Howard Musoff. Fundamentals of Kalman filtering: A practical approach [M]. Virginia:

Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.

[2] 秦永元,张洪钺,汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理 [M]. 西安:西北工业大学出版社,2004.  
(Qin Y Y, Zhang H Y, Wang S H. Fundamental of Kalman filter and integrated navigation [M]. Xi'an: Press of Northwestern Polytechnical University, 2004.)

[3] 邓自立. 自校正滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法 [M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003.  
(Deng Z L. Self-tuning filtering theory with applications—Modern time series analysis method [M]. Harbin: Press of Harbin Institute of Technology, 2003.)

[4] Liu S. An adaptive Kalman filter for dynamic estimation of harmonic signals [C]. The 8th Int Conf on Harmonics and Quality of Power. Greece: Jointly Organized by IEEE/PES and NTUA, 1998: 636-640.

[5] Tsai C, Kura L. An adaptive robustizing approach to Kalman filtering [J]. Automatic, 1983, 19(3): 279-290.

[6] Escamilla-Ambrosio P J, Mort N. Multisensor data fusion architecture based on adaptive Kalman filter and fuzzy logic performance assessment [C]. The 5th Int Conf on Information Fusion. Sunnyvale: Int Society of Information Fusion, 2002: 1542-1549.

[7] Sasiadek J Z, Wang Q, Zeremba M B. Fuzzy adaptive kalman filtering for INS/GPS data fusion [C]. Proc of the 15th IEEE Int Symposium on Intelligent Control. Patras, 2000: 181-186.

[8] Vapnik V N. Statistical learning theory [M]. New York: John Wiley & Sons, 1998.

[9] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. New York: Springer, 2000.

[10] Nello Cristianini, John Shawe-Taylor. An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

[11] Burges C J. A tutorial on support vector machines for pattern recognition [J]. Data Mining and Knowledge Discovery, 1998, 2(2): 127-167.

[12] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers [J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.

[13] Suykens J A K, Vandewalle J, De Moor B. Optimal control by least squares support vector machines [J]. Neural Networks, 2001, 14(1): 23-35.

[14] Mehra R K. Approaches to adaptive filtering [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1972, 17(10): 693-698.

[15] Mohamed A H, Shwarz K P. Adaptive Kalman filtering for INS/GPS [J]. J of Geodesy, 1999, 73(4): 193-203.