

文章编号: 1001-0920(2008)08-0874-05

一类受扰时滞离散系统的滑模跟踪控制

牟丽君¹, 高存臣¹, 李娟²

(1. 中国海洋大学 数学科学学院, 山东 青岛 266071; 2. 青岛农业大学 机电工程学院, 山东 青岛 266109)

摘要: 针对一类已知外扰结构的时滞离散系统, 提出基于滑模的跟踪控制策略. 将切换函数看作系统的输出, 把原系统的滑模到达问题转化为对理想系统模型的跟踪问题. 基于内模原理, 针对误差系统与干扰模型的共同系统设计状态反馈控制律, 实现了干扰抑制. 从而说明原系统的状态可以跟踪理想系统的状态, 使切换函数渐近稳定, 避免了抖振的发生, 并获得原系统状态的渐近稳定性. 最后, 给出的仿真算例说明了设计方法的可行性.

关键词: 离散系统; 时滞; 滑模; 跟踪控制; 内模原理

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Sliding mode tracking control for a kind of discrete-time systems with time-delay and disturbance

MU Li-jun¹, GAO Cun-chen¹, LI Juan²

(1. College of Mathematical Science, Ocean University of China, Qingdao 266071; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Qingdao 266109, China. Correspondent: MU Li-jun, E-mail: cherrymu81@yahoo.com.cn)

Abstract: Tracking control strategy is proposed based on sliding mode for a kind of discrete systems with time-delay and disturbance and the structure of the disturbance is known. By considering the switching function as the output of the system, the sliding mode reaching problem is converted to a tracking problem for the ideal control system. Based on internal model principle, a state-feedback control law is designed based on the union system constituted by the error system and the disturbance signal model, and the disturbance rejection is realized. Therefore, the state of the original system can track the state of ideal system. The chattering is avoided for the state of the system on switching plane. Finally, a numerical example for the simulation shows the feasibility of the design method.

Key words: Discrete system; Time-delay; Sliding mode; Tracking control; Internal mode principle

1 引言

滑模控制方法研究起源于 19 世纪 70 年代, 此方法由于对模型不确定性、参数变化以及外部扰动具有鲁棒性, 成为研究非线性系统以及受扰系统的有力工具. 近 30 年来, 针对连续及离散系统的滑模控制理论及应用研究都取得了丰富的成果^[1-4]. 然而, 滑模控制系统由于自身的特点以及实际系统的非理想因素, 决定了系统的状态会在切换流形附近产生抖振, 特别是控制器的不停切换容易激发高频振荡, 使系统的动态品质变坏甚至不稳定. 因此, 如何削弱抖振一直是滑模控制领域内的活跃课题. 对于离散系统, 自从高为炳^[1]提出了趋近律方法后, 文献[5-8]等相继提出了几种改进的趋近律方法来削

弱抖振的振幅, 并取得了良好的效果, 但仍存在控制结构切换, 不能避免抖振. 文献[9]提出了一种相对简单的避免控制切换的方法, 使系统最终进入切换流形附近的有界区域.

在实际系统中, 系统的状态存在着时间滞后(简称时滞), 如化工过程中的温度采样具有时滞、通信中的信号传输具有时滞. 因此, 研究具有时滞的离散系统的控制器设计与分析问题便成为当今世界众多学者普遍关注的问题. 对于时滞离散系统的研究, 目前已有若干成果^[10,11], 但对于离散时滞滑模控制的研究并不多见. 张新政^[12]等将非时滞系统的有关概念平推到时滞系统, 但系统在滑模面上的运动方程是时滞系统, 从而使系统的性质研究仍存在困难.

收稿日期: 2007-05-25; 修回日期: 2007-10-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60674020); 山东省自然科学基金项目(Z2006G11).

作者简介: 牟丽君(1981—), 女, 山东青州人, 博士生, 从事控制理论与应用等研究; 高存臣(1956—), 男, 山东莱阳人, 教授, 博士生导师, 从事控制理论与应用等研究.

如何使系统满足期望的动态性能,是一个困难而有重要实际意义的课题。

本文研究了干扰是已知结构的确定性函数的外部扰动情况,通过扩维法将时滞离散系统转化为不带时滞的系统,针对无时滞系统设计了切换流形.考虑到本文干扰的特点,设计了滑模跟踪控制律,使系统的状态运动跟踪理想的滑模面上的状态运动,从而避开了由于控制结构改变而产生的抖振。

2 问题描述

考虑受扰时滞离散系统

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) = & \\ & \bar{A} \bar{x}(k) + \sum_{i=1}^h \bar{A}_h^i \bar{x}(k-i) + \bar{B} u(k) + \bar{B}^{-1} v(k). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}(k) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 和 $u(k) \in \mathbf{R}^{m \times 1}$ 是系统的状态向量与输入向量; $v(k) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ 是已知动态特性的外来扰动信号; $\bar{A}, \bar{B}, \bar{A}_h^i, \bar{B}^{-1}$ 均为适当维数的矩阵,矩阵 \bar{B}^{-1} 列满秩,且 \bar{B}^{-1} 满足匹配条件,即存在矩阵 $D \in \mathbf{R}^{m \times m}$,使得 $\bar{B}^{-1} = \bar{B} D$; h 是任意正整数。

系统的初始条件为

$$\bar{x}(0) = \bar{x}_0, \bar{x}(i) = 0, i < 0.$$

外来扰动信号结构模型如下:

$$\begin{cases} v(k+1) = v(k), \\ v(k) = W v(k). \end{cases}$$

其中: $v(k) \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, $W \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 是能控标准型,且特征值不在单位圆内。

根据已知条件可设 $\det(B_1) \neq 0$, 其中 $\bar{B}^{-1} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$, $B_1 \in \mathbf{R}^{m \times m}$, $B_2 \in \mathbf{R}^{(n-m) \times m}$. 对系统(1)作非奇异线性变换 $x(k) = T \bar{x}(k)$, 其中

$$T = \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ -B_2 B_1^{-1} & I_{n-m} \end{bmatrix}.$$

显然 $B = T \bar{B}^{-1} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$, 于是状态方程可转化为如下标准型:

$$\begin{aligned} x(k+1) = & \\ & A x(k) + \sum_{i=1}^h A_h^i x(k-i) + B u(k) + B^{-1} v(k), \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$A = T \bar{A} T^{-1}, A_h^i = T \bar{A}_h^i T^{-1}, B = T \bar{B}^{-1}.$$

3 无时滞转化过程

本文中用到的范数为 1-范数,即

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|.$$

令

$$z(k) = (x^T(k) \ x^T(k-1) \ \dots \ x^T(k-h))^T,$$

则原时滞系统(2)等价于如下无时滞增广系统:

$$z(k+1) = G z(k) + H u(k) + H^{-1} v(k). \quad (3)$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} A & A_h^1 & \dots & A_h^{h-1} & A_h^h \\ I_n & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_n & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & I_n & 0 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H^{-1} = \begin{bmatrix} B^{-1} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

引理 1 若无时滞系统(3)的状态轨线渐近稳定,则原时滞系统(2)的状态轨线也渐近稳定。

证明 由 Lyapunov 渐近稳定的定义及 $z(k)$ 与 $x(k)$ 的关系容易得证。

4 控制律设计过程

4.1 滑模面选择

为选择合适的切换函数,首先考虑理想状态下的标称系统

$$\begin{cases} z_1(k+1) = G_{11} z_1(k) + G_{12} z_2(k) + B_1 u(k), \\ z_2(k+1) = G_{21} z_1(k) + G_{22} z_2(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$z(k) = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix},$$

$z_1(k) \in \mathbf{R}^{m \times 1}$, $z_2(k) \in \mathbf{R}^{(n-m) \times 1}$, $G_{i,j} (i, j = 1, 2)$ 是相对应的适当维数的矩阵。

选择线性切换函数

$$s(k) = C z(k) = z_1(k) + C_2 z_2(k), \quad (5)$$

当运动到达滑模面 $s(k) = 0$ 时,系统在滑模面上的运动方程为

$$\begin{cases} z_2(k+1) = (G_{22} - G_{21} C_2) z_2(k), \\ z_1(k) = -C_2 z_2(k). \end{cases} \quad (6)$$

因此,滑模面上的运动可通过选择 C_2 获得期望的动态品质.若 (G_{22}, G_{21}) 能控,则可通过极点配置法得到 C_2 ,并使 $C_{20} = G_{22} - G_{21} C_2$ 具有指定的极点。

注 1 由 G_{20} 的特点,对任意对称正定矩阵 Q ,方程 $G_{20}^T X G_{20} - X = -Q$ 必存在唯一的对称正定解 X 。

为保证系统到达滑模面后不再离开,需满足 $s(k+1) = 0$,由此得到理想状态下的等效控制律

$$u_{eq}^n(k) = -(CH)^{-1} C G z(k), \quad (7)$$

而且若 $s(k) = 0$,则等效控制律(7)可在理想状态下使标称系统一步到达 $s(k+1) = 0$ 。

4.2 非理想准滑模运动分析

事实上,在实际运动中系统很难恰好到达理想的滑模面,只能在滑模面附近运动,因此有必要讨论在滑模面附近的运动最终进入有界区域. 其中

$$\begin{aligned} &= 1 \quad 2, \quad 1 = \{s(k) \mid s(k)\}, \\ z &= \left\{ z_2(k) \mid z_2(k) \frac{2 + \sqrt{\frac{2}{2} + 1} 3}{1} \right\}, \\ 1 &= \min_i \{i(Q)\}, \quad 2 = \max_i \{i(G_{20}^T P G_{21})\}, \\ 3 &= \max_i \{i(G_{21}^T P G_{21})\}, \end{aligned}$$

P 是 $G_{20}^T X G_{20} - X = -Q$ 的唯一对称正定解, Q 是任意对称正定阵, ϵ 是较小的正数,由 $s(k)$ 的运动决定.

证明 将 $s(k) = Cz(k)$ 和 $s(k)$ 代入式(4),得关于 $z_2(k)$ 和 $s(k)$ 的运动方程为

$$\begin{cases} z_2(k+1) = G_{20} z_2(k) + G_{21} s(k), \\ s(k) \end{cases}$$

选取候选 Lyapunov 函数

$$V(k) = z_2^T(k) P z_2(k),$$

则

$$\begin{aligned} V(k) &= V(k+1) - V(k) = \\ & z_2^T(k) (G_{20}^T P G_{20} - P) z_2(k) + z_2^T(k) G_{20}^T P G_{21} s(k) + \\ & s^T(k) G_{21}^T P G_{20} z_2(k) + s^T(k) G_{21}^T P G_{21} s(k) \\ & - 1 z_2(k)^2 + 2 2 z_2(k) s(k) + \\ & 3 s(k)^2 \\ & - 1 z_2(k)^2 + 2 2 z_2(k) + 3^2 < 0. \end{aligned}$$

上式满足的条件是 $z_2(k) > \frac{2 + \sqrt{\frac{2}{2} + 1} 3}{1}$,

所以集合 Ω_2 是正不变集,因此系统的状态轨线最终进入 Ω_2 .

注2 若 $s(k)$ 渐近稳定,即对 $\forall \epsilon > 0$,当 k

时, $z_2(k) < \frac{2 + \sqrt{\frac{2}{2} + 1} 3}{1}$,则可认为系

统的状态渐近稳定.

4.3 确定误差系统

虽然理想的滑模运动状态不可能实现,但仍希望系统的状态运动轨线可以跟踪理想的状态运动轨线,实际的切换函数可以跟踪理想的切换函数,以使整个系统获得良好的动态运动品质. 因此,将切换函数看作系统的输出,选择理想的滑模运动方程作为参考模型,具体如下:

$$\begin{cases} z_d(k+1) = G_{z_d}(k) + H u_{eq}^n(k), \\ s_d(k) = C z_d(k). \end{cases} \quad (8)$$

令

$$\begin{aligned} e(k) &= z(k) - z_d(k), \\ y(k) &= s(k) - s_d(k), \\ u(k) &= u_f(k) + u_{eq}^n(k), \end{aligned}$$

则误差系统为

$$\begin{cases} e(k+1) = G e(k) + H u_f(k) + H \epsilon(k), \\ y(k) = C e(k). \end{cases} \quad (9)$$

本节目的是设计控制器 $u(k)$ 使切换函数 $s(k)$ 渐近稳定,即在误差系统中使输出渐近稳定. 因此,问题转化为对误差系统实现扰动抑制. 由于非零扰动的结构特性已知,并令 $y(k)$ 为模型输入,可以导出植入受控系统的干扰模型 e_c (通常称这个置于系统内部的外部信号模型为内模),该部分可以补偿扰动对系统的影响,实现扰动抑制. 植入的 e_c 的传递函数与已知结构特性的干扰模型的传递函数具有相同的极点.

植入的干扰模型如下:

$$x_c(k+1) = A_c x_c(k) + B_c y(k). \quad (10)$$

其中

$$A_c \in \mathbf{R}^{n_l \times n_l}, B_c \in \mathbf{R}^{n_l \times n_m}, T = [0 \dots 1],$$

$$A_c = \begin{bmatrix} & & \\ & \ddots & \\ & & \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} & & \\ & \ddots & \\ & & \end{bmatrix}.$$

引理3 受扰系统与未受扰系统具有相同的结构稳定性.

证明 扰动作用下系统的结构如图1所示.

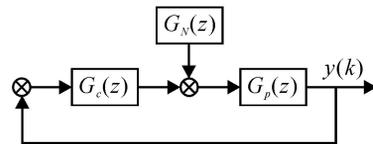


图1 传递函数结构图

由系统结构图可知,未受扰系统的传递函数为

$$G(z) = \frac{G_c(z) G_p(z)}{1 + G_c(z) G_p(z)},$$

受扰系统的传递函数为

$$\tilde{G}(z) = G_N(z) \frac{G_p(z)}{1 + G_c(z) G_p(z)}.$$

显然, $G_c(z)$ 和 $G_N(z)$ 极点相同,所以 $G(z)$ 和 $\tilde{G}(z)$ 具有相同的极点,即受扰系统与未受扰系统具有相同的结构稳定性.

将控制器分伺服补偿器与镇定补偿器两部分设计. 将伺服补偿器取为干扰模型和比例控制律的串联,有

$$\begin{aligned} x_c(k+1) &= A_c x_c(k) + B_c y(k), \\ u_1 &= -K_c x_c(k). \end{aligned}$$

将镇定补偿器取为受控系统的状态反馈,有

$$u_2 = -K_1 e(k).$$

图 2 为状态空间描述.

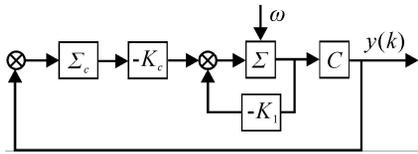


图 2 状态空间描述框图

图中： x_c 表示

$$x_c(k+1) = A_c x_c(k) + B_c y(k),$$

表示

$$e(k+1) = Ge(k) + Hu_f(k) + H(k),$$

得联合系统的状态空间描述如下：

$$\begin{cases} e(k+1) = Ge(k) + Hu_f(k) + H(k), \\ x_c(k+1) = A_c x_c(k) + B_c Ce(k). \end{cases} \quad (11)$$

由控制器的结构知 $u_f(k)$ 具有如下形式：

$$u_f(k) = -K_1 e(k) - K_c x_c(k).$$

令 $F^T = [H^T \ 0] F^T = [H^T \ 0],$

$$G(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} G & 0 \\ B_c C & A_c \end{bmatrix},$$

则系统 (11) 可写为

$$x(k+1) = E x(k) + F u_f(k) + F(k). \quad (12)$$

引理 4^[13] 若 (E, F) 能控, 则受扰联合系统 (12) 在控制律 $u_f(k) = -K x(k) = -K_1 e(k) - K_c x_c(k)$ 的作用下实现输出渐近稳定. K 由极点配置法得到, 使 $L = E - FK$ 具有指定极点, 且都在单位圆内.

定理 1 若 (G_{22}, G_{21}) 和 (E, F) 能控, 则在控制律 $u(k) = u_{eq}(k) + u_f(k)$ 作用下, 增广系统 (3) 闭环渐近稳定. 所以原时滞系统 (2) 也渐近稳定.

证明 由引理 1, 引理 2 和引理 4 知, 原时滞系统 (2) 闭环渐近稳定.

5 仿真例子

考虑受扰时滞离散线性系统, 其中系统的各常数矩阵及干扰模型系数矩阵如下：

$$A = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.5 \\ 0.7 & -0.9 \end{bmatrix}, \quad A_h = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_h = [1 \ 0]^T,$$

$$A_c = 1, \quad B_c = 1, \quad h = 1.$$

初始条件 $x(0) = [1 \ -0.5]^T$. 在滑模面上给定极点 $(0.3, -0.3, 0.1)$, 由极点配置可得

$$C = [1 \ -2.275 \ 0.593 \ 0.228].$$

记 $C_1 = [1 \ -2.275], \quad C_{1d} = [0.593 \ 0.228]$, 给定联合方程的极点 $(0.5, 0.4, 0.3, -0.2, -0.4)$, 得状态反馈矩阵

$$K = [0.7 \ 1.509 \ 0.143 \ 0.11 \ 0.431].$$

记 $K_1 = [0.7 \ 1.509], \quad K_2 = [0.143 \ 0.11], \quad K_c = 0.431$, 得控制律

$$u(k) = -K_1 x(k) - K_2 x(k-1) - K_c x_c(k) - (K_1 + C_1 A + C_{1d}) x_d(k) - (K_2 + C_1 A_d) x_d(k-1).$$

仿真结果如图 3 ~ 图 6 所示. 由图可以看出, 系统在 $u(k)$ 作用下实现了对期望滑模运动的跟踪.

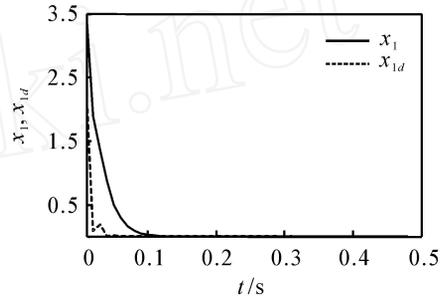


图 3 状态 1 的变化曲线

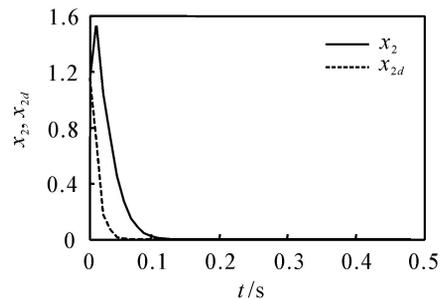


图 4 状态 2 的变化曲线

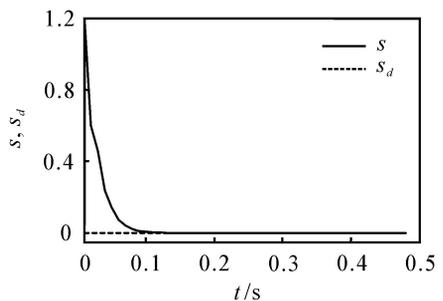


图 5 切换函数的变化曲线

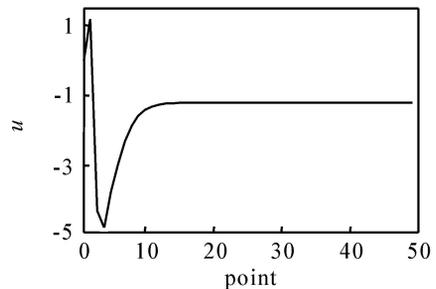


图 6 控制输出

6 结论

本文研究了一类已知干扰结构的受扰时滞离散系统的有记忆控制问题. 针对滑模控制方法设计的

特点,选择使系统运动跟踪理想滑模运动的策略,避免了控制器切换,从而避开了由于控制器不停切换而产生的抖振对系统的影响.基于内模原理,设计了针对误差系统与干扰信号的有记忆状态反馈控制律,使原系统在此控制律作用下可以最终跟踪期望的滑模运动.仿真例子验证了设计的可行性.但对于不满足匹配条件的干扰及不确定系统的问题还需进一步探讨.

参考文献(References)

- [1] Weibing Gao, Yufu Wang, Abdolah Homaifa. Discrete-time variable structure control systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1995, 42(2): 117-122.
- [2] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
(Gao W B. The theory and design methods of variable structure control[M]. Beijing: Science Press, 1996.)
- [3] 卢建宁, 张彦虎, 赵光宙. 离散时滞切换系统的无记忆状态反馈镇定[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 941-945.
(Lu J N, Zhang Y H, Zhao G Z. Memoryless state feedback stabilization for discrete switched systems with time delay[J]. Control and Decision, 2006, 21(8): 941-945.)
- [4] 高存臣, 袁付顺, 肖会敏. 时滞变结构控制系统[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
(Gao C C, Yuan F S, Xiao H M. Time-delay variable structure control system[M]. Beijing: Science Press, 2004.)
- [5] Xiao Yanhong, Zhou Jinglin, Ge Zhaoyan, et al. The reaching law for variable structure control of discrete time system based on attenuating control[J]. Control Theory and Application, 2002, 19(3): 450-452.
- [6] Veluvolu K C, Soh Y C, Cao W. Robust discrete-time nonlinear sliding mode state estimation of uncertain nonlinear systems[J]. Int J of Robust Nonlinear Control, 2007, 17(9): 803-828.
- [7] 盛严, 王超, 陈建斌. 变结构控制的指数趋近律改进方法[J]. 西安交通大学学报, 2003, 37(1): 108-110.
(Sheng Y, Wang C, Chen J B. Variable structure control based on modified exponential approach law for structure control[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 2003, 37(1): 108-110.)
- [8] 李文林. 离散时间系统变结构控制的趋近律问题[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1267-1270.
(Li W L. Reaching law of discrete-time variable structure control systems[J]. Control and Decision, 2004, 19(11): 1267-1270.)
- [9] Chih-Chiang Cheng, Ming-Hsiung Lin, Jia-Ming Hsiao. Sliding mode controllers design for linear discrete-time systems with matching perturbations[J]. Automatica, 2000, 36(11): 1205-1211.
- [10] Xinkai Chen. Adaptive sliding mode control for discrete time multi-input multi-output systems [J]. Automatica, 2006, 42(5): 427-435.
- [11] Shengyuan Xua, James Lamb, Chengwu Yang. Quadratic stability and stabilization of uncertain linear discrete-time systems with state delay[J]. Systems & Control Letters, 2001, 43(1): 77-84.
- [12] 张新政, 邓则名, 高存臣. 滞后离散线性定常系统的准滑模变结构控制[J]. 自动化学报, 2002, 28(4): 625-630.
(Zhang X Z, Deng Z M, Gao C C. Quasi-sliding mode VSC for discrete linear constant system with time delay[J]. Acta Automatic Sinica, 2002, 28(4): 625-630.)
- [13] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Zheng D Z. Linear system theory [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

(上接第 873 页)

- [14] 陆启韶. 现代数学基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1997: 96-99.
(Lu Q S. Fundamentals of modern mathematics[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1997: 96-99.)
- [15] 李红军, 秦永胜, 徐用懋. 化工过程中的数据协调及显著误差检测[J]. 化工自动化及仪表, 1997, 24(2): 25-32.
(Li H J, Qin Y S, Xu Y M. Data reconciliation and gross error detection in chemical process[J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 1997, 24(2): 25-32.)