

文章编号: 1001-0920(2008)08-0879-04

局部加权组合状态空间系统正交梯度辨识

衷路生^{1,2}, 宋执环¹

(1. 浙江大学 a. 工业控制技术国家重点实验室, b. 工业控制研究所, 杭州 310027;

2. 华东交通大学 电气与工程学院, 南昌 330013)

摘要: 提出了局部加权组合状态空间模型参数的正交梯度辨识方法. 局部状态空间模型用全参数化形式描述, 同时选用正则化径向基函数作为分状态的加权因子. 通过优化系统输出误差得到了系统矩阵、径向基函数中心与带宽的参数估计. 仿真结果表明, 所提出的方法用于非线性动态系统的建模是有效的.

关键词: 系统辨识; 参数估计; 局部线性化; 径向基函数; Levenberg-Marquardt (LM) 算法

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Identification of composite local linear weighted state-space systems by orthogonal gradient search

ZHONG Lu-sheng^{1,2}, SONG Zhi-huan¹

(1a. State Key Lab of Industrial Control Technology, 1b. Institute of Industrial Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. School of Electrical and Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China. Correspondent: SONG Zhi-huan, E-mail: zhsong@iipc.zju.edu.cn)

Abstract: An identification approach by projected gradient search is proposed for parameter estimation of weighted combination of local linear state-space models. The system matrices of the local linear models are full parameterized and normalized radial basis functions are used for the weights. The system matrices of the local models and the centres and widths of the radial basis functions are determined by iteratively optimizing the output-error cost function. A simulation result shows the effectiveness of the proposed identification method in the approximation of non-linear dynamic systems.

Key words: System identification; Parameter estimation; Local linear modeling; Radial basis functions; Levenberg-Marquardt (LM) algorithm

1 引言

局部线性化方法是处理非线性问题的有力工具, 广泛应用于非线性系统建模、控制、滤波等领域. 其基本思想是: 将非线性系统的工作区域划分为若干小的子区间, 在各子区间中用线性方法对原非线性系统建模; 然后用各个线性模型的加权和逼近整个工作区域的非线性系统. 利用局部线性化的原理, 文献[1]给出了径向基函数神经网络在当前点进行一阶线性展开的参数估计迭代算法. 此外, T-S 模糊模型^[2]、混合多模型系统建模^[3,4]等也利用了局部线性化的思想.

本文讨论非线性系统的局部线性模型加权组合

辨识问题. 局部线性模型选用状态空间模型, 这是由于状态空间模型具有以下优点^[5]: 1) 状态空间模型具有良好的线性映射能力, 常用的 ARMA, AR 等线性系统都可由状态空间模型等价表示; 2) 状态空间模型可以给系统分析、系统设计和控制带来方便; 3) 状态空间模型能以较少的参数描述多输入-多输出系统^[4,5]. 如果利用 ARMA 模型或者神经网络模型描述动态系统 $y_k = g(y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-r}, u_k, u_{k-1}, \dots, u_{k-r})$, 其时滞参数为 r , 采用状态空间描述的状态阶次为 n , 则有关系^[6] $n \geq r + 2n + 1$.

状态空间模型辨识的主要难点是, 输入-输出等价类使得参数容易陷入局部极小. 本文利用优化分析的思想, 在输入-输出等价类正交垂平面方向

收稿日期: 2007-06-04; 修回日期: 2007-09-30.

基金项目: 国家 973 计划项目(2002CB312203-02); 浙江省自然科学基金项目(601114).

作者简介: 衷路生(1979—), 男, 江西信丰人, 博士生, 从事系统辨识、信号处理的研究; 宋执环(1962—), 男, 安徽六安人, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断、预测控制等研究.

优化状态空间模型参数,最后将提出的方法用于多输入多输出非线性动态系统的数值仿真.

2 辨识问题描述

考虑如下形式的线性时不变离散状态空间系统:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^q \alpha_i(k) (A_i x_k + B_i u_k + G_i v_k), \\ y_k &= C x_k + D u_k + v_k. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: x_k 是 n 维状态向量; y_k 是 l 维输出观测向量; u_k 是 m 维输入观测向量; 系统参数矩阵 A_i, B_i, G_i, C, D 是适当维数的矩阵; v_k 是 l 维测量噪声向量,服从均值为 0, 协方差矩阵为 $\sigma^2 I_l$ 的高斯分布; q 是分段模型数; α_i 是 R 是 k 的未知非线性函数, 表示第 i 个状态模型相对应的权系数, 满足 $\sum_{i=1}^q \alpha_i = 1$; $k \in R^s$ 表示 k 时刻系统的工作点, 通常和输入 u_k 有关, 即

$$k = k(u_k). \quad (2)$$

其中 $(\cdot): R^m \rightarrow R^s$ 是已知非线性映射函数, 本文取 $(u_k) = u_k$.

常用的系数加权方法有等权重法和遗忘因子法. 本文用径向基函数正则化^[4]方法设定分段加权系统: 设 k 时刻第 i 个径向基函数为

$$r_i(u_k, c_i, w_i) = \exp(- (u_k - c_i)^T ((u_k - c_i)/w_i^2)), \quad (3)$$

其中 $w_i \in R, c_i \in R^m$ 分别是第 i 个径向基函数带宽和中心, 则第 i 个状态向量的权系数是

$$\alpha_i(u_k, c_i, w_i) = \frac{r_i(u_k, c_i, w_i)}{\sum_{j=1}^s r_j(u_k, c_j, w_j)}, \quad j = 1, 2, \dots, s. \quad (4)$$

式(1)定义的分段加权状态空间模型可以逼近如下的随机非线性系统:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f(x_k, u_k), \\ y_k &= C x_k + D u_k + v_k, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $f(\cdot)$ 是有界光滑函数.

为分析方便, 引入如下矩阵:

$$\begin{aligned} A &= [A_1, A_2, \dots, A_q], \quad B = [B_1, B_2, \dots, B_q], \\ G &= [G_1, G_2, \dots, G_q]. \end{aligned}$$

定义状态空间参数向量

$$\begin{aligned} \theta &= [\text{vec}(A)^T, \text{vec}(B)^T, \text{vec}(G)^T, \\ &\quad \text{vec}(C)^T, \text{vec}(D)^T]^T. \end{aligned}$$

其中: $R^d, d_1 = n^2 + n(m+2l) + lm$ 是系统参数总个数, 符号 $\text{vec}(\cdot)$ 表示对矩阵进行拉直运算. 定义径向基函数参数向量 $\omega = [(c_1)^T, (c_2)^T, \dots, (c_q)^T, w_1, w_2, \dots, w_q]^T$, 可知 $R^{d_2}, d_2 = (m+1)q$. 此外, 定义系统参数向量为 $\theta = [\theta^T, \omega^T]^T$.

辨识问题可以表述为: 给定分段模型数 q 及输入-输出观测序列 (U_N, Y_N) , 其中

$U_N = \{u_1, u_2, \dots, u_N\}, Y_N = \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$. 估计参数矩阵 $A_i, B_i, G_i, C, D, w_i (i = 1, 2, \dots, q)$, 使得以下目标函数达到最小:

$$\begin{aligned} J_N(\theta, \omega) &= J_N(\theta, \omega) = \\ &= \sum_{k=1}^N \|y_k - \hat{y}_{k|k-1}(\theta, \omega)\|^2 = \\ &= \sum_{k=1}^N e_k^T(\theta, \omega) E_N^T(\theta, \omega) E_N(\theta, \omega), \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$e_k(\theta, \omega) = y_k - \hat{y}_{k|k-1}(\theta, \omega).$$

并且假定目标函数 $J_N(\theta, \omega)$ 对任意的参数 $\theta, \omega (i = 1, 2, \dots, d_1, j = 1, 2, \dots, d_2)$ 都二次连续可微, $\hat{y}_{k|k-1}(\theta, \omega)$ 表示基于 $(k-1)$ 时刻对 k 时刻系统输出的一步超前预报, 可由以下均方一步最优估计器计算:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k}(\theta, \omega) &= \sum_{i=1}^q \alpha_i(u_k, \omega) [A_i \hat{x}_{k|k-1}(\theta, \omega) + \\ &\quad \tilde{B}_i u_k + G_i v_k], \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = C \hat{x}_{k|k-1} + D u_k,$$

$$A_i = A_i - G_i C, \quad \tilde{B}_i = B_i - G_i D.$$

3 梯度优化分析

求解式(6)的参数估计是一个非线性优化问题. 本文首先给出了基于 LM 算法以及一维搜索策略的参数二步递阶优化方法; 然后提出了在正交垂平面进行参数优化的实现原理; 最后得到了径向基函数参数的梯度计算方法.

3.1 系统参数的二步递阶优化方法

本文采用二步递阶优化方法来辨识状态空间系统参数. 第 1 步: 用自适应步长因子的 LM 算法得到参数的更新方向; 第 2 步: 由一维搜索方法计算系统参数沿更新方向的最佳步长.

LM 算法是处理非线性优化问题的有力工具, 在神经网络学习、动态系统建模、信号处理^[7,8]等领域得到了广泛应用. 本文先介绍状态空间系统基于 LM 算法的梯度参数估计原理, 如定理 1 所述.

定理 1 若动态系统(1) 满足如下条件:

1) 系统输入序列 U_N , 输出序列 Y_N 有界; 2) 由式(11)定义的 $T(\cdot)$ 恒为正定矩阵; 则对任意的 $(0, 1)$, 都存在着 $\delta > 0$, 使得只要 $\delta > 0$, 对于可行域中任意的参数 θ 都有

$$J_N(\theta + p(\delta, \theta)) = J_N(\theta) + g(\theta)^T p(\delta, \theta), \quad (8)$$

其中 $p(\delta, \theta)$ 是下式的解:

$$T(\theta + W(\delta)) p(\delta, \theta) = -g(\theta). \quad (9)$$

式中

$$g(\theta) = \nabla J_N(\theta) = 2R(\theta)^T E_N(\theta, \omega),$$

$$R(\cdot) = \frac{\partial E_N(\cdot)}{\partial \tau} = [R(\cdot) \dots R(\cdot)],$$

$$R(\cdot)_{i,k} = \frac{\partial e_i(\cdot)}{\partial k} \approx$$

$$\lim_0 \frac{e_i(\cdot, + I_{d_i}(\cdot, k)) - e_i(\cdot,)}{},$$

$$R(\cdot)_{i,j} = \frac{\partial e_i(\cdot)}{\partial j},$$

$$i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, d,$$

$$k = 0, 1, \dots, d_2. \quad (10)$$

$R(\cdot)$ 称为误差向量对系统参数的梯度矩阵, $R(\cdot)$ 称为误差向量对状态空间模型参数的梯度矩阵, $R(\cdot)$ 称为误差向量对径向基函数的梯度矩阵.

$$T(\cdot) = 2R(\cdot)^T R(\cdot). \quad (11)$$

证明 条件 1) 和 2) 保证了系统(1)的观测输出有界,进而确保了 $g(\cdot)$, $T(\cdot)$ 的存在性. 将状态空间系统全参数形式的 LM 算法结论^[7] 应用于正交垂平面的参数优化,即可证明定理 1,从略.

由于矩阵 $T(\cdot)$ 恒为正定矩阵,同时 $W(\cdot)$ 为一连续的正定对角阵,由式(9)有 $g(\cdot)^T p(\cdot) < 0$. 定理 1 说明,当式(6)的目标函数 $J_N(\cdot)$ 还没达到最小值,适当选择 α 并以式(9)的解 $p(\cdot)$ 作为参数增量,总能使目标函数 $J_N(\cdot)$ 值获得一定的下降量.

在参数更新的方向 $p(\cdot)$ 确定后,还要计算出沿这个方向使目标函数下降最多的最佳步长,即求解

$$\arg \min J_N(\cdot + p(\cdot, \alpha)) =$$

$$\arg \min_{k=1}^N y_k - \hat{y}_{k|k-1}(\cdot + p(\cdot, \alpha))^2. \quad (12)$$

在优化理论中,求解式(12)称为一维搜索,常用的方法有^[7]: Fibonacci 方法、0.618 法、抛物线插值法、切线法及二分法等.

3.2 正交垂平面上的状态空间参数误差梯度计算

对于动态系统(1),极小化目标函数(6)得到的参数估计并不唯一,而是由定理 2 给出的一簇参数集.

定理 2 动态系统(1)在输入-输出观测序列 (U_N, Y_N) 上等价于由参数

$$\tilde{\cdot} = [\tilde{A}^T, \tilde{B}^T]^T,$$

$$\tilde{\cdot} = [\text{vec}(\tilde{A})^T, \text{vec}(\tilde{B})^T, \text{vec}(\tilde{C})^T,$$

$$\text{vec}(\tilde{D})^T, \text{vec}(\tilde{G})^T]^T \quad (13)$$

确定的动态系统,其中

$$\tilde{A} = [TA_1 T^{-1}, TA_2 T^{-1}, \dots, TA_q T^{-1}],$$

$$\tilde{B} = [TB_1, TB_2, \dots, TB_q],$$

$$\tilde{G} = [TG_1, TG_2, \dots, TG_q],$$

$$\tilde{C} = CT^{-1}, \tilde{D} = D.$$

$T \in R^{n \times n}$ 为非奇异矩阵.

类似于线性系统的相似变换定理的证明可得定理 2 的结论,证明略.

定理 2 表明,如果式(6)的优化问题得到的解满足相似原理,则式(6)的目标函数值将保持不变,即陷入了局部极小值. 接下来采用局部线性化方法分析输入-输出等价类,同时提出正交梯度搜索的方法来解决局部极小值问题.

考虑将单位阵叠加微小矩阵摄动作为变换矩阵,即 $T = I_n + \Delta T$, 由矩阵摄动 ΔT 的一阶逼近,同时利用矩阵的拉直公式^[7],可得

$$\tilde{\cdot} \approx \tilde{\cdot} + Q \text{vec}(\Delta T). \quad (14)$$

其中

$$Q = \begin{bmatrix} \text{part1} \\ \text{part2} \\ \text{part3} \end{bmatrix}, \text{part1} = \begin{bmatrix} -I_n \otimes A_1 + A_1^T \otimes I_n \\ \dots \\ -I_n \otimes A_q + A_q^T \otimes I_n \end{bmatrix},$$

$$\text{part2} = \begin{bmatrix} B_1^T \otimes I_n \\ \dots \\ B_q^T \otimes I_n \end{bmatrix}, \text{part3} = \begin{bmatrix} G_1^T \otimes I_n \\ \dots \\ G_q^T \otimes I_n \\ -I_n \otimes C \\ 0_{im \times n^2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

为了克服输入-输出等价类对目标函数的取值不变性影响,应在状态空间模型参数相切平面的正交垂平面方向 Q 上更新系统参数. 矩阵 Q 可通过奇异值分解或 QR 分解计算得到,具体过程为:设矩阵的 Q 秩为 r ,对矩阵 Q 进行奇异值分解得到 $Q = USV^T$,则 Q 为矩阵 U 的第 $r+1$ 列到最后一列所组成的子矩阵.

状态模型参数与输入-输出等价类正交垂平面方向参数 $\tilde{\cdot}$ 的关系为 $\tilde{\cdot} = Q \tilde{\cdot}$. 本文考虑模型参数输入输出等价类后,不直接计算式(10)中的 $R(\cdot)$,而是先计算误差向量 $E_N(\cdot)$ 在模型参数相平面的正交垂平面方向上导数 $R(\cdot)$,然后再计算 $R(\cdot)$. 采用导数逼近的方法计算 $R(\cdot)$,其计算方法为:假设 $Q_{(i,\cdot)}$ 表示矩阵 Q 的第 i 列, $R(\cdot)_{(i,\cdot)}$ 表示矩阵 $R(\cdot)$ 的第 i 列 ($i = 1, 2, \dots, d$, d 是矩阵 Q 的维数),则输出误差向量 $E_N(\cdot)$ 对正交垂平面 Q 方向上参数 $\tilde{\cdot}_i$ 的导数的数值逼近式为

$$R(\cdot)_{(i,\cdot)} = \frac{\partial E_N(\cdot)}{\partial \tilde{\cdot}_i} \approx$$

$$\lim_0 \frac{E_N(\cdot + Q_{(i,\cdot)} \Delta \tilde{\cdot}_i) - E_N(\cdot)}{\Delta \tilde{\cdot}_i}, \quad (16)$$

则式(10)中的 $R(\cdot)$ 的计算式为

$$R(\cdot) = [(Q)^T]^+ R^T(\cdot), \quad (17)$$

其中 $[(Q)^T]^+$ 是最小二乘广义逆.

3.3 辨识算法小结

本节将对以上内容进行总结,给出局部加权状态空间系统参数的正交梯度二步递阶优化思想的辨识算法.以下是具体的算法步骤:

Step1: 选取连续的下对角矩阵 $W = I$,同时选取 $(0, 1)$, 设定梯度范数阈值 ϵ 和近似导数步长 Δ .

Step2: 设定系统输出误差和步长因子对 (E_i, μ_i) ($i = 1, \dots, s$) 满足 $E_{i+1} > E_i, \mu_{i+1} > \mu_i$.

Step3: 设定系统参数初始值 $\theta = \theta_0$,使之满足定理1的输入-输出有界条件,并记迭代次数标记 $j = 0$,置 $\theta_0 = \mu_1, M = \mu_1$.

Step4: 依据式(15)计算输入-输出等价类相切平面 Q ,由 Q 的奇异值分解得到正交垂平面 Q^\perp ,由式(9),(10),(16),(17)得到 $R(\theta)$, $R(\theta)$ 和 $g(\theta)$.如果 $g(\theta)$ 的二范数小于 ϵ ,则停止计算;否则转 Step5.

Step5: 计算 $T(\theta) = 2R(\theta)^T R(\theta)$,求解方程(9)得到 $p(\theta, j)$.

Step6: 检验条件 $J_N(\theta + p(\theta, j)) - J_N(\theta) + g(\theta)^T p(\theta, j)$ 是否成立.如果不成立,则置 $\theta_j = M_j$,继续求解方程(9)得 $p(\theta, j)$,转 Step6;否则置 $\theta = \theta + p(\theta, j)$,依据式(6)计算在新参数 θ 下的目标函数值 $J_N(\theta)$.如果 $J_N(\theta) \in [E_{t-1}, \mu_t]$, $t = 1, \dots, s$,则置 $\theta_{j+1} = \theta_j / \mu_{t-1}, M = \mu_{t-1}$,转 Step7.

Step7: 置 $j = j + 1$,转 Step4.

4 仿真与结果分析

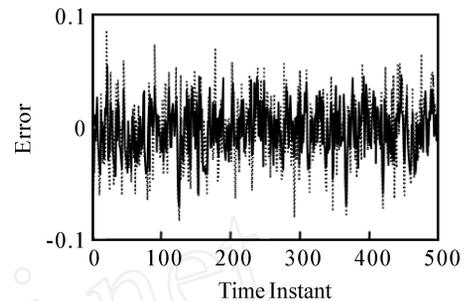
考虑如下的多输入-多输出(MIMO)模型:

$$y_{k+1}^{(1)} = \frac{0.8(y_k^{(1)})^3 + (u_k^{(1)})^2 u_k^{(2)}}{2 + (y_k^{(2)})^2} + e_k^{(1)}.$$

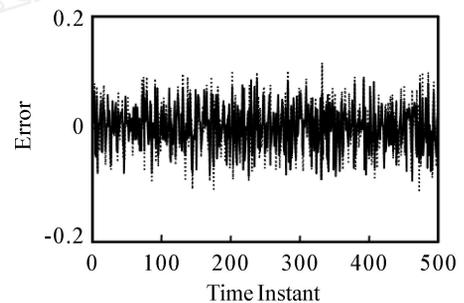
$$y_{k+1}^{(2)} = \frac{y_k^{(1)} + y_k^{(1)} y_k^{(2)} + (u_{k-1}^{(1)} - 0.5)(u_k^{(2)} + 0.8)}{2 + (y_k^{(2)})^2} + e_k^{(2)}.$$

其中:输入信号 $u_k^{(1)}$ 和 $u_k^{(2)}$ 是伪二进制随机序列^[7-9](由属性设为 PRBS 的 matlab 函数 idinput() 产生), $e_k^{(1)}$ 和 $e_k^{(2)}$ 是方差分别为 0.00005 和 0.00001 相互独立的输出噪声,实验的数据长度是 1500,前 1000 个数据用来建模,后 500 个数据用来验证模型.将本文提出的局部加权组合状态空间模型方法所得结果与文献[6,10]的期望极大方法得到的结果进行比较.用本文方法建模时,由误差试验法得到分段模型数为 4,状态阶次为 3,各个分段状态 A_i, B_i, C, D 的初值由 matlab 的 drss() 函数产生,取 $[-1, 1]$ 均匀分布的随机数作为 G_i 的初值;期望极大方法的状态维数设为 4;两种算法的迭代步数都设为 35.两种算法的模型验证结果如图 1 所示.其中:实线代表

本文方法结果,虚线表示 EM 算法^[6,10]误差;用本文方法得到的 500 个预测输出的均方误差为 0.00032, EM 方法的均方误差为 0.00283;第 1 输出分量的模型输出与系统真实输出的误差均值是 2.5173×10^{-4} ,误差的方差是 1.9103×10^{-5} ,由 EM 算法得到的误差均值是 3.12×10^{-3} ,误差的方差是 2.634×10^{-4} ;第 2 输出分量的模型输出与系统真实输出的误差均值是 2.1292×10^{-4} ,误差的方差是 6.2566×10^{-5} ,用 EM 算法得到的误差均值是 4.343×10^{-3} ,误差的方差是 5.276×10^{-4} .



(a) 第 1 输出分量模型输出与真实输出误差



(b) 第 2 输出分量模型输出与真实输出误差

图 1 预测误差图

从图形以及数值比较可以得出:本文提出的分段加权状态空间模型,获得的系统估计输出能很好地预测系统真实输出,说明分段加权状态空间模型在非线性和建模方面是有效的.

5 结论

针对局部加权组合状态空间模型参数估计问题,本文提出了正交梯度的二步递阶优化辨识方法.根据动态系统相似变换原理,分析了局部加权组合状态空间模型输入-输出等价类及其相切平面.将状态空间模型参数的误差梯度矩阵在其输入-输出等价类正交垂平面方向计算,可以避免参数陷入局部极小,还可以提高算法效率.依据自适应 L-M 算子方法确定系统参数优化方向,同时用一维搜索方法计算最佳步长.最后,非线性动态系统的建模结果表明,本文的方法具有预测精度高的优点.

(下转第 887 页)

的含有控制信息的数据包进行再处理,在保障系统控制性能和基本的假设前提下,大大简化了系统的建模。

4) 本文从时滞依赖鲁棒稳定的角度出发,提出了使系统渐近稳定的状态反馈控制器的设计方法。仿真和实验结果证明了该方法是有效的。

参考文献(References)

- [1] 吴平东,林理平. 一种基于 Internet 的共享实验系统结构[J]. 北京理工大学学报, 2006, 26(3): 235-238.
(Wu P D, Lin L P. Structure of internet-based laboratory sharing system[J]. J of Beijing Institute of Technology, 2006, 26(3): 235-238.)
- [2] 钟铭恩, 吴平东. 基于 Internet 的共享实验系统平台构建[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(5): 403-407.
(Zhong M E, Wu P D. Building an internet based shared control system [J]. J of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(5): 403-407.)
- [3] Asok R, Yoram H. Integrated communication and control systems: Part [J]. J of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1988, 110(4): 374-381.
- [4] Luck R, Ray A. An observer based compensator for distributed delays[J]. Automatica, 1990, 26(5): 903-908.
- [5] Nilsson J. Real time control systems with delays [D]. Sweden: Lund Institute of Technology, 1998.
- [6] Walsh G C, Ye H. Scheduling of networked control systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 57-65.
- [7] Park H S, Kim Y H, Kim D S, et al. A scheduling method for network based control systems [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2002, 10(3): 318-330.
- [8] 赵虹, 吴敏. 带时变时延的网络化控制系统控制器的设计方法[J]. 信息与控制, 2006, 35(3): 325-328.
(Zhao H, Wu M. A controller design method for networked control systems with time-varying delays[J]. Information and Control, 2006, 35(3): 325-328.)
- [9] 何勇. 基于自由权矩阵的时滞相关鲁棒稳定与镇定 [D]. 长沙: 中南大学, 2004.
(He Y. Delay-dependent robust stability and stabilizing based on free weighting matrices [D]. Changsha: Central South University, 2004.)
- [10] Xie L. Output feedback control of systems with parameter uncertainty[J]. Int J of Control, 1996, 63(4): 741-750.

(上接第 882 页)

参考文献(References)

- [1] Peng J X, Li K, Huang D S. A hybrid forward algorithm for RBF neural network construction [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 17(6): 1439-1451.
- [2] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 117-132.
- [3] Leith D J, Leithead W E. Analytic framework for blended multiple model systems using linear local models [J]. Int J of Control, 1999, 72(7): 605-619.
- [4] Verdult V, Ljung L, Verhaegen M. Identification of composite local linear state-space models using a projected gradient search[J]. Int J of Control, 2002, 75(16): 1385-1398.
- [5] Qin S J, Lin W, Ljung L. A novel subspace identification approach with enforced causal models[J]. Automatica, 2005, 41(2): 2043-2053.
- [6] Isaksson A. Identification of ARX-models subject to missing data [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 38(5): 813-819.
- [7] Dennis J E, Schnabel R B. Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1983.
- [8] Favoreel W, Moor B D, Overschee P V. Subspace state space system identification for industrial processes[J]. J of Process Control, 2000, 10(2): 149-155.
- [9] Vanbleu K, Ysebaert G, Cuyper G, et al. Adaptive bit rate maximizing time-domain equalizer design for DMT-based systems [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(2): 483-498.
- [10] Gibson S, Wills A, Ninness B. Maximum-likelihood parameter estimation of bilinear systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(10): 1581-1595.