

文章编号: 1001-0920(2008)09-1065-03

基于直接构造法的不同参数统一混沌系统的同步

蔡娜¹, 井庆深², 尉迟凯文³, 张嗣瀛¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004; 2. 北京大学 工学院, 北京 100871; 3. 大连外国语学院 软件学院, 辽宁 大连 116002)

摘要: 研究不同参数统一混沌系统的同步问题. 首先采用直接构造法为响应系统设计适当的控制器, 将误差系统化成三对角结构; 然后根据具有三对角结构的非线性系统状态全局渐近稳定的性质, 得到误差系统状态在原点渐近稳定, 进而实现驱动系统与响应系统的同步; 最后在参数相同和参数不同两种情况下, 分别对统一混沌系统的同步进行数值仿真, 仿真结果表明所提出的设计方法是有效的.

关键词: 统一混沌系统; 直接构造法; 同步; 三对角结构

中图分类号: O415.5 **文献标识码:** A

Synchronization of unified chaotic systems with different parameters based on direct design method

CAI Na¹, JING Qing-shen², YUCHI Kai-wen³, ZHANG Si-ying¹

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. College of Engineering, Beijing University, Beijing 100871, China; 3. Software College of Dalian University of Foreign Languages, Dalian 116002, China. Correspondent: CAI Na, E-mail: caina302@yahoo.com.cn)

Abstract: Chaos synchronization between two unified chaotic systems with different parameters is investigated. An appropriate controller is designed for response system by using the direct design method. The error system is transformed into a system with special tridiagonal structure. The states of error system are asymptotically stable at the origin according to the character of asymptotical stability of nonlinear systems with the tridiagonal structure. Then, the chaos synchronization of two unified chaotic systems with different parameters is achieved. Finally, chaos synchronization of unified chaotic systems with same and different parameters are simulated. The numerical simulation results show the effectiveness of the proposed synchronization schemes.

Key words: Unified chaotic system; Direct design method; Synchronization; Tridiagonal structure

1 引言

混沌系统对初值极端敏感, 初值十分接近的任意两条轨道会很快分离, 并且变得毫不相关. 长期以来, 混沌同步被认为是几乎不可能的. 自从 Pecora 和 Carroll^[1] 提出混沌同步并在电路中加以实现以来, 由于其在保密通信等领域的广泛应用, 受到了众多学者的关注, 已成为非线性系统研究的热点之一. 近年来, 随着研究的不断深入, 人们相继提出了多种混沌同步的方法, 如脉冲控制^[2]、自适应控制^[3]、滑模变结构控制^[4]、非线性反馈控制^[5]等. 然而, 上述方法大多基于 Lyapunov 稳定性理论, 而 Lyapunov 函数如何选择还没有统一的方法, 有时花费大量的

时间也未必能找到合适的函数. 因此, 利用比较简单的方法来实现混沌同步便显得十分必要. 本文采用直接构造的方法来实现混沌同步. 该方法的优点是简单易行, 计算量小, 无需确定 Lyapunov 函数.

吕金虎等首次提出统一混沌系统^[6], 建立了 Lorenz 系统与 Chen 系统之间的联系. 当系统的参数在 $[0, 1]$ 整个区间上变化时, 系统始终处于混沌状态, 这一性质使统一混沌系统在保密通信中有着广泛的应用. 文献^[4-7]讨论了统一混沌系统的同步问题, 但研究的都是相同结构、相同参数统一混沌系统的同步问题. 在实际应用中, 常常会遇到结构或参数不同的混沌系统同步, 因此对于不同参数统一混

收稿日期: 2007-10-25; 修回日期: 2008-01-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 教育部暨辽宁省流程工业综合自动化重点实验室开放课题.

作者简介: 蔡娜(1980—), 女, 辽宁锦州人, 博士生, 从事混沌同步、滑模控制的研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 从事微分对策、复杂系统结构等研究.

沌系统同步的研究更具实际意义。

本文基于统一混沌系统的重要性,采用直接构造的方法为响应系统设计适当的控制器,进而实现两个参数不同的统一混沌系统的同步.当两个系统的参数选择相同数值时,该系统的同步就变成同类混沌系统的同步.数值仿真结果说明本文设计的方法是有效的.

2 问题描述

统一混沌系统的状态方程^[6]如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25 - \alpha + 10)(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = (28 - 35\alpha)x_1 + (29 - \alpha - 1)x_2 - x_1x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - \frac{8 + \alpha}{3}x_3. \end{cases} \quad (1)$$

其中: x_1, x_2, x_3 为状态变量;系统参数 $\alpha \in [0, 1]$. 当 $\alpha \in [0, 0.8)$ 时,系统为广义 Lorenz 系统;当 $\alpha \in (0.8, 1]$ 时,系统为广义 Chen 系统;当 $\alpha = 0, \alpha = 0.8$ 或 $\alpha = 1$ 时,系统分别为 Lorenz 混沌系统、Lü 混沌系统和 Chen 混沌系统,并且系统(1)在 $\alpha \in [0, 1]$ 整个区间上都处于混沌状态.统一混沌系统的单参数、全域混沌的特性,使该系统在保密通信中具有潜在的应用价值^[7,8].

定义系统(1)为驱动系统,则如下系统为受控的响应系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = (25 - \alpha + 10)(y_2 - y_1) + u_1(t), \\ \dot{y}_2 = (28 - 35\alpha)y_1 + (29 - \alpha - 1)y_2 - y_1y_3 + u_2(t), \\ \dot{y}_3 = y_1y_2 - \frac{8 + \alpha}{3}y_3 + u_3(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中 $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ 为控制器.

令系统(2)与系统(1)的状态误差分别为

$$e_1 = y_1 - x_1, e_2 = y_2 - x_2, e_3 = y_3 - x_3.$$

则误差动态系统如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = (25 - \alpha + 10)(e_2 - e_1) + 25(\alpha - 1)(x_2 - x_1) + u_1(t), \\ \dot{e}_2 = (28 - 35\alpha - x_3)e_1 + (29 - \alpha - 1)e_2 - (\alpha - 1)(35x_1 - 29x_2) - x_1e_3 - e_1e_3 + u_2(t), \\ \dot{e}_3 = x_2e_1 + x_1e_2 + e_1e_2 - \frac{8 + \alpha}{3}e_3 - \frac{x_3}{3}(\alpha - 1) + u_3(t). \end{cases} \quad (3)$$

若有下式成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - x(t)) = 0,$$

则称系统(2)与系统(1)同步.

3 同步控制器的设计

根据混沌同步的定义,可将响应系统(2)与驱动系统(1)的同步问题转化为误差系统(3)的稳定化问题.本文首先通过设计适当的控制器

$$u(t) = [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]^T,$$

将误差系统(3)化成三对角结构;然后根据具有三对角结构的非线性系统状态全局渐近稳定的性质,得到误差系统(3)在原点渐近稳定,进而实现两个不同参数的统一混沌系统的同步.

为了利用直接构造法实现驱动系统与响应系统的同步,需要用到如下引理:

引理 1^[9] 如果非线性系统具有如下形式的三对角结构:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -k_1 & g_1(x) & & & \\ -g_1(x) & -k_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -k_n \end{bmatrix} x,$$

则非线性系统的状态全局渐近稳定.其中: $x \in R^n$ 是系统状态, $g_j(x) (j = 1, 2, \dots, n - 1)$ 是关于 x 的函数, $k_i \in R^+, i = 1, 2, \dots, n$.

定理 1 当系统参数 $\alpha, \beta \in [0, 1]$ 时,响应系统(2)在控制器

$$\begin{cases} u_1(t) = -25(\alpha - 1)(x_2 - x_1), \\ u_2(t) = (10 - 35\alpha + x_3)e_1 - 29e_2 - (\alpha - 1)(29x_2 - 35x_1) + e_1e_3, \\ u_3(t) = -e_1e_2 - x_2e_1 + \frac{x_3}{3}(\alpha - 1). \end{cases} \quad (4)$$

作用下,能在任意初始状态下实现与驱动系统(1)同步.

证明 将误差系统(3)化成矩阵形式

$$\dot{E} = AE + f(x, u(t)). \quad (5)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} -(25 - \alpha + 10) & 25 - \alpha + 10 & 0 \\ 28 - 35\alpha - x_3 & 29 - \alpha - 1 & -x_1 \\ x_2 & x_1 & -\frac{8 + \alpha}{3} \end{bmatrix},$$

$$E = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T,$$

$$f(x, u(t)) = \begin{bmatrix} 25(\alpha - 1)(x_2 - x_1)u_1(t) \\ (\alpha - 1)(29x_2 - 35x_1) - e_1e_3 + u_2(t) \\ e_1e_2 - \frac{x_3}{3}(\alpha - 1) + u_3(t) \end{bmatrix}.$$

将控制器(4)代入式(5),有

$$\dot{E} =$$

$$\begin{bmatrix}
 -(25x_2 + 10) & 25x_2 + 10 & 0 \\
 -(25x_2 + 10) & -1 & -x_1 \\
 0 & x_1 & -\frac{8+x_2}{3}
 \end{bmatrix} E. (6)$$

根据引理 1 的结论,可知系统(6)的状态在原点渐近稳定.于是统一混沌系统(2)与系统(1)实现同步.

注 1 当系统参数 $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ 时,驱动系统和响应系统是同类的统一混沌系统,并且响应系统在控制器

$$\begin{cases}
 u_1(t) = 0, \\
 u_2(t) = (10 - 38 + x_3)e_1 - 29e_2 + e_1e_3, \\
 u_3(t) = -e_1e_2 - x_2e_1.
 \end{cases}
 \quad (7)$$

作用下,能与驱动系统实现同步.

4 数值仿真

为了说明本文提出方法的有效性和可行性,分别对参数相同和参数不同的统一混沌系统的同步进行仿真.

1) 当 $\mu_1 = 0, \mu_2 = 1$ 时,即驱动系统为 Lorenz 混沌系统,响应系统为 Chen 混沌系统,此时混沌同步为两个不同结构统一混沌系统的同步.令驱动系统和响应系统的初始状态分别为

$$\begin{aligned}
 (x_1(0), x_2(0), x_3(0)) &= (3, 5, 7), \\
 (y_1(0), y_2(0), y_3(0)) &= (-2, 2, 3).
 \end{aligned}$$

则误差系统初始状态为

$$(e_1(0), e_2(0), e_3(0)) = (-5, -3, -4).$$

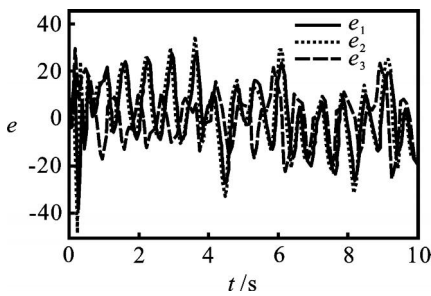


图 1 未加控制时的误差 ($\mu_1 = 0, \mu_2 = 1$)

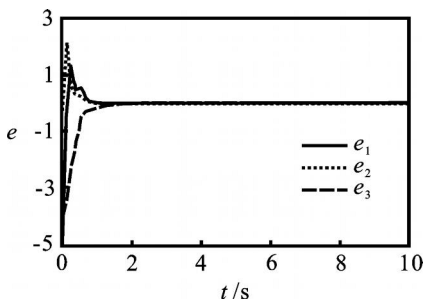


图 2 施加控制后的误差 ($\mu_1 = 0, \mu_2 = 1$)

图 1 和图 2 分别给出了施加控制前后的误差状态曲线.

2) 当 $\mu_1 = \mu_2 = 1$ 时,即驱动系统和响应系统均为 Chen 混沌系统,此时混沌同步为两个相同结构混沌系统的同步,其初始状态与情况 1) 相同.图 3 和图 4 分别给出了施加控制前后误差系统的状态曲线.

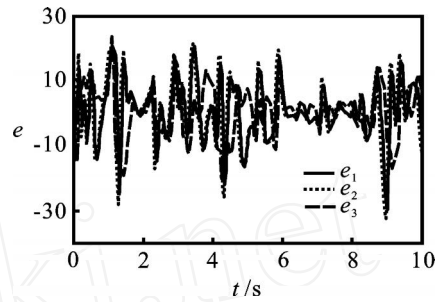


图 3 未加控制时的误差 ($\mu_1 = \mu_2 = 1$)

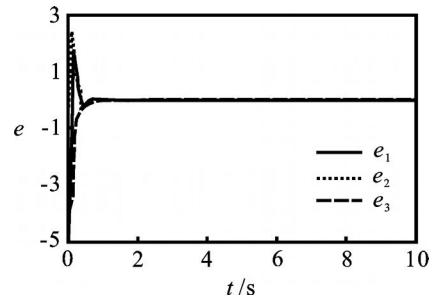


图 4 施加控制后的误差 ($\mu_1 = \mu_2 = 1$)

5 结 论

本文基于引理 1 给出的三对角结构,采用直接构造的方法进行控制器设计,在该控制器的作用下,误差系统能化成三对角结构.根据具有该结构的非线性系统状态全局渐近稳定的特点,得到误差系统状态在原点渐近稳定,进而实现参数不同的统一混沌系统的同步.该方法不需要确定 Lyapunov 函数,计算量小,简单易行.数值仿真结果说明了本文设计方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Physical Review Letters, 1990, 64 (8) : 821-824.

[2] Khadra A, Liu X Z, Shen X M. Impulsive control and synchronization of spatiotemporal chaos [J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 26(2) : 615-636.

[3] Thongchai B, Piyapong N. Adaptive control and synchronization of the perturbed Chua's system [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2007, 75(1/2) : 37-55.

(下转第 1072 页)

一代搜索的运算量比基本 FS 略高,但它的收敛代数明显小于基本 FS,因此该算法的寻优效率仍高于 FS 算法。

4 结 论

FS 算法是一种新的群集智能优化算法,本文针对其存在的不足,提出了粗细粒交叉搜索算法,将遗传算法中的交叉算子融合到 FS 算法.通过个体之间的粗粒交叉和个体搜索半径 R_i 内部的细粒交叉,提高了算法全局搜索能力和收敛速度,并且实现了算法“探索”与“开发”的动态平衡.通过对典型函数的测试验证了所提出算法的正确性和高效性。

参考文献(References)

- [1] Colomni A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed optimization by ant colonies [C]. Proc 1st European Conf on Artificial Life. Paris: Elsevier, 1991: 134-142.
- [2] Dorigo M, Blum C. Ant colony optimization theory: A survey[J]. Theoretical Computer Science, 2005, 344: 243-278.
- [3] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C]. IEEE Int Conf on Neural Networks. Piscataway: IEEE Service Center, 1995: 1942-1948.
- [4] 黄芳,樊晓平.基于岛屿群体模型的并行粒子群优化算法[J].控制与决策,2006,21(2):175-180.
(Huang F, Fan X P. Parallel particle swarm optimization algorithm with island population model[J]. Control and Decision, 2006, 21(2):175-180.)
- [5] Penev K, Littlefair G. Free search — A comparative analysis[J]. Information Science, 2005, 172(1): 173-193.
- [6] 周晖,李丹美,邵世煌,等.一种新的群集智能算法——自由搜索[J].东华大学学报,2007,33(5):32-36.
(Zhou H, Li D M, Shao S H, et al. A novel swarm intelligent algorithm: Free search [J]. J of Donghua University, 2007, 33(5): 32-36.)
- [7] Penev K. Adaptive computing in support of traffic management [J]. Adaptive Computing in Design and Manufacturing, 2004, 22(4): 20-22.
- [8] Zhou Hui, Li Dan-mei, Shao Shi-huang, et al. A novel intelligent estimation algorithm in WSN location based on free search [C]. IEEE Int Conf on Wireless Communication of Networking and Mobile Computing. Shanghai, 2007: 2629-2632.
- [9] 玄光男,程润伟.遗传算法与工程优化[M].北京:清华大学出版社,2005:45-54.
(Mitsuo Gen, Cheng R W. Genetic algorithms and engineering optimization [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 45-54.)
- [10] Ioan Cristian Trelea. The particle swarm optimization algorithm: Convergence analysis and parameter selection[J]. Information Processing Letters, 2003, 85(6): 317-325.
- [4] Chiang T Y, Hung M, Yan J J, et al. Sliding mode control for uncertain unified chaotic systems with input nonlinearity[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2007, 34(2): 437-442.
- [5] Park J H. On synchronization of unified chaotic systems via nonlinear control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2005, 25(3): 699-704.
- [6] Lu J H, Chen G R, Cheng D, et al. Bridge the gap between the Lorenz system and Chen system[J]. Int J of Bifurcation and Chaos, 2002, 12(12): 2917-2926.
- [7] Lu J A, Wu X Q, Lu J H. Synchronization of an unified chaotic system and the application in secure communication[J]. Physics Letter A, 2002, 305(16): 365-370.
- [8] 王兴元,段朝峰.基于线性状态观测器的混沌同步及在保密通信中的应用[J].通信学报,2005,26(6):105-136.
(Wang X Y, Duan C F. Observer based chaos synchronization and its application to secure communication[J]. J on Communications, 2005, 26(6): 105-136.)
- [9] 刘斌,张曾科.一种三对角结构非线性系统的稳定性及其应用[J].自动化学报,2007,33(4):442-445.
(Liu B, Zhang Z K. Stability of nonlinear systems with tridiagonal structure and its applications [J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(4): 442-445.)

(上接第 1067 页)