

文章编号: 1001-0920(2008)09-0969-07

## 一种网络化控制系统的鲁棒 $H$ 动态输出反馈控制

傅磊, 戴冠中

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

**摘要:** 对于存在网络诱导控制时延和输出时延的网络化控制系统, 在离散域内给出了网络化控制系统的一种时延相关的动态输出反馈控制方法. 针对无扰动和有扰动的系统, 分别基于 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式方法, 推导出闭环系统稳定的充分条件, 并给出了鲁棒最优和次优控制律的设计方法. 仿真结果表明, 所提出方法能实现稳定控制和有效的干扰抑制作用.

**关键词:** 网络化控制系统; 网络诱导时延; 鲁棒  $H$  控制; 动态输出反馈控制; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP273; TP393 **文献标识码:** A

## Robust $H$ dynamic output feedback control for a kind of networked control systems

FU Lei, DAI Guan-zhong

(College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China. Correspondent: FU Lei, E-mail: raymail@msn.com)

**Abstract:** Networked control system with network-induced control and output time delay is considered. A kind of time dependent dynamic output feedback control method is presented in discrete domain. Then the sufficient conditions for stabilization of close loop system via the proposed feedback control method are derived for the case of disturbance and non-disturbance. The design methods of optimal and suboptimal control are also given respectively. Simulation results show that the proposed methods can realize stable control and effective disturbance attenuation.

**Key words:** Networked control system; Networked-induced time delay; Robust  $H$  control; Dynamic output feedback control; Linear matrix inequality

### 1 引言

网络化控制系统(NCS),是指传感器、控制器和执行器通过网络构成的闭环反馈控制系统. 与传统的控制系统相比, NCS 在成本、安装、维护等方面具有很大的优势, 但网络的引入也使其分析和设计变得更加复杂<sup>[1]</sup>. 网络诱导时延(传感器与控制器之间的输出时延, 控制器与执行器之间的控制时延)就是其中的一个重要问题. 恒定、时变或随机的时延成为影响系统稳定性和控制性能的重要因素, 由此成为学者们关注的焦点, 众多控制方法用于 NCS 的时延研究也取得了许多成果<sup>[2]</sup>.

网络诱导时延在多数情况下表现出时变不确定性, 因此鲁棒控制和线性矩阵不等式(LMI)方法近年来成为备受关注的研究途径. 例如文献[3]在考虑网络时延和丢包的情况下, 在连续域内进行 NCS 的  $H$  性能分析, 并给出了基于 LMI 的状态反馈控

制方法; [4] 在连续域内给出了回路时延小于采样周期时, 基于 LMI 形式的系统稳定性判据和状态反馈控制方法; [5, 6] 则将网络不确定时延转化为不确定系数矩阵, 在回路时延小于采样周期时, 基于 LMI 方法给出了系统的稳定条件和状态反馈控制方法; [7] 采用同样的思想, 给出了利用动态输出反馈控制确保系统稳定的条件.

在实际的 NCS 中, 由于传感器群和执行器群的不同, 控制时延和输出时延通常会表现出不同的网络特性, 并且网络时延大于采样周期的情况也普遍存在于大规模网络的应用; 同时, 由于 NCS 的离散信号传输和多数情况下的离散控制特征, 基于离散域的方法更符合 NCS 的实际情况, 对于包含时滞的连续系统, 尽管在时滞恒定时可转化为高维无时滞离散系统, 但当时滞未知或不确定时, 这种方法不能直接应用<sup>[8]</sup>. 此外, 时滞依赖于稳定性条件和带记忆

收稿日期: 2007-06-29; 修回日期: 2007-12-19.

作者简介: 傅磊(1978—), 男, 山东日照人, 博士, 从事工业以太网、网络化控制系统的研究; 戴冠中(1937—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事自动控制、信息安全等研究.

反馈控制律,通常比时滞独立稳定性条件和无记忆反馈控制律具有相对小的保守性.

基于上述考虑,本文对具有控制时延和输出时延的NCS,采用连续系统的离散化模型,并考虑时延大于采样周期的情况,给出一种鲁棒H时延相关带记忆动态反馈控制方法.通过构造Lyapunov-Krasovskii型泛函,以LMI的形式分别给出了在无扰动和有扰动条件下,存在时延相关带记忆动态输出反馈控制律确保系统稳定的充分条件,并给出了求解LMI获得控制器的设计方法.最后通过仿真验证了所提出方法的有效性.

### 2 问题描述

典型的NCS工作过程是:传感器按采样周期h对系统输出进行采样,经输出时延 $\tau_c$ 发送到控制器,控制器获得系统输出后,经控制器的计算时延 $\tau_c$ 得出控制指令,控制指令经控制时延 $\tau_{ca}$ 发送到执行器.对于连续被控过程,执行器根据经由零阶保持器得到的分段连续控制指令,使被控过程实现相应动作.

考虑网络时延特征,本文在研究中假设:1)传感和控制数据均采用带有时戳的单包传输方式,以保证控制器和执行器的数据接收次序;2)忽略控制器的计算时延 $\tau_c$ , $\tau_{sc}$ 和 $\tau_{ca}$ 有界,即 $\tau_{ca} \in [\tau_{ca}^{\min}, \tau_{ca}^{\max}]$ , $\tau_{sc} \in [\tau_{sc}^{\min}, \tau_{sc}^{\max}]$ ,保证在数据丢失时,网络重传机制能重新发送数据,直至到达目标节点<sup>[9]</sup>;3)时延 $\tau_{sc}$ 和 $\tau_{ca}$ 时变不确定,应用中 $\tau_{sc}$ 可由传感信息的时戳获得.本文假设两时延均服从某一分布函数已知的确定分布.

根据上述过程和假设,考虑如下NCS被控过程:

$$\begin{cases} \dot{x}_t^p = A^p x_t^p + B^p u_{t-\tau_{ca}}^c + W^p w_t^p, \\ y_t^p = C^p x_t^p. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_t^p \in R^n$ , $y_t^p \in R^m$ , $w_t^p \in R^l$ 和 $u_t^c \in R^r$ 分别为系统状态、输出、扰动和输入; $w_t^p \in L_2[0, \infty)$ ;  $A^p$ ,  $B^p$ ,  $W^p$ 和 $C^p$ 为适维矩阵.令 $\tau_{ca} = (d_{ca} - 1)h + \tau_{ca}$ ,其中 $d_{ca}$ 为正整数,表示网络控制时延拍数,则 $\tau_{ca} \in (0, h]$ .记离散系统输出时延为 $d_{sc}$ ,据此得到离散化模型

$$\begin{cases} x_{k+1}^p = x_k^p + \tau_{ca} U_k^{d_{ca}} + H W_k^p, \\ y_k^p = C^p x_k^p. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_k^p$ 和 $y_k^p$ 为系统状态和输出,而

$$\begin{aligned} H &= e^{A^p h}, \quad C^p = C^p, \quad H = \int_0^h e^{A^p d} d W_p, \\ U_k^{d_{ca}} &= [u_{k-d_{ca}+1}^c \quad u_{k-d_{ca}}^c]^T, \\ U_k^{d_{ca}} &= \int_0^{h-\tau_{ca}} e^{A^p d} d B_p, \quad U_k^{d_{ca}} = \int_{h-\tau_{ca}}^h e^{A^p d} d B_p. \end{aligned}$$

由式(2)可知, $\tau_{ca}$ 的不确定导致 $U_k^{d_{ca}}$ 和 $U_k^{d_{ca}}$ 不确定.由文献[7]知,对于有n个非零互异特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 的矩阵 $A^p$ ,有 $A^p = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)^{-1} \Lambda \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ ( $\Lambda$ 为特征向量阵),可得 $U_k^{d_{ca}} = B_0 + \tau_{ca} U_k^{d_{ca}}$ , $U_k^{d_{ca}} = B_1 + \tau_{ca} U_k^{d_{ca}}$ .其中

$$\begin{aligned} B_0 &= \text{diag}(-1/\lambda_1, \dots, -1/\lambda_n)^{-1} B^p, \\ B_1 &= \text{diag}(e^{i h/\lambda_1}, \dots, e^{i h/\lambda_n})^{-1} B^p. \end{aligned}$$

不确定项 $B_0$ 和 $B_1$ 满足

$$\begin{aligned} [B_0 \quad B_1] &= DF[E \quad -E], \quad E = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)^{-1} B^p, \\ D &= \text{diag}(e^{1/\lambda_1}, \dots, e^{1/\lambda_n}), \\ F &= \text{diag}(e^{i(h-\tau_{ca})/\lambda_1}, \dots, e^{i(h-\tau_{ca})/\lambda_n}). \end{aligned}$$

且 $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ 满足 $e^{i(h-\tau_{ca})/\lambda_i} < 1, i = 1, \dots, n$ ,  $F$ 为随 $\tau_{ca}$ 变化的不确定矩阵,且 $F^T F = I$ .

下面给出本文所用到的几个引理:

**引理1<sup>[5]</sup>** 给定矩阵 $Z_1^T = Z_1, Z_2^T = Z_2 > 0, Z_3$ ,当且仅当 $\begin{bmatrix} Z_1 & * \\ Z_3 & -Z_2^{-1} \end{bmatrix} < 0$ 或 $\begin{bmatrix} -Z_2^{-1} & * \\ Z_3^T & Z_1 \end{bmatrix} < 0$ 时,有 $Z_1 + Z_3^T Z_2 Z_3 < 0$ 成立.其中\*为对角元素转置,下同.

**引理2<sup>[10]</sup>** 给定适维矩阵 $Z_1 = Z_1^T, Z_2, Z_3, Z_4^T = Z_4 > 0$ ,当且仅当存在 $\gamma > 0$ ,使 $Z_1 + \gamma Z_2 Z_2^T + \gamma^{-1} Z_3^T Z_4 Z_3 < 0$ 成立时,对于满足 $Z_5^T Z_5 = I$ 的 $Z_5$ ,有 $Z_1 + \gamma Z_2 Z_5 Z_3 + Z_5^T Z_5^T Z_2^T < 0$ .

**引理3<sup>[8]</sup>** 对于 $x(k) \in R^n$ ,令 $y(i) = x(i+1) - x(i)$ ,则对于适维矩阵 $M_1 \in R^n, N_1 \in R^n, L = L^T > 0$ ,标量函数 $h(k) > 0$ ,有下式成立:

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=k-h(k)}^{k-1} y^T(i) L y(i) \\ & + \tau(k) M^{-1}(k) + h(k) \tau(k) \begin{bmatrix} M_1^T \\ N_1^T \end{bmatrix} L^{-1} [M_1 \quad N_1] (k). \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} M_1^T + M_1 & * \\ -M_1 + N_1^T & -N_1^T - N_1 \end{bmatrix}, \\ \tau(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

### 3 时延相关动态输出反馈控制

考虑延迟后的系统输出,对被控过程(2)设计如下动态输出反馈控制律:

$$x_{k+1}^c = A_c x_k^c + B_c y_{k-d_{sc}}^p, \quad u_k^c = C_c x_k^c. \quad (3)$$

其中: $x_k^c$ 和 $u_k^c$ 为控制器的状态和控制输出; $y_{k-d_{sc}}^p$ 为被控过程经输出时延后的系统输出; $A_c, B_c$ 和 $C_c$ 为适维系数矩阵.则由式(2)和(3)构成的闭环系统为

$$\begin{cases} x_{k+1}^p = x_k^p + \tau_{ca} C_c x_{k-d_{ca}+1}^c + \tau_{ca} C_c x_{k-d_{ca}}^c + H W_k^p, \\ x_{k+1}^c = A_c x_k^c + B_c x_{k-d_{sc}}^p. \end{cases} \quad (4)$$

**定理 1** 对于式 (2) 所描述的 NCS, 当无扰系统输出可测时, 如果存在正定对称阵  $P, Q, R, S, T, U, V, W$ , 矩阵  $M_1, N_1, M_2, N_2, M_3, N_3$ , 常数  $\alpha > 0$ , 使矩阵  $\Phi$  满足下式:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 111 & * & * & * & * & * \\ 121 & 122 & * & * & * & * \\ 131 & 132 & 133 & * & * & * \\ 141 & 142 & 143 & 144 & * & * \\ 151 & 152 & 153 & 154 & 155 & * \\ 161 & 162 & 163 & 164 & 165 & 166 \end{bmatrix} < 0. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} 111 &= \begin{bmatrix} -P + (d + 1)R + M_1^T + M_1 & * \\ 0 & -Q + (d + 1)(S + T) + M_2^T + M_2 + M_3^T + M_3 \end{bmatrix}, \\ 121 &= \begin{bmatrix} -M_1 + N_1^T & 0 \\ 0 & -M_2 + N_2^T \\ 0 & -M_3 + N_3^T \end{bmatrix}, \\ 122 &= \begin{bmatrix} -N_1^T - N_1 - R & * & * \\ 0 & -N_2^T - N_2 - S & * \\ 0 & 0 & -N_3^T - N_3 - T \end{bmatrix}, \\ 131 &= \begin{bmatrix} 0 \\ -I \ 0 \end{bmatrix}, \quad 132 = \begin{bmatrix} 0 & B_0 C_c & B_1 C_c \\ 0 & B_0 C_c & B_1 C_c \end{bmatrix}, \\ 133 &= \begin{bmatrix} {}_1DD^T - P^{-1} & * \\ {}_1DD^T & {}_1DD^T - U^{-1}/d_M \end{bmatrix}, \\ 141 &= \begin{bmatrix} 0 & A_c \\ 0 & A_c - I \\ 0 & A_c - I \end{bmatrix}, \quad 142 = \begin{bmatrix} B_c & 0 & 0 \\ B_c & 0 & 0 \\ B_c & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ 143 &= [0]_{3 \times 3}, \\ 144 &= \begin{bmatrix} -Q^{-1} & * & * \\ 0 & -V^{-1}/d_M & * \\ 0 & 0 & -W^{-1}/d_M \end{bmatrix}, \\ 151 &= \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \\ 0 & M_3 \end{bmatrix}, \quad 152 = \begin{bmatrix} N_1 & * & * \\ 0 & N_2 & * \\ 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix}, \\ 153 &= [0]_{3 \times 3}, \quad 154 = [0]_{3 \times 3}, \\ 155 &= \begin{bmatrix} -U/d_M & * & * \\ 0 & -V/d_M & * \\ 0 & 0 & -W/d_M \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$161 = [0]_{1 \times 3}, \quad 162 = [0 \quad EC_c \quad -EC_c],$   
 $163 = [0]_{1 \times 3}, \quad 164 = [0]_{1 \times 3},$   
 $165 = [0]_{1 \times 3}, \quad 166 = -\alpha I.$   
 则存在式 (3) 的动态输出反馈控制律, 使无扰动力系统 (4) 渐近稳定.

**证明** 式 (4) 包含时延状态  $x_{k-d_k^c}, x_{k-d_k^{ca}}$  和  $x_{k-d_k^s}$ . 设  $d_k = d_k^c + d_k^{ca}, d_k \in [d_m, d_M]$ , 且  $d = d_M - d_m$ . 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 型泛函:

$$V_k = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k) + V_5(k) + V_6(k) + V_7(k). \quad (6)$$

其中

$$V_1(k) = x_k^{pT} P x_k^p, \quad V_2(k) = x_k^{cT} Q x_k^c,$$

$$V_3(k) = \sum_{i=k-d_k^s}^{k-1} x_i^{pT} R x_i^p,$$

$$V_4(k) = \sum_{i=k-d_k^{ca}+1}^{k-1} x_i^{cT} S x_i^c + \sum_{i=k-d_k^{ca}}^{k-1} x_i^{cT} T x_i^c,$$

$$V_5(k) = \sum_{j=-d_M+2}^{k-1} x_{i=k+j}^{pT} R x_i^p,$$

$$V_6(k) = \sum_{j=-d_M+2}^{k-1} x_{i=k+j}^{cT} (S + T) x_i^c,$$

$$V_7(k) = \sum_{j=-d_M}^{k-1} y_{i=k+j}^{pT} U y_i^p,$$

$$V_8(k) = \sum_{j=-d_M}^{k-1} y_{i=k+j}^{cT} (V + W) y_i^c.$$

对上式显然有  $V_k > 0$ . 沿使无扰闭环系统 (4) 的差分, 有  $V_k = V_{k+1} - V_k$ . 令

$$\Delta_k = [x_k^{pT} \quad x_k^{cT} \quad x_{k-d_k^s}^{pT} \quad x_{k-d_k^{ca}+1}^{pT} \quad x_{k-d_k}^{pT}]^T,$$

则对  $V_k$  有

$$V_1(k) = x_{k+1}^{pT} P x_{k+1}^p - x_k^{pT} P x_k^p,$$

$$V_2(k) = x_{k+1}^{cT} Q x_{k+1}^c - x_k^{cT} Q x_k^c,$$

$$V_3(k) = x_k^{pT} R x_k^p - x_{k-d_k^s}^{pT} R x_{k-d_k^s}^p + \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} x_i^{pT} R x_i^p,$$

$$V_4(k) =$$

$$x_k^{cT} S x_k^c - x_{k-d_k^{ca}+1}^{cT} S x_{k-d_k^{ca}+1}^c + \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} x_i^{cT} S x_i^c +$$

$$x_k^{cT} T x_k^c - x_{k-d_k^{ca}+1}^{cT} T x_{k-d_k^{ca}+1}^c + \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} x_i^{cT} T x_i^c,$$

$$V_5(k) = (d_M - d_m) x_k^{pT} R x_k^p - \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} x_i^{pT} R x_i^p,$$

$$V_6(k) =$$

$$(d_M - d_m) x_k^{cT} S x_k^c - \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} x_i^{cT} S x_i^c +$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & (d_M - d_m) x_k^{cT} T x_k^c - \sum_{i=k-d_M+1}^{k-d_m} x_i^{cT} T x_i^c, \\
 & V_7(k) = d_M y_k^{pT} U y_k^p - \sum_{i=k-d_M}^{k-1} y_i^{pT} U y_i^p \\
 & d_M y_k^{pT} U y_k^p - \sum_{i=k-d_k^c}^{i=k-1} y_i^{pT} U y_i^p \\
 & d_M \begin{bmatrix} x_k^p \\ x_{k-d_k^c+1}^c \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_k^p \\ x_{k-d_k^c+1}^c \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_k^p \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}^T \times \\
 & \begin{bmatrix} M_1^T + M_1 & * \\ -M_1 + N_1^T & -N_1^T - N_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^p \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix} + \\
 & d_M \begin{bmatrix} x_k^p \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_1^T \\ N_1^T \end{bmatrix} U^{-1} [M_1 \quad N_1] \begin{bmatrix} x_k^p \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}, \\
 & V_8(k) = \\
 & d_M y_k^{cT} V y_k^c - \sum_{i=k-d_M}^{k-1} y_i^{cT} V y_i^c + \\
 & d_M y_k^{cT} W y_k^c - \sum_{i=k-d_M}^{k-1} y_i^{cT} W y_i^c \\
 & d_M y_k^{cT} V y_k^c - \sum_{i=k-d_k^c+1}^{k-1} y_i^{cT} V y_i^c + \\
 & d_M y_k^{cT} W y_k^c - \sum_{i=k-d_k^c}^{k-1} y_i^{cT} W y_i^c \\
 & d_M \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c}^p \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c}^p \\ x_{k-d_k^c+1}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c+1}^c \end{bmatrix}^T \times \\
 & \begin{bmatrix} M_2^T + M_2 & * \\ -M_2 + N_2^T & -N_2^T - N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c+1}^c \end{bmatrix} + \\
 & d_M \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c+1}^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_2^T \\ N_2^T \end{bmatrix} \times \\
 & V^{-1} [M_2 \quad N_2] \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c+1}^c \end{bmatrix} + \\
 & \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c}^p \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_3^T + M_3 & * \\ -M_3 + N_3^T & -N_3^T - N_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix} + \\
 & d_M \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_3^T \\ N_3^T \end{bmatrix} W^{-1} [M_3 \quad N_3] \begin{bmatrix} x_k^c \\ x_{k-d_k^c}^c \end{bmatrix}.
 \end{aligned}
 \right\}
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 & 1 = \\
 & \begin{bmatrix} (-I)^T U (-I) & * \\ (0^{ca} C_c)^T U (-I) & (0^{ca} C_c)^T U (0^{ca} C_c) \\ (1^{ca} C_c)^T U (-I) & (1^{ca} C_c)^T U (0^{ca} C_c) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} * \\ * \\ (1^{ca} C_c)^T U (1^{ca} C_c) \end{bmatrix}, \\
 & 2 = \\
 & \begin{bmatrix} (A_c - I)^T (V + W) (A_c - I) & * \\ (B_c)^T (V + W) (A_c - I) & (B_c)^T (V + W) (B_c) \end{bmatrix}. \\
 & \text{整理可得 } V_k = (k)^T k, \text{ 如下式所示:} \\
 & = \begin{bmatrix} 11 & * & * & * & * \\ 21 & 22 & * & * & * \\ 31 & 32 & 33 & * & * \\ 41 & 42 & 43 & 44 & * \\ 51 & 52 & 53 & 54 & 55 \end{bmatrix}. \quad (7)
 \end{aligned}
 \right\}
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 & 11 = \\
 & P + d_M (-I)^T U (-I) + d_M M_1^T U^{-1} M_1 - \\
 & P + (d + 1) R + M_1^T + M_1, \quad 21 = 0, \\
 & 22 = \\
 & A_c^T Q A_c + d_M (A_c - I)^T (V + W) (A_c - I) + \\
 & d_M M_2^T V^{-1} M_2 + d_M M_3^T W^{-1} M_3 - Q + \\
 & (d + 1) (S + T) + M_2^T + M_2 + M_3^T + M_3, \\
 & 31 = d_M N_1^T U^{-1} M_1 - M_1 + N_1^T, \\
 & 32 = (B_c)^T Q A_c + (B_c)^T V (A_c - I) + \\
 & (B_c)^T W (A_c - I), \\
 & 33 = (B_c)^T (Q + V + W) (B_c), \\
 & 41 = (0^{ca} C_c)^T P + d_M (0^{ca} C_c)^T U (-I), \\
 & 42 = d_M N_2^T V^{-1} M_2 - M_2 + N_2^T, \quad 43 = 0, \\
 & 44 = (0^{ca} C_c)^T P (0^{ca} C_c) + d_M (0^{ca} C_c)^T U \times \\
 & (0^{ca} C_c) + d_M N_2^T V^{-1} M_2 - N_2^T - N_2 - S, \\
 & 51 = (1^{ca} C_c)^T P + d_M (1^{ca} C_c)^T U (-I), \\
 & 52 = d_M N_3^T W^{-1} M_3 - M_3 + N_3^T, \quad 53 = 0, \\
 & 54 = \\
 & (1^{ca} C_c)^T P (0^{ca} C_c) + d_M (1^{ca} C_c)^T U (0^{ca} C_c), \\
 & 55 = (1^{ca} C_c)^T P (1^{ca} C_c) + d_M (1^{ca} C_c)^T U \times \\
 & (1^{ca} C_c) + d_M N_3^T W^{-1} M_3 - N_3^T - N_3 - T.
 \end{aligned}$$

则当  $\lambda < 0$  时, 有  $V_k < 0$ , 即无扰动闭环系统(4) 渐近稳定. 利用引理 1 对式(7)  $\lambda < 0$  等价变换, 代入不确定项  $0^{ca}$  和  $1^{ca}$ , 再用引理 1 和 2 进行变换, 整理即得式(5) 成立.

**定理 2** 对于式(2) 所描述的 NCS, 当扰动系统输出可测时, 若存在正定对称阵  $P, Q, R, S, T, U, V, W$ , 矩阵  $M_1, N_1, M_2, N_2, M_3, N_3$ , 常数  $\lambda_2 > 0$ , 使矩阵  $\lambda_2$  满足下式:

$$\begin{bmatrix}
 211 & * & * & * & * & * & * & * \\
 221 & 222 & * & * & * & * & * & * \\
 231 & 232 & 233 & * & * & * & * & * \\
 241 & 242 & 243 & 244 & * & * & * & * \\
 251 & 252 & 253 & 254 & 255 & * & * & * \\
 261 & 262 & 263 & 264 & 265 & 266 & * & * \\
 271 & 272 & 273 & 274 & 275 & 276 & 277 & * \\
 281 & 282 & 283 & 284 & 285 & 286 & 287 & 288
 \end{bmatrix} < 0. \tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned}
 211 &= 111, & 221 &= 121, & 222 &= 122, \\
 231 &= [0]_{1 \times 8}, & 232 &= [0]_{1 \times 8}, & 233 &= -^2 I, \\
 241 &= 131, & 242 &= 132, & 243 &= [H^T \quad H^T]^T, \\
 244 &= 133, & 251 &= 141, & 252 &= 142, \\
 253 &= [0]_{1 \times 8}, & 254 &= 143, & 255 &= 144, \\
 261 &= 151, & 262 &= 152, & 263 &= [0]_{1 \times 8}, \\
 264 &= 153, & 265 &= 154, & 266 &= 155, \\
 271 &= 161, & 272 &= 162, & 273 &= 0, \\
 274 &= 163, & 275 &= 164, & 276 &= 165, \\
 277 &= -^2 I, & 281 &= [ \quad 0 ], & 282 &= [0]_{1 \times 8}, \\
 283 &= 0, & 284 &= [0]_{1 \times 8}, & 285 &= [0]_{1 \times 8}, \\
 286 &= [0]_{1 \times 8}, & 287 &= 0, & 288 &= - I.
 \end{aligned}$$

则存在动态输出反馈控制律(3),使扰动系统(4)渐近稳定,且扰动抑制率为

证明 欲使系统干扰抑制率为,即实现

$y_k^p$   $w_k^p$  2, 设  $J = \sum_{k=0} [y_k^{pT} y_k^p - ^2 w_k^{pT} w_k^p]$  为性能指标,须使  $J < 0$ . 对扰动系统取 Lyapunov-Krasovskii 泛函(6),在零初始条件下,当存在非零扰动  $w_k^p \in L_2[0, \infty)$  时,有

$$\dot{J} = \sum_{k=0} [y_k^{pT} y_k^p - ^2 w_k^{pT} w_k^p + V_k],$$

$V_k$  为沿扰动闭环系统的差分.经计算整理可得  $J$

$= \sum_{k=0} x_k^T P x_k$ , 式中

$$P = \begin{bmatrix}
 x_k^p & x_k^c & x_{k-d_{ca}}^p & x_{k-d_{ca}}^c & x_{k-d_{ca}+1}^p & x_{k-d_{ca}}^p & w_k^p
 \end{bmatrix}^T,$$

$$= \begin{bmatrix}
 11 & * & * & * & * & * & * \\
 21 & 22 & * & * & * & * & * \\
 31 & 32 & 33 & * & * & * & * \\
 41 & 42 & 43 & 44 & * & * & * \\
 51 & 52 & 53 & 54 & 55 & * & * \\
 61 & 62 & 63 & 64 & 65 & * & *
 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

其中

$$\begin{aligned}
 11 &= 11 - ^T, & 21 &= 21, & 22 &= 22, \\
 31 &= 31, & 32 &= 32, & 33 &= 33, & 41 &= 41,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 42 &= 42, & 43 &= 43, & 44 &= 44, & 51 &= 51, \\
 52 &= 52, & 53 &= 53, & 54 &= 54, & 55 &= 55, \\
 61 &= H^T P + d_M H^T U (- I), \\
 62 &= 63 = 0, \\
 64 &= H^T P ({}^0_{ca} C_c) + d_M H^T U ({}^0_{ca} C_c), \\
 65 &= H^T P ({}^1_{ca} C_c) + d_M H^T U ({}^1_{ca} C_c), \\
 66 &= H^T P H + d_M H^T U H - ^2 I.
 \end{aligned}$$

则当  $< 0$  时,  $J < 0$  成立,即扰动闭环系统(4)渐近稳定.对于  $< 0$ ,同样利用引理 1 进行等价变换,代入不确定项  ${}^0_{ca}$  和  ${}^1_{ca}$ ,再用引理 1 和 2 进行变换,整理即得式(8)成立.

上述两个定理中,  $P^{-1}, Q^{-1}, U^{-1}, V^{-1}$  和  $W^{-1}$  的存在使其不再是标准 LMI 结构,不能直接利用标准 LMI 求解方法得到控制器.在此利用锥补线性化算法<sup>[11,12]</sup>,将其转化为具有 LMI 约束的最小化问题.令  $\bar{P} = P^{-1}, \bar{Q} = Q^{-1}, \bar{U} = U^{-1}, \bar{V} = V^{-1}, \bar{W} = W^{-1}$ , 求最小化问题

$$\min_{P, Q, R, S, T, U, V, W, A_c, B_c, C_c, M_1, M_2, N_1, N_2, M_3, N_3, \bar{P}, \bar{Q}, \bar{U}, \bar{V}, \bar{W}} \text{trace}(\bar{P}\bar{P} + \bar{Q}\bar{Q} + \bar{U}\bar{U} + \bar{V}\bar{V} + \bar{W}\bar{W}).$$

其约束条件为:变量替换后的约束(5)  $< 0$  或(8)  $< 0$ ,以及

$$\begin{bmatrix} P & I \\ I & P \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} Q & I \\ I & Q \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} U & I \\ I & U \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} V & I \\ I & V \end{bmatrix} < 0, \begin{bmatrix} W & I \\ I & W \end{bmatrix} < 0.$$

如果对于  $n$  维  $P, Q, U, V$  和  $W$ ,上述问题的解为  $5n$ , 则可根据此时的解  $A_c, B_c$  和  $C_c$  获得控制器.

### 4 仿真研究

考虑如下连续被控过程:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_t^p &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x_t^p + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u_{t-ca}^c + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} w_t^p, \\
 x_0^p &= [1 \quad -0.5], \quad y_0^p = [1 \quad 0] x_0^p.
 \end{aligned}$$

对被控过程进行离散化,取离散采样周期  $h = 0.01$  s,假设网络时延服从均匀分布.设  $d_{ca}$  为控制时延拍数,  $ca$  为控制时延小于采样周期的部分,可得如下被控过程的离散化模型:

$$\begin{aligned}
 x_{k+1}^p &= x_k^p + (B_0 + DFE) u_{k-d_{ca}+1}^c + \\
 & (B_1 - DFE) u_{k-d_{ca}}^c + H_k w_k^p.
 \end{aligned}$$

其中

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.01 \\ 0 & 0.999 \end{bmatrix}, \quad H_k = \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0.001 \end{bmatrix},$$

$${}^0_{ca} = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{A_p d} B_p, \quad {}^1_{ca} = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} e^{A_p d} B_p.$$

由此可得系统特征值 0 和 -0.1.取特征向量阵

$\begin{bmatrix} 1 & -0.995 \\ 0 & 0.0995 \end{bmatrix}$ , 根据  $\hat{\sigma}^{\omega}$  和  $\hat{\sigma}^{\omega}$  的构成, 取  $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = 0$ , 则得

$$B_0 = \begin{bmatrix} -9.99 \\ 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 9.99 \\ -0.999 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 9.9504 \\ 0 & -0.995 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1.005 \end{bmatrix},$$

$$F = \begin{bmatrix} -\hat{\sigma} & 0 \\ 0 & e^{-0.1/(0.01-\hat{\sigma})} \end{bmatrix}.$$

仿真验证过程如图 1 ~ 图 4 所示.

当控制时延和输出时延均在  $[0.001, 0.01]s$  内服从均匀分布时, 利用定理 1 计算得到

$$A_c = \begin{bmatrix} 0.0495 & 0 \\ 0 & 0.0495 \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} -0.1220 \\ -0.1220 \end{bmatrix},$$

$$C_c = [-0.3790 \quad -0.3790].$$

此时控制器的控制效果如图 1 所示. 当控制时延和输出时延均在  $[0.01, 0.1]s$  内服从均匀分布时, 利用定理 1 得到

$$A_c = \begin{bmatrix} 0.0918 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0918 \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} -0.2633 \\ -0.2633 \end{bmatrix},$$

$$C_c = [-0.6792 \quad -0.6792].$$

此时控制器的控制效果如图 2 所示. 可以看出, 两种情况均能实现稳定的控制.

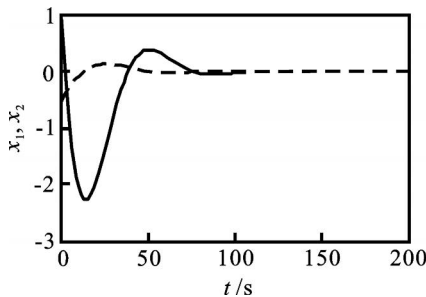


图 1 无扰系统状态响应 1

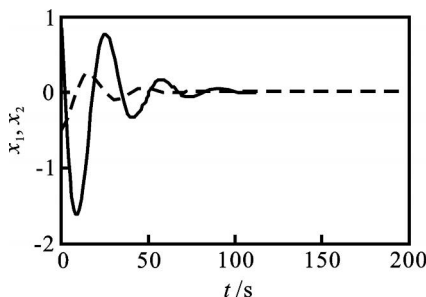


图 2 无扰系统状态响应 2

图 3 和图 4 给出了存在外界扰动条件下的系统状态响应. 设系统扰动是均值为 0, 方差为 0.1 的高斯噪声, 当控制时延和输出时延均在  $[0.001, 0.01]s$  的范围内, 扰动抑制率  $\rho = 5.7$  时, 根据定理

2 计算得到

$$A_c = \begin{bmatrix} 0.0748 & -0.0003 \\ -0.0003 & 0.0748 \end{bmatrix},$$

$$B_c = \begin{bmatrix} -0.4382 \\ -0.4382 \end{bmatrix},$$

$$C_c = [-0.8624 \quad -0.8624].$$

此时闭环系统状态响应如图 3 所示. 当控制时延和输出时延均在  $[0.01, 0.1]s$  的范围内, 扰动抑制率为  $\rho = 0.905$  时, 计算得

$$A_c = \begin{bmatrix} 0.0965 & 0 \\ 0 & 0.0965 \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} -0.8746 \\ -0.8746 \end{bmatrix},$$

$$C_c = [-0.2064 \quad -0.2064].$$

此时闭环系统状态响应如图 4 所示. 可以看出, 闭环系统能实现稳定的控制和有效的扰动抑制作用.

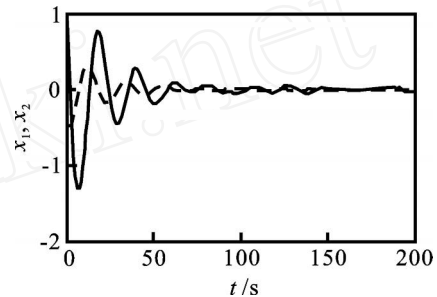


图 3 扰动系统状态响应 1

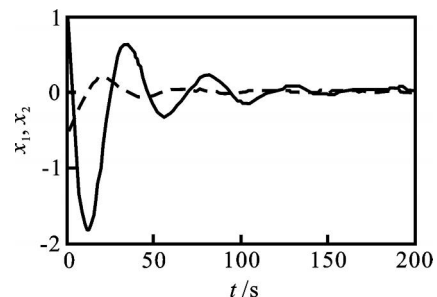


图 4 扰动系统状态响应 2

### 5 结论

本文对具有网络控制时延和输出时延的 NCS, 基于鲁棒控制和线性矩阵不等式方法, 给出了网络化控制系统的一种时延相关鲁棒  $H_\infty$  带记忆动态输出反馈控制方法. 基于 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 分别给出了在无扰动和有扰动条件下, 存在所设计的控制律确保系统渐近稳定的充分条件, 以及利用锥补线性化算法设计控制器的方法. 仿真研究验证了所提出方法的有效性.

### 参考文献 (References)

[1] Walsh G C, Ye H, Bushnell L G. Stability analysis of networked control systems [C]. Proc of American Control Conf. San Diego, 1999: 2876-2880.  
 [2] Tipsuwan Y, Chow M Y. Control methodologies in networked control systems [J]. Control Engineering

- Practice, 2003, 11(10): 1099-1111.
- [3] Yue D, Han Q L, Lam J. Network-based robust  $H_\infty$  control of systems with uncertainty [J]. Automatica, 2005, 41(6): 999-1007.
- [4] Zhao H, Wu M, Liu G P, et al.  $H_\infty$ -infinity control for networked control system (NCS) with time-varying delays[J]. J of Control Theory and Applications, 2005, 3(2): 157-162.
- [5] 姜培刚, 姜偕富, 李春文, 等. 基于 LMI 方法的网络化控制系统的  $H_\infty$  鲁棒控制[J]. 控制与决策, 2004, 19(1): 17-26.  
(Jiang P G, Jing X F, Li C W, et al. Robust  $H_\infty$  control for the networked control systems based on LMI [J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 17-26.)
- [6] 樊卫华, 蔡骅, 胡维礼, 等. 时延网络控制系统的稳定性[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 880-884.  
(Fan W H, Cai H, Hu W L, et al. Stability of networked control systems with time-delay[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(6): 880-884.)
- [7] 邱占芝, 张庆灵. 一类不确定时延网络控制系统最优  $H_\infty$  控制[J]. 信息与控制, 2006, 35(1): 64-72.  
(Qiu Z Z, Zhang Q L. Optimal  $H_\infty$  control for a class of networked control system with uncertain time-delay[J]. Information and Control, 2006, 35(1): 64-72.)
- [8] 张先明, 吴敏. 线性多时滞不确定离散时间线性系统的时滞相关  $H_\infty$  控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(6): 918-922.  
(Zhang X M, Wu M. Delay-dependent  $H_\infty$ -infinity control for linear discrete-time uncertain systems with multiple unknown delays [J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(6): 918-922.)
- [9] Witrant E, Canudas C, Georges D. Remote output stabilization under two channels time-varying delays[C]. Proc of 4th IFAC Workshop on Time Delay Systems. Rocquencourt, 2003: 1-6.
- [10] Wu M, He Y, She J H, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1435-1439.
- [11] Laurent E I, Francois O, Mustapha A, et al. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1171-1176.
- [12] Gao H J, Wang C H. Comments and further results on "A descriptor system approach" to  $H_\infty$ -infinity control of linear time-delay systems [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(3): 520-525.

(上接第 968 页)

- [33] Ye C, Yung N H C, Wang D. A fuzzy controller with supervised learning assisted reinforcement learning algorithm for obstacle avoidance[J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics: Part B, 2003, 33(1): 17-27.
- [34] Zhang R B, Shi Y. Research on intelligence robot formation based on fuzzy  $Q$ -learning[C]. Int Conf on Machine Learning and Cybernetics. New York, 2004, 3: 1936-1941.
- [35] Beom H R, Cho H S. Sensor-based navigation for a mobile robot using fuzzy logic and reinforcement learning [J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 1995, 25(3): 464-477.
- [36] 石纯一, 廖士中. 定性推理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
(Shi C Y, Liao S Z. Qualitative reasoning methods [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [37] Franklin J A. Qualitative reinforcement learning control[C]. 31st IEEE Conf on Decision and Control. Piscataway, 1992, 1: 870-877.
- [38] Sabbadin R. Towards possibilistic reinforcement learning algorithms[C]. 10th IEEE Int Conf on Fuzzy Systems. New York, 2001, 1: 404-407.
- [39] Colombini E L, Ribeiro C H C. An analysis of feature-based and state-based representation for module-based learning in mobile robots[C]. 5th Int Conf on Hybrid Intelligent System. Piscataway, 2005: 163-168.
- [40] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.  
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G, et al. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2004.)
- [41] Chen Y J, Lin J H, Hwang K S, et al. A grey evaluation function for reinforcement learning [C]. IEEE Int Conf on Neural Networks and Signal Processing. Piscataway, 2003, 1: 58-61.