第 23 卷 第 9 期 控 制 与 决 策 2008 年 9 月
Vol. 23 No. 9 Control and Decision Sep. 2008

文章编号: 1001-0920(2008)09-0976-05

一种新的基于简化二进制可辨矩阵的相对约简算法

蒙祖强[1,2], 史忠植[1]
(1. 中国科学院 计算技术研究所, 北京 100190; 2. 广西大学 计算机与电子信息学院, 南宁 530004)

摘 要: 提出一种基于简化二进制可辨矩阵的启发式相对约简算法,其特点是在扫描数据库的过程中形成规模很小的简化二进制可辨矩阵. 基于简化二进制可辨矩阵构造了面向相对约简的矩阵变换方法,通过这种矩阵变换可从二进制可辨矩阵直接高效地导出相对约简. 理论分析和实验结果说明和验证了该算法具有相对高效性和强可操作性等优点.

关键词: 决策系统; 相对约简; 二进制可辨矩阵; 分辨矩阵
中图分类号: TP18 **文献标识码**: A

Algorithm for relative reduction based on simplifried binary discernibility matrix

MENG Zu-qiang[1,2], *SHI Zhong-zhi*[1]
(1. Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. College of Computer and Electronics Information, Guangxi University, Nanning 530004, China. Correspondent: MENG Zu-qiang, E-mail: mengzuqiang@sohu.com)

Abstract: An algorithm for relative attribute reduction based on simplified binary discernibility matrix (SBDM) is proposed. SBDM, which is relatively small in size, is constructed during the process of scanning data set. Then matrix transforms on SBDM for relative attribute reduction are designed. By using this kind of transforms, relative reduction can be efficiently accomplished. A theoretical and experimental analysis shows that the proposed algorithm has good maneuverability and high efficiency.

Key words: Decision system; Relative reduction; Binary discernibility matrix; Discernibility matrix

1 引 言

相对约简(简称约简)是粗糙集理论研究的核心内容之一,主要分为基于正区域的约简和基于分辨矩阵的约简. 对于前者,利用排序技术可将约简算法复杂度降至 $O(|C|^2|U|\log|U|)$[1],甚至更低[2]. 对于后者,需要通过扫描数据集对不同决策类中的对象进行两两对比才能建立分辨矩阵,因此这类算法的时间复杂度一般为 $O(|C|^2|U|^2)$[1]. 尽管后者的时间复杂度比前者高,但该方法却很直观,便于算法的实现,因此在许多研究和应用中仍然受到重视.

文献[3]通过构造简化决策表的方法导出简化分辨矩阵,并以区分对象对集来替代简化分辨矩阵这个中间结果,其时间复杂度逼近于基于分辨矩阵的算法的时间复杂度下界 $O(|C||U/C|^2)$. 但其约简计算是一种集合运算,而且通过逐步添加条件属性来构造约简,这种约简方法往往是不完备的[1]. [4]利用二进制可辨矩阵来代替一般的分辨矩阵,其计算过程比较直观且易于操作. 但该方法对二进制可辨矩阵处理的时间复杂度高达 $O(|C|^2+|U|^4)$, 这非常不利于对大数据集的约简. 需要指出的是,[5]对[4]的方法提出了质疑,但研究发现,[4]的方法对一致决策系统的约简还是有效的.

学者们在文献[4]的基础上提出一些改进算法[6,7],但这些算法所定义的变换和运算都需要对空间复杂度高达 $O(|C||U|^2)$ 的二进制可辨矩阵进行操作,实际上并没有进行根本性的改进. 因此,基于二进制可辨矩阵的约简算法的效率问题仍需进

收稿日期: 2007-06-30; **修回日期**: 2007-10-19.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60435010,60775035); 广西自治区教育厅科研项目(桂教科研[2006]26 号).
作者简介: 蒙祖强(1974—),男,广西罗城人,副教授,博士后,从事粒度计算、知识发现等研究; 史忠植(1941—),男,江苏宜兴人,研究员,博士生导师,从事人工智能、机器学习等研究.

一步研究.

本文提出了简化二进制可辨矩阵的概念,并利用吸收率来构造简化二进制可辨矩阵,从而通过对简化二进制可辨矩阵的操作,实现对决策系统的约简.简化二进制可辨矩阵的规模是与数据集规模几乎无关的常数,基于简化二进制可辨矩阵的变换和操作,能大大降低算法的复杂度.此外,利用文献[3]提出的方法来构造简化决策表,并据此构造简化二进制可辨矩阵.本文算法是集高效性与直观性的一种算法,其时间复杂度也逼近于此类算法的时间复杂度下界 $O(|C||U/C|^2)$.

2　决策系统及其约简

一个信息系统可表示为四元组:$IS = \langle U, C, \{V_a\}, f_a\rangle_{a\in C}$.其中:$U$ 是论域,表示有限对象(样本)的集合;C 是有限属性的集合;V_a 是对象在属性 $a \in C$ 上所有可能取值的集合(a 的值域);$f_a: U \to V_a$ 是论域 U 到值 V_a 上的映射,称为信息函数,该函数的值称为相应对象的属性值.通常,$\langle U, C, \{V_a\}, f_a\rangle_{a\in C}$ 简写为 $\langle U, C\rangle$,即 $IS = \langle U, C\rangle$.

在信息系统 $\langle U, C, \{V_a\}, f_a\rangle_{a\in C}$ 中,加上另一属性集 D,便形成一个新的信息系统 $\langle U, C\cup D, \{V_a\}, f_a\rangle_{a\in C}$,称为决策系统,用 DS 表示.其中:C 中的属性称为条件属性,D 中的属性称为决策属性,且 $C\cap D = \varnothing$.通常,$\langle U, C\cup D, \{V_a\}, f_a\rangle_{a\in C}$ 简写为 $\langle U, C\cup D\rangle$,用 DS 表示,即 $DS = \langle U, C\cup D\rangle$.决策系统通常表示为二维表的形式,故又称决策表.

对于决策系统 $\langle U, C\cup D\rangle$,$U = \{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$,$C = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$,$D = \{d\}$,令 $M = (m_{ij})_{n\times n}$,其中

$$m_{ij} = \begin{cases} \{a \in C \mid f_a(s_i) \neq f_a(s_j), s_i, s_j \in U\}, \\ \quad f_d(s_i) \neq f_d(s_j),\ i < j; \\ \varnothing,\ 否则. \end{cases} \tag{1}$$

则称 M 为决策系统 $\langle U, C\cup D\rangle$ 的分辨矩阵.

对于决策系统 $DS = \langle U, C\cup D\rangle$,令 $g(DS) = \bigwedge_{1\le i,j\le n, i<j}\bigvee m_{ij}$,则称 $g(DS)$ 为决策系统 DS 的分辨函数.

对于一致决策系统,有如下定理:

定理 1[8]　令 $M = (m_{ij})_{n\times n}$ 为一致决策系统 $DS = \langle U, C\cup D\rangle$ 的分辨矩阵,矩阵的某个 m_{ij} 为单元集(m_{ij} 仅包含一个属性),当且仅当该单元集中唯一属性属于决策系统的核 $\mathrm{Core}(C)$.

定理 2　假设 $g(DS)$ 为决策系统 DS 的分辨函数,将函数 $g(IS)$ 由合取范式经过等值演算转化为最简的析取范式,则该析取范式中的每个简单合取式对应于 DS 的一个约简(相对约简).即每个简单合取式中所有文字的集合是 DS 的一个约简,这些约简的集合是决策系统 DS 的所有约简.

定理 1 和定理 2 在理论上解决了一致决策系统的核和约简计算问题.然而,分辨矩阵需要的空间开销高达 $O(|C||U|^2/2)$,且按定理 2 去求约简,将产生组合爆炸问题,因此上述方法是实际不可行的.文献[4,6,7]用构造的二进制可辨矩阵来代替一般的分辨矩阵,其优点是计算过程比较直观,且易于操作.但此方法的空间开销在最坏情况下也达到 $O(|C||U|^2/2)$,以至于使整个算法的复杂度达到 $O(|C|^2+|U|^4)$[4],这非常不利于约简.

3　简化二进制可辨矩阵的生成及其面向约简的变换

3.1　基于简化决策表的二进制可辨矩阵

对于一致决策系统 $\langle U, C\cup D\rangle$,假设 $U/C = \{[s_1'], [s_2'], \cdots, [s_p']\}$,令 $U' = \{s_1', s_2', \cdots, s_p'\}$,则 $\langle U', C\cup D\rangle$ 称为简化决策表[3],或简化决策系统.

简化决策表和原决策表都包含相同的决策信息,而问题规模则由原来的 $|U|$ 降至 $|U/C|$,构造简化决策表的时间复杂度为 $O(|C||U|)$[2].

对于简化决策系统 $DS' = \langle U', C\cup D, \{V_a\}, f_a\rangle_{a\in C}$,$U' = \{s_1', s_2', \cdots, s_p'\}$,$C = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$,$D = \{d\}$,令 $M' = (b_{((i,j),k)})_{p\times m}$,其中

$$b_{((i,j),k)} = \begin{cases} 1,\ f_{a_k}(s_i') \neq f_{a_k}(s_j'),\ f_d(s_i') \neq f_d(s_j'), \\ \quad s_i', s_j' \in U'; \\ 0,\ 否则. \end{cases} \tag{2}$$

则 M' 称为 DS' 的二进制可辨矩阵[4,9].

二进制可辨矩阵 M' 同样包含了 U' 中两两对象的区别信息,其最大规模(矩阵包含的行数) p 为 $|U'|(|U'|-1)/2$,二进制位数达到 $|C||U'|\times(|U'|-1)/2$,即空间复杂度为 $O(|C||U'|^2/2)$.如果算法在运行过程中生成这种二进制可辨矩阵,并基于此矩阵进行计算,则其性能显然是不理想的.

3.2　简化二进制可辨矩阵的生成

二进制可辨矩阵与一般的分辨矩阵包含等量的分辨信息,因此可通过二进制可辨矩阵与一般分辨矩阵的对比,以探讨二进制可辨矩阵的一些性质.

考虑表 1 所示的简化决策系统 $\langle U', C\cup D\rangle$,其中 $U' = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$,$C = \{a, b, c\}$,$D = \{d\}$.

该简化决策系统的一般分辨矩阵和二进制可辨矩阵分别如表 2 和表 3 所示.

对比表 2 和表 3 可以发现,二进制可辨矩阵中

表 1 决 策 表

U'	a	b	c	d	U'	a	b	c	d
s_1	2	1	4	2	s_4	2	1	1	2
s_2	1	1	1	1	s_5	2	2	2	1
s_3	3	3	3	3	s_6	2	2	3	3

表 2 分辨矩阵

	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
s_1	-	ac	abc	$\varnothing$	bc	bc
s_2		-	abc	a	$\varnothing$	abc
s_3			-	abc	abc	$\varnothing$
s_4				-	bc	bc
s_5					-	c
s_6						-

表 3 二进制可辨矩阵

	a	b	c		a	b	c
(s_1, s_2)	1	0	1	(s_2, s_6)	1	1	1
(s_1, s_3)	1	1	1	(s_3, s_4)	1	1	1
(s_1, s_5)	0	1	1	(s_3, s_5)	1	1	1
(s_1, s_6)	0	1	1	(s_4, s_5)	0	1	1
(s_2, s_3)	1	1	1	(s_4, s_6)	0	1	1
(s_2, s_4)	1	0	0	(s_5, s_6)	0	0	1

的行(s_i, s_j)对应于分辨矩阵中的项m_{ij}. 具体讲,对于分辨矩阵中不为空集的项m_{ij}所包含的属性,它们在二进制可辨矩阵中对应的列与行(s_i, s_j)的交叉为 1,否则为 0;反之,如果在二进制可辨矩阵中某些属性对应的列与行(s_i, s_j)的交叉处为 1,则这些属性构成了分辨矩阵中的项m_{ij}. 对于为空集的项,在二进制可辨矩阵中不存在与之对应的行,因此二进制可辨矩阵比分辨函数更为精练.

对于一致决策系统而言,当分辨矩阵中某个m_{ij}为单属性集合时,该属性属于决策系统的核(见定理 1). 易知,单属性集合在二进制可辨矩阵中体现为仅有一个 1 的行. 于是有如下定理:

定理 3 对于简化决策系统 $DS' = \langle U', C \cup D\rangle$, $U' = \{s_1', s_2', \cdots, s_p'\}$, $C = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$, $D = \{d\}$, $M' = (b_{((i,j),k)})_{p\times m}$ 为 DS'的二进制可辨矩阵,令 Core $= \{a_k \mid$ 存在唯一的 $k \in \{1,2,\cdots,m\}$, 使得 $b_{((i,j),k)} = 1$; 对于$\{1,2,\cdots,m\}$中其他不等于k的k', 均有 $b_{((i,j),k')} = 0$, $i, j = 1,2,\cdots,p\}$. 则 Core 为 DS'的核.

吸收律在构造简化二进制可辨矩阵过程中具有重要作用,它体现为下列操作:

If 行(s_i, s_j) + 行$(s_{i'}, s_{j'})$ = 行$(s_{i'}, s_{j'})$,
Then 删除行$(s_{i'}, s_{j'})$. (3)

其中"+"表示逻辑加法,即 $0 + 0 = 0, 0 + 1 = 1, 1 + 0 = 1, 1 + 1 = 1$. 如果行$(s_i, s_j)$ + 行$(s_{i'}, s_{j'})$ = 行$(s_{i'}, s_{j'})$,则称行$(s_{i'}, s_{j'})$逻辑包含行(s_i, s_j).

实际上,上述判断 - 删除操作可同时完成重复行和逻辑包含行的删除. 利用这种操作可在扫描简化决策表的过程中,逐步生成没有重复行、不含逻辑包含行的二进制可辨矩阵(简称简化二进制可辨矩阵). 相应的算法描述如下:

算法 1 简化二进制可辨矩阵的构造算法

输入:决策系统$\langle U, C \cup D\rangle$;

输出:简化二进制可辨矩阵 M''.

1) 利用文献[2]提出的方法求解 U/C;

2) 在 U/C 的每个等价类中抽取一个对象,组成简化决策表$\langle U', C \cup D\rangle$, $U' = \{s_1', s_2', \cdots, s_p'\}$;

3) 令 $M'' = \varnothing$;

4) For $i = 1$ to $|U'| - 1$ do

① Begin

② For $j = i$ to $|U'|$ do

③ Begin

④ If $f_d(s_i') \neq f_d(s_j')$ Then

⑤ Begin

⑥ 比较对象 s_i'和对象 s_j',构造行(s_i', s_j');

⑦ If M''中存在逻辑包含(s_i', s_j')的行, Then 将包含(s_i', s_j')的行全部删除,然后将(s_i', s_j')添加到 M''中;

Else If (s_i', s_j')不包含 M''中任意的行, Then 将(s_i', s_j')添加到 M''中;

⑧ End

⑨ End

⑩ End.

在算法 1 中, 步骤 1) 和 2) 的复杂度均为 $O(|C||U|)$, 步骤 4) 的复杂度为 $O(|M''||C| \times |U'|^2) = O(|M''||C||U/C|^2)$,其中$|M''|$表示 M''的规模. 大量的实验表明,$|M''|$是与$|U|$几乎无关的常数,所以步骤 4) 的实际复杂度接近于 $O(|C||U'|^2)$. 可见,算法1的复杂度由步骤4)决定,近似为 $O(|C||U'|^2)$.

算法 1 没有改变一般二进制可辨矩阵所包含的约简,即生成的简化二进制可辨矩阵包含了原决策系统所有的约简.

3.3 简化二进制可辨矩阵的变换

在二进制可辨矩阵中,任意行中如果存在唯一的 1,则该 1 对应的属性属于核属性. 对于非核属性,一次可删除一个非核属性,所得到的简化二进制可辨矩阵仍包含至少一个约简.

在对简化二进制可辨矩阵删除一个非核属性后,可能出现新的仅包含一个 1 的行.这个 1 对应的属性不能再删除,否则会使其对应的两个对象无法区别.把这样的属性称为当前核属性,以示与决策系统核属性的区别(即前核属性不一定是决策系统的核属性,但反之成立).于是有如下定理:

定理 4　在简化二进制可辨矩阵中,在删除一个非当前核属性对应的列后,简化二进制可辨矩阵仍包含至少一个约简.显然,矩阵包含的任意约简都不再包含被删除的属性.

从分辨矩阵看,非当前核属性就是非单属性集合中的属性.对这种属性进行一次删除操作后,分辨矩阵仍包含至少一个约简,文献[10]对此已作了证明.显然,非当前核属性的删除操作次数不超过 $|C|$ 次.当这种删除操作不能执行时,剩下的属性即为决策系统的约简.

另外还有一个问题,即如果存在多个非当前核属性,那么应先删除哪一个?这涉及到如何构造启发函数的问题.启发函数的不同定义方法会导致不同的约简效果.一般而言,最小约简是人们所期望的.基于这种考虑,将启发函数表示为 $f(a)$,定义为属性 a 在当前简化二进制可辨矩阵中出现的频率,即

$$f(a)=|\{(s_i,s_j)\mid 行(s_i,s_j)在列 a 处的值为 1,(s_i,s_j)\in M''\}|. \qquad (4)$$

这样,在进行删除操作时,先选择 $f()$ 值最小的非当前核属性进行删除.如果有多个属性的 $f()$ 值同时达到最小值,则随机选择其中之一即可.

4　基于二进制可辨矩阵的启发式约简算法

通过前面的论述,在此给出一个完整的决策系统约简算法,其描述如下:

算法 2　基于二进制可辨矩阵的决策系统的启发式约简算法

输入:决策系统 $\langle U, C\cup D\rangle$;

输出:C 相对于 D 的一个约简 Red.

1) 利用算法 1 产生简化二进制可辨矩阵 M'';

2) 计算 C 中每个非当前核属性 a 的 $f(a)$ 值(如果 C 中存在非当前核属性);

3) 如果 C 中存在非当前核属性,则转 4),否则转 5);

4) 选择 $f()$ 值最小的非当前核属性,设为 a',将 a' 对应的列从 M'' 中删除,并转 3);

5) 取 M'' 中剩下的属性组成属性集 Red,Red 即为所求的约简.

在算法 2 中,步骤 1) 的复杂度近似为 $O(|C|\times|U|^2)$,步骤 2) 在最坏情况下为 $O(|C||M''|)$,步骤 4) 为 $O(1)$,步骤 5) 为 $O(|C|)$.因此,算法 2 的复杂度由步骤 1) 决定,近似为 $O(|C||U|^2)$.

5　实验分析

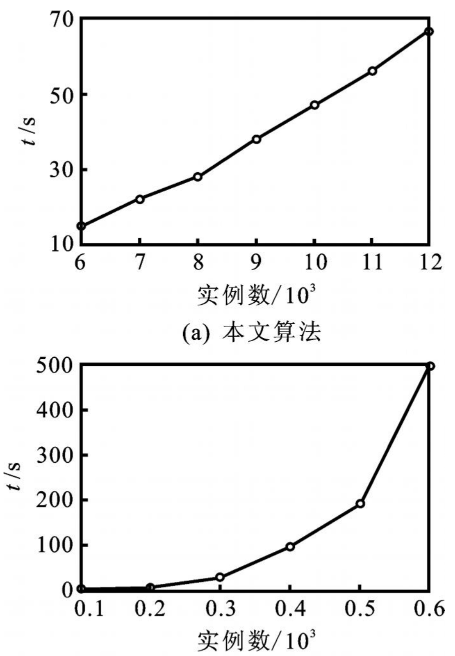
文献[4,6,7]算法的基本思想是:首先建立决策系统的二进制可辨矩阵,然后定义基于该矩阵的行变换和列变换以及一些删除操作,最后通过这些变换和操作实现对决策系统的约简.所构建的二进制可辨矩阵的规模高达 $O(|C||U|^2/2)$,而且基于此矩阵的变换和操作实现起来比较复杂,因此这些算法并不理想.

本文提出的算法,首先建立决策系统的简化二进制可辨矩阵,这是在扫描数据集的过程中逐步建立的;然后基于此简化二进制可辨矩阵进行约简计算.简化二进制可辨矩阵的规模 $|M''|$ 是与问题规模 $|U|$ 几乎无关的常数,而且所定义的操作比较简单,建立简化二进制可辨矩阵以及相应的约简计算的时间复杂度都比较小,因此算法是相对高效的.

为了比较一般二进制可辨矩阵的规模 $|M|$ 与简化二进制可辨矩阵的规模 $|M''|$,并且研究 $|M''|$ 与问题规模 $|U|$ 之间的关系,本文利用许多 UCI 数据集进行实验,比较结果如表 4 所示.

表 4　M 和 M 对几种数据集的测试结果

序号	数据集	$\|U\|$	条件属性数	$\|M\|$	$\|M''\|$
1	Monks-1	124	7	3 844	3
2	Monks-2	169	7	6 824	6
3	Monks-3	122	7	3 779	4
4	Breast cancer	500	10	56 416	21
5	Breast cancer	500	10	56 416	22
6	Voting DB	435	16	44 688	15
7	Mushroom	8 124	22	16 478 528	41



(a) 本文算法

(b) 文献[4]算法

图 1　约简算法在 Nursery 数据集上的比较

由表 4 可知, $|M''|$ 是与 $|U'|$ 几乎无关的常数, $|M'|$ 近似正比于 $|U|^2/4$, $|M''|$ 远远小于 $|M'|$. 如果将 $|M''|$ 视为常数,则本文算法的复杂度为 $O(|C||U'|^2) = O(|C||U/C|^2/2)$,其效率明显优于文献[4]算法.

Nursery 数据集总共包含 12 960 条数据(实例),8 个条件属性. 对于本文算法和文献[4]算法,分别从中随机选择不同的实例数进行实验,图 1(a)和(b)分别显示了两组不同的实验结果. 结果表明,本文算法的效率远远高于文献[4]算法的效率,而且文献[4]算法的时间增长率随实例数的增长而急剧增加.

文献[6,7]虽然对文献[4]作了改进,但这种改进只是局部性的,其时间复杂度总体上还是处于同一个数量级上. 在基于分辨矩阵的同类约简算法中,本文算法是一种相对高效的约简方法.

6 结 论

本文首先介绍了(简化)决策系统、分辨矩阵、二进制可辨矩阵等概念;然后给出了简化二进制可辨矩阵的概念及其生成方法,其优点是可避免生成一般二进制可辨矩阵这个空间开销高达 $O(|C| \times |U'|^2/2)$ 的中间结果,并减少了基于该矩阵变换的计算复杂度;最后构造了基于(简化)二进制可辨矩阵的面向属性相对约简的矩阵变换,并由此给出了约简算法的描述. 理论分析和实验结果表明,本文算法在效率和可操作性上均优于已有的同类算法,是一种相对高效的约简方法.

参考文献(References)

[1] 刘少辉,盛秋戬,吴斌,等. Rough 集高效算法的研究[J]. 计算机学报, 2003, 26(5): 524-529.
(Liu S H, Sheng Q J, Wu B, et al. Research on efficient algorithms for rough set methods[J]. Chinese J of Computers, 2003, 26(5): 524-529.)

[2] 徐章艳,刘作鹏,杨炳儒,等. 一个复杂度为 $\max(O \times (|C||U|), O(|C|^2|U/C|))$ 的快速属性约简算法[J]. 计算机学报, 2006, 29(3): 391-399.
(Xu Z Y, Liu Z P, Yang B R, et al. A quick attribute reduction algorithm with complexity of $\max(O(|C| \times |U|), O(|C|^2|U/C|))$[J]. Chinese J of Computers, 2007, 22(1): 73-77.)

[3] 高学东,丁军. 基于简化差别矩阵的属性约简算法[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 26(6): 101-107.
(Gao X D, Ding J. An attribution reduction algorithm based on simple discernibility matrix [J]. System Enginering — Theory and Practice, 2006, 26(6): 101-107.)

[4] 支天云,苗夺谦. 二进制可辨矩阵的变换及高效属性约简算法的构造[J]. 计算机科学, 2002, 29(2): 140-142.
(Zhi T Y, Miao D Q. The binary discernibility matrix's transformation and high efficiency attributes reduction algorothm's conformation[J]. Computer Science, 2002, 29(2): 140-142.)

[5] 叶东毅,陈昭炯. 一个新的二进制可辨识矩阵及其核的计算[J]. 小型微型计算机系统, 2004, 25(6): 965-967.
(Ye D Y, Chen Z J. New binary discernibility matrix and the computation of a core[J]. Mini-micro Systems, 2004, 25(6): 965-967.)

[6] 周海岩,杨汀. 基于二进制可辨矩阵的属性约简算法的改进[J]. 计算机工程与设计, 2003, 24(12): 35-42.
(Zhou H Y, Yang T. A more efficient algoritlun for attribute reduction based on the binary discenrible matrix[J]. Computer Engineering and Design, 2003, 24(12): 35-42.)

[7] 王希雷,马永军. 一种基于二进制可辨矩阵的属性约简算法[J]. 天津科技大学学报, 2005, 20(2): 54-56.
(Wang X L, Ma Y J. An attributes reduction algorithm based on binary discernibility matrix[J]. J of Tianjin University of Science & Technology, 2005, 20(2): 54-56.)

[8] Hu X H, Nick C. Learning in relational databases: A rough set approach [J]. Int J of Computational Intelligence, 1995, 11(2): 323-338.

[9] Felix R, Ushio T. Rough sets-based machine learning using a binary discernibility matrix[C]. Proc of 2nd Int Conf on Intelligent Processing and Manufacturing of Materials. Hawaii, 1999: 299-305.

[10] 蒙祖强,蔡自兴. 个性化决策规则的发现:一种基于 Rough set 的方法[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 994-998.
(Meng Z Q, Cai Z X. Discovery of personalized decision rule: A rough-set-based approach[J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 994-998.)