

文章编号: 1001-0920(2009)01-0091-05

Markov 跳变系统的有限时间状态反馈镇定

何舒平, 刘 飞

(江南大学 自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 讨论一类含有限能量未知扰动的线性 Markov 跳变系统的有限时间镇定问题. 针对连续系统和离散系统两种情况, 利用构造的 Lyapunov-Krasovskii 函数, 并结合线性矩阵不等式方法, 分别证明并给出了跳变系统有限时间镇定控制器有解的充分条件. 采用该方法设计的镇定控制器可使连续系统和离散系统对所有满足条件的未知扰动是有限时间有界和有限时间镇定的. 最后通过数值示例表明了该设计方法的有效性.

关键词: Markov 跳变系统; 有限时间镇定; 有限时间有界; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Finite-time stabilization for Markov jump systems via state feedback

HE Shu-ping, LIU Fei

(Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: LIU Fei, E-mail: fliu@jiangnan.edu.cn)

Abstract: The finite time stabilization problem for a class of linear Markov jump systems with norm bounded exogenous disturbance is considered. For the continuous system and discrete system, sufficient conditions that the solution of finite time stabilization controller is existed are respectively given and proved by using the constructed Lyapunov-Krasovskii functional approaches and linear matrix inequalities techniques. The designed finite time stabilization controller makes jump systems finite-time bounded and finite-time stable for all the admissible exogenous disturbances. Finally, simulation results illustrate the effectiveness of the developed approaches.

Key words: Markov jump systems; Finite time stabilization; Finite-time boundedness; Linear matrix inequalities

1 引 言

在控制理论的研究中,人们长期关注的是系统在无限时间区间内的特性.但在实际工业过程中,除了系统的稳态性能外,暂态性能有时尤其重要,比如要求控制系统的轨迹不能超过某一个给定的界限.实际上,一个稳定的系统可能具有较坏的暂态性能(如振荡剧烈),从而造成很坏的影响,无法满足工业生产要求.为解决系统的暂态性能问题,Dorato^[1]提出了短时间稳定性(即有限时间稳定性)的概念,进而分析了系统的有限时间控制问题.一般而言,一个系统在理想状态下运行的可能性很小,总是不可避免地存在外部干扰和噪声.为使有限时间稳定性更具一般性,Amato 等^[2,3]提出了有限时间有界(FTB)的概念,并将相关概念拓展到有限时间镇定

(FTS)问题^[4].在针对系统有限时间控制问题的研究中,学术界已经取得了很好的成果^[1-8],但现有的结论大都集中于常规线性系统或奇异系统方面的研究,鲜有文献涉及随机系统的相关问题.

作为一类重要的动态随机系统——Markov 跳变系统,自 20 世纪 60 年代初提出其二次型控制^[9]以来,此类系统的应用越来越广泛.它可以抽象为时间演化和事件驱动两类动态机制,由一系列基于有限模态集的 Markov 链建立关系的线性(或非线性)系统通过互相切换而组成.在现有研究中,针对跳变系统的稳定性分析^[10-12]已取得了一定的成果,在随机控制^[13-15]和滤波^[16]方面的研究也取得了很大的进展.但现有的结论主要集中于跳变系统在无限时间区间内的特性,很少关注系统在有限区间内的暂

收稿日期: 2008-04-15; 修回日期: 2008-07-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60574001); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目(050485); 江南大学创新团队发展计划项目.

作者简介: 何舒平(1983—),男,安徽安庆人,博士生,从事随机系统控制与故障检测的研究; 刘飞(1965—),男,安徽宣城人,教授,博士生导师,从事先进控制理论及应用、复杂系统综合等研究.

态性能.

本文针对一类含未知干扰的线性跳变系统,在连续和离散两种情形下,分别讨论其 FTB 和 FTS 问题.利用构造的 Lyapunov-Krasovskii 函数,并结合线性矩阵不等式(LMIs)方法,证明并给出了跳变系统 FTS 控制器有解的充分条件.数值例子显示了设计方法的有效性.

2 系统描述

考虑如下连续时间 Markov 跳变系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(r_t)x(t) + B(r_t)u(t) + B_d(r_t)d(t), \\ x(t) = x_0, r_t = r_0, t = 0. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是系统的状态向量; $u(t) \in R^m$ 是系统的控制向量; $d(t) \in R^p$ 是未知输入信号(包括扰动、噪声等); x_0, r_0 分别是系统的初始状态和初始模态; $A(r_t) \in R^{n \times n}, B(r_t) \in R^{n \times m}, B_d(r_t) \in R^{n \times p}$ 分别为已知的与模态 r_t 相关的适当维数的系数矩阵,其中 r_t 表示系统的模态,为在有限集合 $M = \{1, 2, \dots, N\}$ 中随时间 t 取值的 Markov 随机过程,其跳变转移概率矩阵为 $P = (p_{ij})(i, j \in M)$. 跳变转移率的定义为

$$P_{r_t} \{ r_{t+\Delta t} = j \mid r_t = i \} = \begin{cases} p_{ij} \Delta t + o(\Delta t), & i \neq j; \\ 1 + p_{ii} \Delta t + o(\Delta t), & i = j. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\Delta t > 0$ 且有 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $o(\Delta t)/\Delta t \rightarrow 0$; p_{ij} 表示从模态 i 跳变到模态 j 的转移概率,当 $i = j$ 时, $p_{ij} \geq 0$, 并有 $\sum_{j=1, j \neq i}^N p_{ij} = -p_{ii}$ 成立. 为方便起见,当 $r_t = i$ 时,分别用 A_i, B_i, B_{di} 表征 $A(r_t), B(r_t), B_d(r_t)$. 在有限时间 $T > 0$ 内,未知输入信号 $d(t)$ 满足如下条件:

$$\int_0^T d^T(t)d(t)dt \leq d, d > 0. \quad (3)$$

对于系统(1),考虑如下状态反馈控制器:

$$u(t) = K_i x(t), \quad (4)$$

其中 $K_i \in R^{m \times n}$. 则可得到闭环控制系统

$$\dot{x}(t) = (A_i + B_i K_i)x(t) + B_{di}d(t). \quad (5)$$

本文的主要目的是研究系统(5)的有限时间镇定问题,并获取其有限时间有界的充分条件.在文献[1-7]的基础上,先给出如下关于跳变系统的定义.

定义 1 设 $u(t) = 0$, 连续跳变系统(1)是关于 (c_1, c_2, T, R_i, d) 有限时间有界(FTB)的,如果对于满足条件(3)的 $d(t)$,有如下条件成立:

$$\begin{aligned} x_0^T R_i x_0 \leq c_1 &\Rightarrow x^T(t) R_i x(t) < c_2, \\ \forall t &\in [0, T]. \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $c_1 < c_2, R_i > 0, T$ 为给定的正整数.

定义 2 设 $u(t) = K_i x(t)$, 连续跳变系统(1)是关于 (c_1, c_2, T, R_i, d) 有限时间镇定(FTS)的,如果对于满足条件(3)的 $d(t)$,均有式(6)成立. 其中: $c_1 < c_2, R_i > 0, T$ 为给定的正整数, d 为未知输入信号 $d(t)$ 的上界.

注 1 对于定义 1 而言,如果未知输入信号 $d(t) = 0$,则系统 FTB 的概念便退化为有限时间稳定,即在满足定义 1 的相关条件下,连续跳变系统(1)是关于 (c_1, c_2, T, R_i) 有限时间稳定的.

注 2 针对跳变系统(1),系统 Lyapunov 随机稳定(或镇定)和有限时间稳定(或镇定)是两个不同的概念,系统 Lyapunov 随机稳定(或镇定)不能保证有限时间稳定(或镇定);相反,有限时间稳定(或镇定)也并不能保证随机稳定(或镇定).在此,本文讨论闭环控制系统(5)的 FTB 和 FTS 问题,即设计合适的状态反馈控制器,使得原系统 FTS.

3 连续跳变系统的主要结论

引理 1 设 $u(t) = 0$, 连续时间跳变系统(1)是关于 (c_1, c_2, T, R_i, d) FTB 的,如果存在常数 $\alpha > 0$, 受限模态的正定矩阵 $P_i \in R^{n \times n}$ 和正定对称矩阵 $Q \in R^{p \times p}$, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^N p_{ij} P_j - P_i & P_i B_{di} \\ B_{di}^T P_i & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\frac{c_1 p + d \alpha (1 - e^{-\alpha T})}{p} < e^{-\alpha T} c_2. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} p &= \max_{i \in M} \max(\tilde{P}_i), \quad Q = \max(Q), \\ p &= \min_{i \in M} \min(\tilde{P}_i), \quad \tilde{P}_i = R_i^{1/2} P_i R_i^{1/2}. \end{aligned}$$

证明 当 $u(t) = 0$ 时,构造 Lyapunov-Krasovskii 函数为 $V(x(t), i) = x^T(t) P_i x(t)$, 沿着系统(1)的轨迹,求取 $V(x(t), i)$ 的弱无穷小算子, 即有

$$\begin{aligned} V(x(t), i) &= \\ \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} [E\{V(x(t+\Delta t), r_{t+\Delta t}, t+\Delta t)\} - V(x(t), i)] &= \\ x^T(t) [A_i^T P_i + P_i A_i + \sum_{j=1}^N p_{ij} P_j] x(t) + & \\ 2x^T(t) P_i B_{di} d(t). & \end{aligned}$$

由不等式(7)不难看出

$$V(x(t), i) < V(x(t), i) + d^T(t) Q d(t).$$

对上式两边同时乘以 $e^{-\alpha t}$, 则有

$$[e^{-t} V(x(t), i)] < e^{-t} d^T(t) Q d(t).$$

显然,对于 $\forall t \in [0, T]$,有如下不等式成立:

$$e^{-t} V(x(t), i) - V(x_0, n_0) < \int_0^t e^{-s} d^T(s) Q d(s) ds.$$

若定义 $\tilde{P}_i = R_i^{1/2} P_i R_i^{1/2}$,并记 \tilde{P}_i 的最大特征、最小特征值和 Q 的最大特征值分别为 ρ_1, ρ_2, ρ_3 , 则由以上方程式可得

$$\begin{aligned} V(x(t), i) &= x^T(t) P_i x(t) < \rho_1^{-1} x^T(t) R_i x(t) < \rho_1^{-1} \rho_2^{-1} \int_0^t e^{-s} ds + e^{-t} V(x_0, n_0) < \\ &e^{-t} [V(x_0, n_0) + d \rho_3 (1 - e^{-t})] < \\ &e^{-t} [\rho_1 \rho_2 + d \rho_3 (1 - e^{-t})]. \end{aligned}$$

另一方面

$$V(x(t), i) = x^T(t) P_i x(t) + \rho_2 x^T(t) R_i x(t),$$

从而可得

$$x^T(t) R_i x(t) < \frac{e^{-t} [\rho_1 \rho_2 + d \rho_3 (1 - e^{-t})]}{\rho_2}.$$

显然,对于 $\forall t \in [0, T]$, $x^T(t) R_i x(t) < c_2$ 可由不等式(8)保证.

定理 1 连续跳变系统(5)是关于 (c_1, c_2, T, R_i, d) FTS 的,如果存在常数 $\gamma > 0$ 和受限于模态的正定矩阵 $X_i \in R^{n \times n}$, 受限于模态的矩阵 $Y_i \in R^{m \times m}$ 以及正定对称矩阵 $Q \in R^{p \times p}$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} L(X_i, Y_i) & B_d & M(X_i) \\ B_d^T & -Q & 0 \\ M^T(X_i) & 0 & N(X_i) \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\rho_1 R_i^{-1} < X_i < R_i^{-1}, \quad (10)$$

$$0 < Q < \rho_2 I, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -e^{-T} c_2 + \rho_2 d (1 - e^{-T}) & \sqrt{c_1} \\ \sqrt{c_1} & -\rho_1 \end{bmatrix} < 0. \quad (12)$$

其中

$$L(X_i, Y_i) = X_i A_i^T + A_i X_i + B_i Y_i + Y_i^T B_i + \sum_{j=1}^N X_i - X_j,$$

$$M(X_i) = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho_1} X_i & \dots & \sqrt{\rho_{i(i-1)}} X_i; \\ \sqrt{\rho_{i(i+1)}} X_i & \dots & \sqrt{\rho_{iN}} X_i \end{bmatrix},$$

$$N(X_i) = -\text{diag}\{X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_N\}.$$

进而,可以得到 FTS 控制器 $K_i = Y_i X_i^{-1}$.

证明 将 A_i 用 $A_i + B_i K_i$ 代替并代入不等式(7),则不等式(7)可等价于

$$\begin{bmatrix} i - P_i & P_i B_d \\ B_d^T P_i & -Q \end{bmatrix} < 0,$$

其中

$$\begin{aligned} i &= (A_i + B_i K_i)^T P_i + \\ &P_i (A_i + B_i K_i) + \sum_{j=1}^N p_{ij} P_j. \end{aligned}$$

用对角矩阵 $\text{diag}\{P_i^{-1}, I\}$ 分别左、右乘以以上矩阵不等式,并取 $X_i = P_i^{-1}, Y_i = K_i X_i$,反复运算即可得到线性矩阵不等式(9).

另一方面,取 $\tilde{P}_i = R_i^{1/2} X_i R_i^{1/2}$,特征值定义同引理 1,并考虑到

$$\max_{i \in M} \max(X_i) = \frac{1}{\min_{i \in M} \min(P_i)},$$

则由条件(8)可得

$$\frac{c_1}{\rho_1} + d \rho_3 (1 - e^{-T}) < \frac{e^{-T} c_2}{\rho_2}. \quad (13)$$

由于 R_i 是给定的正定矩阵,显然,从条件(10)和(11)可得 $\rho_1 > \rho_2, \rho_1 > 1, \rho_2 > 2$. 代入式(13)便可方便地得到不等式(12).

注 3 注意到矩阵不等式(9)和(12)是非线性的,但当 c_1, c_2 确定后,式(9)和(12)即为关于 X_i, Y_i, Q, ρ_1 和 ρ_2 的线性矩阵不等式. 其实,针对给定的 c_1, c_2 , FTS 控制器的设计可以考虑为关于求 c_2 最小值的一个优化问题,即对 LMIs(9) ~ (12) 优化求解,则有

$$\begin{aligned} \min_{X_i, Y_i, Q, \rho_1, \rho_2} c_2, \\ \text{s.t. LMIs (9) ~ (12)}. \end{aligned} \quad (14)$$

4 离散跳变系统的主要结论

模态 r_k 是随着时间 k 在有限集合 $M = \{1, 2, \dots, N\}$ 中取值的时齐 Markov 链,其转移概率为

$$P_r\{r_{k+1} = j | r_k = i\} = p_{ij}. \quad (15)$$

其中: $p_{ij} > 0, \forall i, j \in M, \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1$.

考虑如下离散时间 Markov 跳变系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A(r_k) x_k + B(r_k) u_k + B_d(r_k) d_k, \\ x_k = x_0, r_k = n_0, k = 0. \end{cases} \quad (16)$$

其中: $x_k \in R^n$ 是系统的状态向量; $u_k \in R^m$ 是系统的控制向量; $d_k \in R^p$ 是未知输入信号(包括扰动、噪声等); x_0, n_0 分别是系统的初始状态和初始模态; $A(r_k) \in R^{n \times n}, B(r_k) \in R^{n \times m}, B_d(r_k) \in R^{n \times p}$ 分别为已知的与模态 r_k 相关的适当维数的系数矩阵. 与连续系统一样,为方便起见,当 $r_k = i$ 时,分别用 A_i, B_i, B_{di} 表征 $A(r_k), B(r_k), B_d(r_k)$. 在有限时间步长 $S > 0$ 内,未知输入信号 d_k 满足如下条件:

$$\sum_{t=1}^S d_k^T d_k \leq d, d > 0. \quad (17)$$

对于离散时间跳变系统(16),考虑如下状态反馈控制器:

$$u_k = K_i x_k, \quad (18)$$

其中 $K_i \in R^{m \times n}$. 则可得到闭环控制系统

$$x_{k+1} = (A_i + B_i K_i) x_k + B_{di} d_k. \quad (19)$$

对于离散跳变系统(16), 为了获取其 FTB 和 FTS 的充分条件, 先给出如下定义.

定义 3 设 $u_k = 0$, 离散跳变系统(16) 是关于 $(c_1 \ c_2 \ S \ R_i \ d)$ FTB 的, 如果对于满足条件(17) 的 d_k , 有如下关系成立:

$$\begin{aligned} x_0^T R_i x_0 < c_1 \Rightarrow x_k^T R_i x_k < c_2, \\ \forall k \in \{1, 2, \dots, S\}. \end{aligned} \quad (20)$$

其中: $c_1 < c_2, R_i > 0, S$ 为给定的正整数.

定义 4 设 $u_k = K_i x_k$, 离散跳变系统(16) 是关于 $(c_1 \ c_2 \ S \ R_i \ d)$ FTS 的, 如果对于满足条件(17) 的 d_k , 均有式(20) 成立. 其中: $c_1 < c_2, R_i > 0, S$ 为给定的正整数.

注 4 如果未知输入信号 $d_k = 0$, 系统 FTB 便退化为有限时间稳定. 同样, 离散跳变系统(16) Lyapunov 随机稳定(或镇定) 和有限时间稳定(或镇定) 也是两个不同的概念, 二者之间并无互相确保的联系.

类似于引理 1 和定理 1 的证明过程, 可以得到如下引理 2 和定理 2, 即设计合适的状态反馈控制器, 使得闭环系统(19) 是 FTB 与 FTS 的.

引理 2 设 $u_k = 0$, 离散跳变系统(16) 是关于 $(c_1 \ c_2 \ S \ R_i \ d)$ FTB 的, 如果存在常数 $\rho > 1$, 受限于模态的正定矩阵 $P_i \in R^{n \times n}$ 和正定对称矩阵 $Q \in R^{p \times p}$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \rho P_i A_i^T P_j A_i - P_i & \rho P_j B_{di}^T P_j B_{di} \\ \rho P_j B_{di}^T P_j A_i & \rho P_j B_{di}^T P_j B_{di} - Q \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

$$\rho c_1 + \rho d < \rho^{-S} c_2 \rho. \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho &= \max_{i \in M} \max(\tilde{P}_i), \quad \rho = \max(Q), \\ \rho &= \min_{i \in M} \min(\tilde{P}_i), \quad \tilde{P}_i = R_i^{-1/2} P_i R_i^{-1/2}. \end{aligned}$$

定理 2 离散跳变系统(16) 是关于 $(c_1 \ c_2 \ S \ R_i \ d)$ FTS 的, 如果存在常数 $\rho > 1$, 受限于模态的正定矩阵 $X_i \in R^{n \times n}$, 受限于模态的矩阵 $Y_i \in R^{m \times m}$ 和正定对称矩阵 $Q \in R^{p \times p}$, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X_i & 0 & L_{1i}^T \\ 0 & -Q & L_{2i}^T \\ L_{1i} & L_{2i} & Z_i \end{bmatrix} < 0, \quad (23)$$

$$\rho R_i^{-1} < X_i < R_i^{-1}, \quad (24)$$

$$0 < Q < \rho I, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \rho d - \frac{c_2}{\rho} & \sqrt{c_1} \\ \sqrt{c_1} & -\rho \end{bmatrix} < 0. \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} L_{1i}^T &= [\sqrt{\rho_{i1}} (A_i X_i + B_i Y_i)^T \ \dots \\ &\quad \sqrt{\rho_{iN}} (A_i X_i + B_i Y_i)^T], \\ L_{2i}^T &= [\sqrt{\rho_{i1}} B_{di}^T \ \dots \ \sqrt{\rho_{iN}} B_{di}^T], \\ Z_i &= -\text{diag}\{X_i \ \dots \ X_N\}. \end{aligned}$$

进而, 可以得到 FTS 控制器 $K_i = X_i^{-1} Y_i$.

注 5 因为研究的是有限时间控制问题, 对于未知输入信号 $d(t)$ 和 d_k , 可以设定为 $d^T(t) d(t)$ 或 $d_k^T d_k = d$. 显然, 满足此设定条件的未知输入信号可以保证条件(3) 和(17) 成立.

注 6 类似于定理 1, 注意到式(23) 和(26) 并不是线性矩阵不等式, 但当 ρ 确定以后, 式(23) 和(26) 即为关于 X_i, Y_i, Q, ρ_1 和 ρ_2 的线性矩阵不等式. 同时, 针对给定的 c_1 , FTS 控制器的设计可以考虑为关于求 c_2 最小值的一个优化问题, 即对 LMIs(23) ~ (26) 优化求解, 则有

$$\begin{aligned} \min_{X_i, Y_i, Q, \rho_1, \rho_2} c_2, \\ \text{s. t. LMIs(23) ~ (26)}. \end{aligned} \quad (27)$$

5 数值示例

例 1 考虑连续 Markov 跳变系统(1) 存在两个模态, 即 $M = \{1, 2\}$, 其系数矩阵分别为

模态 1

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 2.2 & 3 \\ -3 & -2.5 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad B_{d1} = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

模态 2

$$\begin{aligned} A_2 &= \begin{bmatrix} -3.5 & -2.2 \\ 2 & -3.2 \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad B_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

反映各个模态间转移率的转移概率矩阵为

$$= \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

考虑到连续 Markov 跳变系统(1) 关于 $(c_1 \ c_2 \ 2 \ I_2 \ 2)$ (I_2 是二阶单位阵) 是闭环 FTS 的, 并令 $\rho = 2$. 由定理 1 和式(14) 的优化算法可得 $(c_2)_{\min} = 70.9191$, 对应的 FTS 控制器为

$$\begin{aligned} K_1 &= 1.0 \times 10^3 \times [-2.5418 \ -4.1321], \\ K_2 &= 1.0 \times 10^3 \times [-3.8333 \ 8.3505]. \end{aligned}$$

例 2 考虑一类离散 Markov 跳变系统(16), 假

设其具有两个模态, 模态之间的跳转由 Markov 链

确定, 其转移概率矩阵分别为 $[p_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$,

其系数矩阵同式(1).

考虑到连续 Markov 跳变系统 (16) 关于 $(4 \quad c_2 \quad 4 \quad I_2 \quad 2)$ 是闭环 FTS 的, 并令 $\alpha = 2$, 由定理 2 和式(27) 的优化算法可得 $(c_2)_{\min} = 39.3846$, 对应的 FTS 控制器为

$$K_1 = [2.0269 \quad -0.0387],$$

$$K_2 = [-0.9639 \quad -31.7879].$$

6 结 论

本文将 FTB 和 FTS 的概念引入随机 Markov 跳变系统, 在连续系统和离散系统两种情形下, 分别讨论其有限时间状态反馈镇定控制器设计问题. 利用构造 Lyapunov-Krasovskii 函数的方法和线性矩阵不等式算法, 证明并给出了 FTS 控制器有解的充分条件. 数值示例表明, 采用该方法设计的镇定控制器使得连续系统和离散系统对所有满足条件的未知扰动是 FTB 和 FTS 的.

参考文献(References)

- [1] Dorato P. Short time stability in linear time-varying systems[C]. Proc of the IRE Int Convention Record. Part 4. New York, 1961: 83-87.
- [2] Amato F, Ariola M, Abdallah C T, et al. Dynamic output feedback finite-time control of LIT systems subject to parameteric uncertainties and disturbances [C]. Proc of the European Control Conf. Berlin: Springer, 1999: 1176-1180.
- [3] Amato F, Ariola M, Dorato P. Finite-time control of linear systems subject to parametric uncertainties and disturbances[J]. Automatica, 2001, 37(9): 1459-1463.
- [4] Amato F, Ariola M, Cosentino C. Finite-time stabilization via dynamic output feedback [J]. Automatica, 2006, 42(2): 337-342.
- [5] Weiss L, Infante E F. Finite time stability under perturbing forces and on product spaces [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1967, 2(2): 54-59.
- [6] Amato F, Ariola M. Finite-time control of discrete-time linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 724-729.
- [7] 沈艳军. 一类线性离散时间系统有限时间控制问题[J]. 控制与决策, 2008, 23(1): 107-113.
(Shen Y J. Finite-time control for a class of linear discrete-time systems[J]. Control and Decision, 2008, 23(1): 107-113.)
- [8] 李世华, 丁世宏, 田玉平. 一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈镇定方法[J]. 自动化学报, 2007, 33(1): 101-104.
(Li S H, Ding S H, Tian Y P. A finite-time state feedback stabilization method for a class of second order nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(1): 101-104.)
- [9] Krasovskii N M, Lidskii E A. Analytical design of controllers in systems with random attributes [J]. Automation and Remote Control, 1961, 22(1-3): 1021-1025, 1141-1146, 1289-1294.
- [10] Mao X. Stability of stochastic differential equations with Markovian switching[J]. Stochastic Processes and Their Applications, 1999, 79(2): 45-67.
- [11] Bolzern P, Colaneri P, Nicolao G D. On almost sure stability of continuous-time Markov jump linear systems[J]. Automatica, 2006, 42(6): 983-988.
- [12] Boukas E K, Yang H. Exponential stabilizability of stochastic systems with Markovian jumping parameters [J]. Automatica, 1999, 35(8): 1437-1441.
- [13] de Farias D P, Geromel J C, do Val J, et al. Output feedback control of Markov jump linear systems in continuous-time [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(5): 944-949.
- [14] Dragan V, Moroazn T, Stoica A. H_2 optimal control for linear stochastic systems[J]. Automatica, 2004, 40(7): 1103-1113.
- [15] Gao J P, Huang B, Wang Z D. LMF-based robust H control of uncertain linear jump systems with time-delays[J]. Automatica, 2001, 37(7): 1141-1146.
- [16] Sun C, Liu H P, He K Z, et al. Reduced-order H filtering for linear systems with Markovian jump parameters[J]. Systems and Control Letters, 2005, 54(8): 739-746.