第 24 卷 第 1 期 控 制 与 决 策 2009 年 1 月
Vol. 24 No. 1 Control and Decision Jan. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)01-0107-06

一类非线性时滞系统的 H_∞ 鲁棒故障检测滤波器设计

董全超, 钟麦英
(山东大学 控制科学与工程学院, 济南 250061)

摘 要: 研究一类受时变时滞影响的非线性不确定系统 H_∞ 鲁棒故障检测滤波器设计问题. 首先采用基于观测器的故障检测滤波器作为残差产生器,将故障检测滤波器设计归结为 H_∞ 滤波问题;然后应用 Lyapunov-Krasovskii 方法,推导并证明了问题可解的依赖时滞的充分条件,通过求解线性矩阵不等式得到了观测器增益矩阵的解;最后通过算例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 故障检测滤波器; 时变时滞; 观测器; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

On designing H_∞ robust fault detection filter for a class of nonlinear time-delay systems

DONG Quan-chao, ZHONG Mai-ying
(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250061, China. Correspondent: ZHONG Mai-ying, E-mail: myzhong@sdu.edu.cn)

Abstract: The problem of designing H_∞ robust fault detection filter is studied for a class of nonlinear systems with model uncertainties and time-varying delay. By applying an observer-based fault detection filter (FDF) as a residual generator, the problem of robust fault detection is formulated in the framework of H_∞ filtering. Then the Lyapunov-Krasovskii functional approach is used to analyze the performance of the residual system and a sufficient condition for the existence of a H_∞ robust FDF is derived. A solution to the H_∞ robust FDF is obtained by solving a set of linear matrix inequalities. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: Fault detection filter; Time-varying delay; Observer; Linear matrix inequality

1 引 言

基于观测器的故障诊断方法经过近 30 年的发展已经取得了大量研究成果[1-4]. 特别是随着 H_∞ 鲁棒控制理论的发展, H_∞ 优化技术广泛应用于故障检测滤波器(FDF)的设计. 纵观已经取得的有关 H_∞ 故障诊断研究成果,大致可分为两类:其一是把从故障到残差的传递函数的 H_∞ 范数或非零最小奇异值(记作 H_-)作为故障灵敏度性能指标,把从未知输入到残差的传递函数的 H_∞ 范数作为未知输入鲁棒性能指标,从而将 FDF 设计归结为最小化 H_∞/H_∞ 或 H_∞/H_- 的问题[4-5],文献[5]给出了这类问题的 Riccati 方程统一解;其二是将 FDF 设计归结为 H_∞ 滤波问题[6-8],并应用线性矩阵不等式(LMI)技术求解. 相对而言,前者更适合解决线性定常系统的 FDF 设计问题,可以得到问题的最优解;而后者更适于解决受模型不确定性影响的鲁棒 FDF 设计问题. 但是,对于非线性时滞不确定系统故障诊断问题的研究还未见报道.

本文将研究一类受时变时滞影响的非线性不确定系统的 H_∞ 鲁棒 FDF 设计问题. 把 H_∞ 鲁棒 FDF 设计归结为 H_∞ 滤波问题,通过构造适当的 Lyapunov-Krasovskii 泛函,应用 LMI 技术推导并证明问题可解的依赖时滞的充分条件,给出 H_∞ 鲁棒 FDF 的解. 最后,通过算例验证了所提出方法的有效性.

2 问题描述

考虑如下非线性时滞系统:

收稿日期: 2007-10-24; **修回日期**: 2008-03-18.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60774071); 教育部博士点基金项目(20050422036); 山东省博士基金项目(2005BS01007).
作者简介: 董全超(1981—),男,山东即墨人,博士生,从事时滞系统故障诊断与容错控制的研究; 钟麦英(1965—),女,山东博兴人,教授,博士生导师,从事故障诊断与容错控制等研究.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + \\ \qquad (A_1 + \Delta A_1(t))x(t - \tau(t)) + \\ \qquad Bu(t) + B_d d(t) + B_f f(t) + g(t, x(t)), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + D_d d(t) + D_f f(t), \\ x(\theta) = \phi(\theta), \ \theta \in [-\eta, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中：$x(t) \in R^n$，$y(t) \in R^m$，$u(t) \in R^p$，$d(t) \in R^q$ 和 $f(t) \in R^l$ 分别表示状态、测量输出、控制输入、未知输入和故障信号，且 $u(t)$，$d(t)$ 和 $f(t)$ 均为 L_2 范数有界；$\tau(t)$ 为时变时滞且满足 $0 \leq \tau(t) \leq \eta < \infty$，$\dot{\tau}(t) \leq \rho < \infty$，$\eta$ 和 ρ 为已知常数；A，A_1，B，B_d，B_f，C，D，D_d 和 D_f 为具有适当维数的已知矩阵；$g(t, x(t))$ 为已知的非线性向量函数且满足 $g(t, 0) = 0$，$\| g(t, x(t)) - g(t, z(t)) \| \leq \alpha \| x(t) - z(t) \|$，$\alpha$ 为已知常数；$\Delta A(t)$ 和 $\Delta A_1(t)$ 表示时变参数不确定项.

$$[\Delta A(t) \quad \Delta A_1(t)] = MF(t)[N \quad N_1]. \tag{2}$$

其中：M，N 和 N_1 为常数矩阵；$F(t) \in R^{r \times k}$ 为不确定矩阵且满足 $F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leq I$.

故障检测的重要任务之一是残差产生，本文考虑采用 H_∞ 鲁棒 FDF 作为残差产生器. 其设计问题可描述为：给定 $\gamma > 0$，设计基于观测器的 FDF，使残差 $r(t)$ 在零初始条件下满足

$$\| r - W_f(s)f \|_2 \leq \gamma \| w \|_2, \ \forall w(t) \in L_2[0, \infty). \tag{3}$$

其中：$w(t) = [u^{\mathrm{T}}(t) \quad d^{\mathrm{T}}(t) \quad f^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$，$W_f(s)$ 为稳定的加权函数矩阵.

注 1 当 $W_f(s) = I$ 时，满足式(3)的残差即为故障的 H_∞ 估计. 另外，$W_f(s) = I$ 又表示全频率范围内的 H_∞ 故障估计. 一般而言，基于 $W_f(s) = I$ 得到的故障估计效果不够理想. 为此，通常选取适当的加权函数 $W_f(s)$，即求残差为指定频率范围内的 H_∞ 故障估计.

假设 $r_f(s) = W_f(s)f(s)$ 的一个状态空间最小实现为

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_{Wf}x_f(t) + B_{Wf}f(t), \\ r_f(t) = C_{Wf}x_f(t), \ x_f(0) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

其中：$x_f(t) \in R^{n_f}$ 为状态向量；A_{Wf}，B_{Wf} 和 C_{Wf} 为具有适当维数的已知矩阵. 考虑如下基于观测器的 FDF：

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + g(t, \hat{x}(t)) + \\ \qquad H_1(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \dot{\hat{x}}_f(t) = A_{Wf}\hat{x}_f(t) + H_2(y(t) - \hat{y}(t)), \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + Du(t), \\ r(t) = C_{Wf}\hat{x}_f(t), \end{cases} \tag{5}$$

其中 H_1 和 H_2 为待设计的观测器增益矩阵. 定义

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t),$$
$$e_f(t) = x_f(t) - \hat{x}_f(t),$$
$$r_e(t) = r_f(t) - r(t).$$

由式(1)，(4) 和(5) 可得

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \\ (A + \Delta A(t))x(t) + (A_1 + \Delta A_1(t))x(t - \tau(t)) + \\ Bu(t) + B_d d(t) + B_f f(t) + g(t, x(t)), \\ \dot{e}(t) = \\ (A - H_1 C)e(t) + (A_1 + \Delta A_1(t))x(t - \tau(t)) + \\ (B_d - H_1 D_d)d(t) + (B_f - H_1 D_f)f(t) + \\ \Delta A(t)x(t) + g(t, x(t)) - g(t, \hat{x}(t)), \\ \dot{e}_f(t) = \\ -H_2 Ce(t) + A_{Wf}e_f(t) - H_2 D_d d(t) + \\ (B_{Wf} - H_2 D_f)f(t), \\ r_e(t) = C_{Wf}e_f(t). \end{cases} \tag{6}$$

令

$$\xi(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \\ e_f(t) \end{bmatrix}, \ A_\xi = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A_{Wf} \end{bmatrix},$$

$$A_{\xi 1} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ A_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \ B_\xi = \begin{bmatrix} B & B_d & B_f \\ 0 & B_d & B_f \\ 0 & 0 & B_{Wf} \end{bmatrix},$$

$$\Delta g(t) = \begin{bmatrix} g(t, x(t)) \\ g(t, x(t)) - g(t, \hat{x}(t)) \\ 0 \end{bmatrix}, \ M_\xi = \begin{bmatrix} M \\ M \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$N_\xi = [N \quad 0 \quad 0], \ N_{\xi 1} = [N_1 \quad 0 \quad 0],$$

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}, \ H_\xi = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}, \ C_\xi = [0 \quad C \quad 0],$$

$$C_{\xi 1} = [0 \quad 0 \quad C_{Wf}], \ D_\xi = [0 \quad D_d \quad D_f],$$

$$[\Delta A_\xi(t) \quad \Delta A_{\xi 1}(t)] = M_\xi F(t)[N_\xi \quad N_{\xi 1}].$$

则式(6) 可重新表示为

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = (A_\xi - H_\xi C_\xi + \Delta A_\xi(t))\xi(t) + \\ \qquad (A_{\xi 1} + \Delta A_{\xi 1}(t))\xi(t - \tau(t)) + \\ \qquad (B_\xi - H_\xi D_\xi)w(t) + \Delta g(t), \\ r_e(t) = C_{\xi 1}\xi(t), \\ \xi(\theta) = [\phi^{\mathrm{T}}(\theta) \quad 0]^{\mathrm{T}}, \ \theta \in [-\eta, 0]. \end{cases} \tag{7}$$

从而，可将 H_∞ 鲁棒 FDF 设计问题归结为：给定 $\gamma > 0$，求 H_ξ 使在 $w(t) = 0$ 的情况下系统(7) 渐近稳定，并且在零初始条件下，满足

$$\| r_e(t) \|_2 \leq \gamma \| w(t) \|_2, \ \forall w(t) \in L_2[0, \infty). \tag{8}$$

注 2 残差评价是故障检测的另一重要任务. 考虑到文献[5] 中给出的残差评价方法可以应用于

本文,故在此不作详细论述. 选择如下残差评价函数 $J(r)$ 和阈值 J_{th}:

$$J(r) = \|r(t)\|_{2,l} = \left(\int_{t_1}^{t_2} r^{\mathrm{T}}(t)\,r(t)\,\mathrm{d}t\right)^{1/2},$$

$$l = t_2 - t_1; \tag{9}$$

$$J_{th} = \sup_{f=0} \|r(t)\|_{2,l}. \tag{10}$$

从而可通过如下逻辑关系来检测是否有故障发生:

$$\begin{cases} J(t) > J_{th} \Rightarrow \text{有故障} \Rightarrow \text{故障报警}, \\ J(t) \le J_{th} \Rightarrow \text{无故障}. \end{cases}$$

3　H_∞ 鲁棒 FDF 设计

为证明本文的主要结论,首先给出以下将要用到的引理.

引理 1[9]　对于任意常数矩阵 $W \in R^{n\times n}$, $W = W^{\mathrm{T}} > 0$,常数 $\tau > 0$ 和向量函数 $\dot{x}:[-\tau, 0] \to R^n$,如果以下不等式中的积分存在,则

$$-\tau\int_{-\tau}^{0} \dot{x}^{\mathrm{T}}(t+s)\,W\dot{x}(t+s)\,\mathrm{d}s \le \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -W & W \\ W & -W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau) \end{bmatrix}$$

成立.

应用引理 1,如下定理 1 将给出系统(7) 渐近稳定且满足性能指标(8) 的充分条件.

定理 1　给定 $\gamma > 0$, $\alpha > 0$, $\eta > 0$ 和 $\rho > 0$,如果存在 $\lambda > 0$, $\varepsilon > 0$,正定矩阵 P, Q, R 和适当维数矩阵 H 满足

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 \\ * & \Psi_3 \end{bmatrix} < 0, \tag{11}$$

则系统(7) 渐近稳定且满足性能指标(8). 其中

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & P & \Psi_{14} & \Psi_{15} \\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 & \eta A_{\xi 1}^{\mathrm{T}} R \\ * & * & -\lambda I & 0 & \eta R \\ * & * & * & -\gamma^2 I & \Psi_{45} \\ * & * & * & * & -R \end{bmatrix},$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} C_{\xi}^{\mathrm{T}} & PM_\xi & \varepsilon N_\xi^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & \varepsilon N_{\xi 1}^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta RM_\xi & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Psi_3 = \mathrm{diag}\{-I, -\varepsilon I, -\varepsilon I\}, \quad H_\xi = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{11} = (A_\xi - H_\xi C_\xi)^{\mathrm{T}} P + P(A_\xi - H_\xi C_\xi) + Q - R + \alpha^2 \lambda I,$$

$$\Psi_{12} = PA_{\xi 1} + R,$$

$$\Psi_{14} = P(B_\xi - H_\xi D_\xi),$$

$$\Psi_{15} = \eta(A_\xi - H_\xi C_\xi)^{\mathrm{T}} R,$$

$$\Psi_{22} = -(1-\rho)Q - R,$$

$$\Psi_{45} = \eta(B_\xi - H_\xi D_\xi)^{\mathrm{T}} R,$$

$\mathrm{diag}\{\cdots\}$ 表示对角线元素为$\{\cdots\}$中对应量的对角(或分块对角) 矩阵.

证明　构造如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t) = \xi^{\mathrm{T}}(t)P\xi(t) + \int_{t-\tau(t)}^{t} \xi^{\mathrm{T}}(s)Q\xi(s)\,\mathrm{d}s + \int_{t-\eta}^{t} (\eta - t + s)\,\xi^{\mathrm{T}}(s)(\eta R)\xi(s)\,\mathrm{d}s,$$

其中: $P > 0$, $Q > 0$, $R > 0$. 对 $V(t)$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = {}& \xi^{\mathrm{T}}(t)\big((A_\xi - H_\xi C_\xi + \Delta A_\xi)^{\mathrm{T}} P + P(A_\xi - H_\xi C_\xi + \Delta A_\xi) + Q\big)\xi(t) + \\ & 2\xi^{\mathrm{T}}(t)P(A_{\xi 1} + \Delta A_{\xi 1})\xi(t-\tau(t)) + \\ & 2\xi^{\mathrm{T}}(t)P(B_\xi - H_\xi D_\xi)w(t) + \\ & 2\xi^{\mathrm{T}}(t)P\Delta g(t) + \xi^{\mathrm{T}}(t)(\eta^2 R)\xi(t) - \\ & (1-\dot{\tau}(t))\xi^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))Q\xi(t-\tau(t)) - \\ & \int_{t-\eta}^{t} \xi^{\mathrm{T}}(s)(\eta R)\xi(s)\,\mathrm{d}s. \end{aligned} \tag{12}$$

为方便起见,在证明过程中省略了 $\Delta A_\xi(t)$ 和 $\Delta A_{\xi 1}(t)$ 中的(t). 由已知条件知 $\|g(t, x(t))\| \le \alpha\|x(t)\|$,从而

$$\begin{aligned} \|\Delta g(t)\|^2 = {}& \|g(t,x(t))\|^2 + \|g(t,x(t)) - g(t,\hat{x}(t))\|^2 \le \\ & \alpha^2\|x(t)\|^2 + \alpha^2\|x(t) - \hat{x}(t)\|^2 \le \\ & \alpha^2\|\xi(t)\|^2, \end{aligned}$$

即

$$\Delta g^{\mathrm{T}}(t)\Delta g(t) - \alpha^2\xi^{\mathrm{T}}(t)\xi(t) \le 0. \tag{13}$$

由引理 1 知

$$-\eta\int_{t-\eta}^{t} \xi^{\mathrm{T}}(s)R\xi(s)\,\mathrm{d}s \le$$

$$-\tau(t)\int_{t-\tau(t)}^{t} \xi^{\mathrm{T}}(s)R\xi(s)\,\mathrm{d}s \le \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi(t-\tau(t)) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -R & R \\ R & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi(t-\tau(t)) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

对于任意 $\lambda > 0$,由式(12) ～ (14) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \le {}& \xi^{\mathrm{T}}(t)\big((A_\xi - H_\xi C_\xi + \Delta A_\xi)^{\mathrm{T}} P + P(A_\xi - H_\xi C_\xi + \Delta A_\xi) + Q\big)\xi(t) + \\ & 2\xi^{\mathrm{T}}(t)P(A_{\xi 1} + \Delta A_{\xi 1})\xi(t-\tau(t)) + \\ & 2\xi^{\mathrm{T}}(t)P(B_\xi - H_\xi D_\xi)w(t) + \\ & 2\xi^{\mathrm{T}}(t)P\Delta g(t) + \xi^{\mathrm{T}}(t)(\eta^2 R)\xi(t) - \\ & (1-\rho)\xi^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))Q\xi(t-\tau(t)) - \\ & \lambda\Delta g^{\mathrm{T}}(t)\Delta g(t) + \alpha^2\lambda\xi^{\mathrm{T}}(t)\xi(t) + \\ & \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi(t-\tau(t)) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} -R & R \\ R & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi(t-\tau(t)) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{15}$$

首先分析系统(7)的渐近稳定性. 令 $w(t)=0$, 由式(15)可得

$$\dot V(t)\le q^{\mathrm T}(t)\Xi q(t). \tag{16}$$

其中

$$q(t)=[\xi^{\mathrm T}(t)\quad \xi^{\mathrm T}(t-\tau(t))\quad \Delta g^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T},$$

$$\Xi=\begin{bmatrix}\Psi_{11}+\Delta A_\xi^{\mathrm T}P+P\Delta A_\xi & \Psi_{12}+P\Delta A_{\xi1} & P\\ * & \Psi_{22} & 0\\ * & * & -\lambda I\end{bmatrix}+\Lambda(\eta^2R)\Lambda^{\mathrm T},$$

$$\Lambda=\begin{bmatrix}(A_\xi-H_\xi C_\xi+\Delta A_\xi)^{\mathrm T}\\ (A_{\xi1}+\Delta A_{\xi1})^{\mathrm T}\\ I\end{bmatrix}.$$

由 Schur 补引理知, 当且仅当满足 $\Gamma=\Gamma_1+\Gamma_2<0$ 时, $\Xi<0$ 成立. 其中

$$\Gamma_1=\begin{bmatrix}\Psi_{11} & \Psi_{12} & p & \Psi_{15}\\ * & \Psi_{22} & 0 & \eta A_{\xi1}^{\mathrm T}R\\ * & * & -\lambda I & \eta R\\ * & * & * & -R\end{bmatrix},$$

$$\Gamma_2=\begin{bmatrix}\Delta A_\xi^{\mathrm T}P+P\Delta A_\xi & P\Delta A_{\xi1} & 0 & \eta\Delta A_\xi^{\mathrm T}R\\ * & 0 & 0 & \eta\Delta A_{\xi1}^{\mathrm T}R\\ * & * & 0 & 0\\ * & * & * & 0\end{bmatrix}.$$

令

$$M_\Gamma=[M_\xi^{\mathrm T}P\quad 0\quad 0\quad \eta M_\xi^{\mathrm T}R]^{\mathrm T},$$
$$N_\Gamma=[N_\xi\quad N_{\xi1}\quad 0\quad 0],$$

则对于任意标量 $\varepsilon>0$, 下式成立:

$$\Gamma_2=M_\Gamma F(t)N_\Gamma+N_\Gamma^{\mathrm T}F^{\mathrm T}(t)M_\Gamma^{\mathrm T}\le \varepsilon^{-1}M_\Gamma M_\Gamma^{\mathrm T}+\varepsilon N_\Gamma^{\mathrm T}N_\Gamma.$$

从而, 有 $\Gamma\le\Gamma_1+\varepsilon^{-1}M_\Gamma M_\Gamma^{\mathrm T}+\varepsilon N_\Gamma^{\mathrm T}N_\Gamma$. 应用 Schur 补引理, 如果式(11)成立, 则 $\Gamma_1+\varepsilon^{-1}M_\Gamma M_\Gamma^{\mathrm T}+\varepsilon N_\Gamma^{\mathrm T}N_\Gamma<0$, 所以 $\Xi<0$, 即 $\dot V(t)\le q^{\mathrm T}(t)\Xi q(t)<0$, $\forall q(t)\ne 0$. 因此, 系统(7)在 $w(t)=0$ 的情况下渐近稳定.

下面分析系统(7)是否满足性能指标(8). 定义

$$J_w=\int_0^\infty(r_e^{\mathrm T}(t)r_e(t)-\gamma^2w^{\mathrm T}(t)w(t))\,\mathrm dt.$$

注意到 $V(\infty)\ge 0$, $V(0)=0$, 由式(15)得

$$\begin{aligned}J_w={}&\int_0^\infty(r_e^{\mathrm T}(t)r_e(t)-\gamma^2w^{\mathrm T}(t)w(t)+\dot V(t))\,\mathrm dt-V(\infty)+V(0)\le\\ &\int_0^\infty\Big(\xi^{\mathrm T}(t)((A_\xi-H_\xi C_\xi+\Delta A_\xi)^{\mathrm T}P+Q+P(A_\xi-H_\xi C_\xi+\Delta A_\xi)+C_{\xi f}^{\mathrm T}C_{\xi f}+\alpha^2\lambda I)\xi(t)+2\xi^{\mathrm T}(t)P(A_{\xi1}+\\ &\Delta A_{\xi1})\xi(t-\tau(t))+2\xi^{\mathrm T}(t)P\Delta g(t)+2\xi^{\mathrm T}(t)P(B_\xi-H_\xi D_\xi)w(t)-\\ &(1-\rho)\xi^{\mathrm T}(t-\tau(t))Q\xi(t-\tau(t))-\gamma^2w^{\mathrm T}(t)w(t)-\lambda\Delta g^{\mathrm T}(t)\Delta g(t)+\xi^{\mathrm T}(t)(\eta^2R)\xi(t)+\\ &\begin{bmatrix}\xi(t)\\ \xi(t-\tau(t))\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}-R & R\\ R & -R\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi(t)\\ \xi(t-\tau(t))\end{bmatrix}\Big)\mathrm dt=\\ &\int_0^\infty\zeta^{\mathrm T}(t)\Phi\zeta(t)\,\mathrm dt.\end{aligned}$$

其中

$$\zeta(t)=[\xi^{\mathrm T}(t)\quad \xi^{\mathrm T}(t-\tau(t))\quad \Delta g^{\mathrm T}(t)\quad w^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T},$$

$$\Phi=\begin{bmatrix}\Phi_{11} & \Psi_{12}+P\Delta A_{\xi1} & P & \Psi_{14}\\ * & \Psi_{22} & 0 & 0\\ * & * & -\lambda I & 0\\ * & * & * & -\gamma^2I\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Lambda\\ (B_\xi-H_\xi D_\xi)^{\mathrm T}\end{bmatrix}(\eta^2R)\begin{bmatrix}\Lambda\\ (B_\xi-H_\xi D_\xi)^{\mathrm T}\end{bmatrix}^{\mathrm T},$$

$$\Phi_{11}=\Psi_{11}+\Delta A_\xi^{\mathrm T}P+P\Delta A_\xi+C_{\xi f}^{\mathrm T}C_{\xi f}.$$

由 Schur 补引理知, $\Phi<0$ 当且仅当 $\Theta=\Theta_1+\Theta_2<0$ 成立. 其中

$$\Theta_1=\begin{bmatrix}\Psi_{11}+C_{\xi f}^{\mathrm T}C_{\xi f} & \Psi_{12} & P & \Psi_{14} & \Psi_{15}\\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 & \eta A_{\xi1}^{\mathrm T}R\\ * & * & -\lambda I & 0 & \eta R\\ * & * & * & -\gamma^2I & \Psi_{45}\\ * & * & * & * & -R\end{bmatrix},$$

$$\Theta_2=\begin{bmatrix}\Delta A_\xi^{\mathrm T}P+P\Delta A_\xi & P\Delta A_{\xi1} & 0 & 0 & \eta\Delta A_\xi^{\mathrm T}R\\ * & 0 & 0 & 0 & \eta\Delta A_{\xi1}^{\mathrm T}R\\ * & * & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & 0 & 0\\ * & * & * & * & 0\end{bmatrix}.$$

令

$$M_\Theta=[M_\xi^{\mathrm T}P\quad 0\quad 0\quad 0\quad \eta M_\xi^{\mathrm T}R]^{\mathrm T},$$
$$N_\Theta=[N_\xi\quad N_{\xi1}\quad 0\quad 0\quad 0],$$

对于给定标量 $\varepsilon>0$, 有下式成立:

$$\Theta_2=M_\Theta F(t)N_\Theta+N_\Theta^{\mathrm T}F^{\mathrm T}(t)M_\Theta^{\mathrm T}\le \varepsilon^{-1}M_\Theta M_\Theta^{\mathrm T}+\varepsilon N_\Theta^{\mathrm T}N_\Theta,$$

则有 $\Theta\le\Theta_1+\varepsilon^{-1}M_\Theta M_\Theta^{\mathrm T}+\varepsilon N_\Theta^{\mathrm T}N_\Theta$. 由 Schur 补引理知, 式(11)等价于 $\Theta_1+\varepsilon^{-1}M_\Theta M_\Theta^{\mathrm T}+\varepsilon N_\Theta^{\mathrm T}N_\Theta<0$. 因此, 如果式(11)成立, 则 $\Theta<0$, 即 $J_w\le 0$, 从而 $\|r_e(t)\|_2\le\gamma\|w(t)\|_2$. □

注意到, 矩阵不等式(11)中含有非线性项 PH_ξ, $H_\xi^{\mathrm T}P$, RH_ξ 和 $H_\xi^{\mathrm T}R$, 不能直接利用 LMI 工具箱求解. 对式(11)的两边分别前、后同乘矩阵 $\mathrm{diag}\{\mathrm{diag}\{I,I,I,I,PR^{-1}\},I\}$ 及其转置, 可得

$$\begin{bmatrix}\Psi_1 & \Psi_2\\ * & \Psi_3\end{bmatrix}<0, \tag{17}$$

其中

$$\Psi_1=\begin{bmatrix}\Psi_{11} & \Psi_{12} & P & \Psi_{14} & \eta(A_\xi-H_\xi C_\xi)^{\mathrm T}P\\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 & \eta A_\xi^{\mathrm T}P\\ * & * & -\lambda I & 0 & \eta P\\ * & * & * & -\gamma^2 I & \eta(B_\xi-H_\xi D_\xi)^{\mathrm T}P\\ * & * & * & * & -PR^{-1}P\end{bmatrix}.$$

另外，对于任意标量 $\beta>0$，如下关系成立：

$$-\beta^2 R+2\beta P-PR^{-1}P=$$
$$-(\beta R-P)R^{-1}(\beta R-P)\le 0,$$

所以 $-PR^{-1}P\le -2\beta P+\beta^2 R$. 令

$$P=\mathrm{diag}\{P_1,P_2\},\ Y_\xi=PH_\xi=\begin{bmatrix}0\\ Y\end{bmatrix},$$

其中 $Y=P_2H$. 由式(17)可得

$$\begin{bmatrix}\Omega_1 & \Psi_2\\ * & \Psi_3\end{bmatrix}<0. \tag{18}$$

其中

$$\Omega_1=\begin{bmatrix}\Omega_{11} & \Psi_{12} & P & \Omega_{14} & \Omega_{15}\\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 & \eta A_\xi^{\mathrm T}P\\ * & * & -\lambda I & 0 & \eta P\\ * & * & * & -\gamma^2 I & \Omega_{45}\\ * & * & * & * & \Omega_{55}\end{bmatrix},$$

$$\Omega_{11}=A_\xi^{\mathrm T}P+PA_\xi-C_\xi^{\mathrm T}Y_\xi^{\mathrm T}-$$
$$Y_\xi C_\xi+Q-R+\alpha^2\lambda I,$$

$$\Omega_{14}=PB_\xi-Y_\xi D_\xi,\ \Omega_{15}=\eta(A_\xi^{\mathrm T}P-C_\xi^{\mathrm T}Y_\xi^{\mathrm T}),$$

$$\Omega_{45}=\eta(B_\xi^{\mathrm T}P-D_\xi^{\mathrm T}Y_\xi^{\mathrm T}),\ \Omega_{55}=-2\beta P+\beta^2 R.$$

通过上述分析可得如下结论：

定理 2　给定 $\gamma>0,\alpha>0,\eta>0$ 和 $\rho>0$，如果存在 $\lambda>0,\beta>0,\varepsilon>0$，正定矩阵 $P=\mathrm{diag}\{P_1,P_2\}$，$Q$，$R$ 和适当维数矩阵 $Y_\xi=\begin{bmatrix}0\\ Y\end{bmatrix}$，使式(18)成立，则 H_∞ 鲁棒 FDF 问题可解，且 $H=P_2^{-1}Y$.

注 3　注意到不等式(18)含有非线性项 βP 和 $\beta^2 R$. 为了求解此不等式，可以首先确定 β，则式(18)成为关于 $\lambda,\varepsilon,P_1,P_2,Q,R$ 和 Y 的 LMI，从而可以利用 LMI 工具箱求解. 当然，变量 β 的引入必然带来一定的保守性，这时可通过对 β 进行简单的寻优来确定合适的 β 值，从而减少保守性.

注 4　文献[10]提出的锥形补算法也可以用于处理非线性项 $PR^{-1}P$. 通过将式(17)转化成受 LMI 约束的最小化问题，并借助 LMI 工具箱求解. 该方法计算量大，保守性较小，具体可参见文献[10]，此处不再详述.

4　算　　例

考虑如下非线性时滞系统：

$$\begin{cases}\dot x(t)=\left(\begin{bmatrix}-0.5 & 0\\ -1 & -0.5\end{bmatrix}+\Delta A(t)\right)x(t)+\\ \quad\left(\begin{bmatrix}-0.2 & 0.1\\ 0 & -0.1\end{bmatrix}+\Delta A_1(t)\right)x(t-\tau(t))+\\ \quad\begin{bmatrix}0.8\\ 0.2\end{bmatrix}d(t)+\begin{bmatrix}0.5\\ 1\end{bmatrix}f(t)+\begin{bmatrix}0.1\sin x_1(t)\\ 0.1\sin x_2(t)\end{bmatrix},\\ y(t)=x(t)+\begin{bmatrix}0.2\\ 0\end{bmatrix}d(t)+\begin{bmatrix}0\\ 0.5\end{bmatrix}f(t).\end{cases}$$

其中

$$[\Delta A(t)\quad \Delta A_1(t)]=$$
$$\begin{bmatrix}0.3\\ 0.2\end{bmatrix}F(t)[0.5\quad 0\quad 0.5\quad 0.2],$$
$$\tau(t)=0.2-0.2\cos t,$$
$$\alpha=0.1,\ \eta=0.4,\ \rho=0.2.$$

取加权函数 $W_f(s)=1/(s+1)$，则其最小实现为 $A_{Wf}=-1,B_{Wf}=1,C_{Wf}=1$. 给定 $\gamma=0.8$，应用定理 2 求得满足矩阵不等式(18)的一组解为 $\beta=1$，$\lambda=4.519$，$\varepsilon=0.14388$ 和

$$H=\begin{bmatrix}14.629 & -0.81955\\ 2.9562 & 9.5937\\ 2.1804 & 6.4483\end{bmatrix}.$$

在时间 $[0,100]$ s 范围内，假设未知输入 $d(t)$ 如图 1 所示，当图 2 所示的方波故障(实线)发生时，产生的残差信号如图 2 中虚线所示，可见产生的残差非常逼近故障.

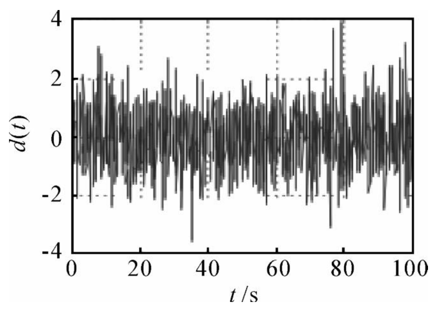

图 1　未知输入 d(t)

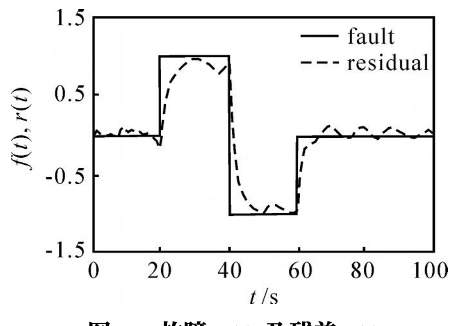

图 2　故障 f(t) 及残差 r(t)

由式(10)计算得到阈值 $J_{th}=0.655$，仿真结果为 $J(r)=\left(\int_0^{22.8}r^{\mathrm T}(t)r(t)\mathrm dt\right)^{1/2}=0.682>J_{th}$，说明故障发生 2.8 s 后被检测到. 图 3 为有无故障时残差

评价函数变化曲线.

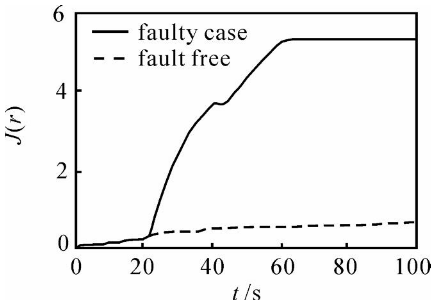

图 3 残差评价函数变化曲线

5 结 论

本文研究了一类带有时变时滞的非线性不确定系统的基于观测器的 H_∞ 鲁棒 FDF 设计问题. 将 FDF 设计归结为 H_∞ 滤波问题, 应用 Lyapunov-Krasovskii 方法,分析了残差系统渐近稳定并满足给定 H_∞ 性能指标的依赖时滞的充分条件,通过求解 LMI 得到了 FDF 的解. 算例验证了算法的有效性.

参考文献(References)

[1] Frank P M. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy —A survey and some new results[J]. Automatica, 1990, 26(3): 459-474.

[2] 周东华, 孙优贤. 控制系统的故障检测与诊断技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.
(Zhou D H, Sun Y X. Fault detection and diagnosis in control systems[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1994.)

[3] Gertler J J. Fault detection and diagnosis in engineering systems[M]. New York: Marcel Dekker, 1998.

[4] Chen J, Patton R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.

[5] Ding S X, Jeinsch T, Frank P M, et al. An unified approach to the optimization of fault detection systems[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2000, 14(7): 725-745.

[6] Hammouri H, Kinnaert M, El Yaagoubi E H. Observer based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(10): 1879-1884.

[7] Chen J, Patton R J. Standard H_∞ filtering formulation of robust fault detection[C]. Proc of the SAFEPROCESS 2000. Budapest, 2000: 256-261.

[8] Zhong M Y, Ye H, Shi P, et al. Fault detection for markovian jump systems[J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 2005, 152(4): 397-402.

[9] Han Q L. Absolute stability of time-delay systems with sector-bounded nonlinearity[J]. Automatica, 2005, 41(12): 2171-2176.

[10] El Ghaoui L, Oustry F, AitRami M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1171-1176.

本刊荣获“第二届中国高校精品科技期刊”称号

本刊讯 在刚刚结束的“第二届中国高校精品·优秀·特色科技期刊奖评比活动”中,《控制与决策》荣获中国高校精品科技期刊称号,这是本刊第二次获此殊荣. 本刊能够取得如此成绩,既与主办单位的高度重视密切相关,更离不开广大作者和读者的大力支持. 在此,我们向给予本刊热情关注的审稿人、作者和读者表示衷心感谢! 在未来的日子里,我们要携手共进,充分发掘并发挥高校的办刊优势,全面提升《控制与决策》的竞争力和影响力,为高校教学、科研和社会服务做出新的贡献.