

文章编号: 1001-0920(2009)01-0149-04

## 基于微粒群算法的非线性系统建模方法研究

邵 雷<sup>1</sup>, 雷虎民<sup>1</sup>, 刘代军<sup>2</sup>, 崔 颢<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空空导弹研究院 空面所, 河南 洛阳 471009)

**摘 要:** 针对非线性系统多模型自适应控制中的模型覆盖问题, 提出一种基于微粒群算法的多模型建模方法. 首先, 对非线性系统定义了基于混合逻辑模型的多模型描述, 建立了非线性系统的混合线性多模型; 然后, 基于微粒群优化算法对非线性系统进行优化建模, 在保证建模准确性的同时采用最少的子模型逼近非线性系统; 最后, 通过一个仿真算例表明了该建模方法的有效性.

**关键词:** 微粒群算法; 混合逻辑模型; 多模型; 优化建模; 非线性系统

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Study of nonlinear system modeling based on particle swarm optimizer

SHAO Lei<sup>1</sup>, LEI Hu-min<sup>1</sup>, LIU Dai-jun<sup>2</sup>, CUI Hao<sup>2</sup>

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China; 2. The Air-to-ground Institute, Research Institute of Air-to-air Missile, Luoyang 471009, China. Correspondent: SHAO Lei, E-mail: shaoleijing@126.com)

**Abstract:** A particle swarm optimizer (PSO) based multiple-model modeling method is introduced to deal with the model covering problem in the multiple model adaptive control of nonlinear system. Firstly, the nonlinear system is described as a mixed logic model based multiple models. And a mixed logic linear model is constructed accordingly. Then according to the mixed logic linear model, optimal modeling is realized based on the PSO, which employs the least sub-model to approximate the nonlinear system under the condition of accuracy. Finally, a simulation example shows the effectiveness of the proposed modeling method.

**Key words:** Particle swarm optimization; Mixed logical model; Multiple models; Optimization modeling; Nonlinear system

### 1 引 言

多模型、切换和调整的思想是 1992 年由 Narendra 等学者<sup>[1]</sup>提出的. 随后, 文献[2, 3]建立了基于多模型、切换和调整的控制系统的一般理论框架, 同时给出了稳定性证明. 基于多模型控制思想对被控对象建立多个模型覆盖, 其模型具有不确定性, 进而基于指标切换函数设计多模型自适应控制器, 是近年来解决常规自适应控制中很难适应的模型参数突变问题的一种有效方法, 并在机器人、飞行器、化工、医疗等行业取得了许多实际应用成果.

采用多模型自适应控制在一定程度上能较好地解决自适应控制过程中的模型参数突变问题. 但这

种方法存在一个问题, 即需要用到大量的模型实现对参数空间的覆盖. 而采用大量模型必然会带来系统的计算量增大、动态响应速度变慢等弊病. 甚至有可能导致切换时模型之间的竞争, 引起控制系统不稳定. 如何采用最少的模型来覆盖最大的参数空间, 一直是多模型自适应控制研究中的一个难点问题.

微粒群算法 (PSO) 是由美国社会心理学家 James Kennedy 和电气工程师 Russel Eberhart 于 1995 共同提出的. 其基本思想是模拟鸟群和鱼群捕食等社会群体行为, 现已成为进化计算的一个重要分支. PSO 算法<sup>[4-8]</sup>概念简单, 实现容易, 对于大规模数学优化问题具有很快的计算速度和较好的全局搜索能力, 已广泛地应用于函数优化、人工神经网络

收稿日期: 2007-10-26; 修回日期: 2008-03-25.

基金项目: 航空科学基金项目 (2006ZC12004); 总装武器装备预研基金项目 (9140A04050407JB3201).

作者简介: 邵雷 (1982—), 男, 湖北天门人, 博士生, 从事多模型自适应控制、飞行器制导与控制技术的研究;

雷虎民 (1960—), 男, 陕西合阳人, 教授, 博士生导师, 博士后, 从事飞行器制导与控制技术等研究.

训练、模糊系统控制等领域。

针对多模型自适应控制中,模型太少不能保证计算精度,而模型太多又会影响到计算量的模型覆盖问题,结合微粒群算法计算速度快、全局搜索能力强的特点,本文提出一种基于微粒群算法的多模型建模方法。采用微粒群优化算法对非线性系统进行优化建模,在保证优化目标函数最小的情况下,以最少数量的线性模型逼近非线性系统,并给出一种基于微粒群优化建模算法。

## 2 非线性系统的线性多模型描述

考虑非线性离散系统

$$y(k+1) = f(y(k), u(k)). \quad (1)$$

其中: $k$ 为离散时间的序号; $u(k) \in R^m$ ,  $y(k) \in R^l$ 分别为系统控制输入和控制输出向量,且受到约束  $u(k) \in U$ ,  $y(k) \in Y$ 。

若选定  $S$  个输入值  $u_0, \dots, u_{S-1}$ , 且相应的平衡点  $(u_i, y_i)$  存在,则通过雅可比线性化方法可以得到原非线性系统的  $S$  个线性化模型表示<sup>[9,10]</sup>,其中

$$y_i(k+1) = A_i y_i(k) + B_i u_i(k) - b_i, \quad (2)$$

$$u_i = u_i - u_{i-1}, \quad u_{i+1} = u_i + \Delta u_i,$$

$$y_i = y_i - y_{i-1}, \quad y_{i+1} = y_i + \Delta y_i.$$

一般地,对于非线性系统,其输入输出特性在一定范围内可以认为是线性或弱线性的,但是当超出一定范围时,过程的特性将发生显著变化,必须使用新的线性模型来描述。这种由连续变量变化而引起的从量变到质变的变化过程,可以使用逻辑变量将过程的定性与定量信息有机地关联起来。基于这一思想,采用混合逻辑的形式,建立如下基于混合逻辑的混合线性多模型:

$$y(k+1) = \sum_{i=0}^{S-1} [A_i y(k) + B_i u(k) - b_i] \lambda_i. \quad (3)$$

其中逻辑变量按照如下方式定义:

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & u_i + \Delta u_i < u < u_{i+1} + \Delta u_{i+1} \text{ 且} \\ & y_i + \Delta y_i < y < y_{i+1} + \Delta y_{i+1}; \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$$

$$i = 0, 1, \dots, S-2.$$

## 3 基于微粒群优化算法的多模型建模

### 3.1 PSO 算法介绍

基本 PSO 算法将每个个体看作是  $D$  维搜索空间中的一个没有体积的微粒,在搜索空间中以一定的速度飞行,这个速度根据它本身的飞行经验以及同伴的飞行经验进行动态调整。第  $i$  个微粒表示为  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ , 它经历过的最好位置记为  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ , 也称为  $p_{best}$ 。群体中所有微粒经历过最好位置的索引号用符号  $g$  表示,即  $g_{best}$ 。微粒  $i$  的速度用  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$  表示。对于每

一代,其第  $j$  维 ( $1 \leq j \leq D$ ) 根据如下方程变化:

$$v_{i,j}(t+1) = w v_{i,j}(t) + c_1 r_{1i} (p_{i,j}(t) - x_{i,j}(t)) + c_2 r_{2i} (p_{g,j}(t) - x_{i,j}(t)), \quad (4)$$

$$x_{i,j}(t+1) = x_{i,j}(t) + v_{i,j}(t+1). \quad (5)$$

其中: $w$ 为惯性权重, $c_1$ 和 $c_2$ 为加速常数, $r_{1i}$ 和 $r_{2i}$ 为两个在 $[0, 1]$ 范围内变化的随机函数。

为摆脱局部最优点的吸引,保证收敛到全局最优,Bergh 等<sup>[8]</sup>提出了一般收敛 PSO(GCPSO),对基本的 PSO 算法进行了如下改进:

令  $X_T$  是全局最优微粒,则  $X_T$  的速度和位置更新方式分别定义为

$$v_{i,j}(t+1) = -x_{i,j}(t) + p_{g,j}(t) + w v_{i,j}(t) + (t)(1 - 2r_2(t)), \quad (6)$$

$$x_{i,j}(t+1) = p_{g,j}(t) + w v_{i,j}(t) + (t)(1 - 2r_2(t)). \quad (7)$$

其中: $-x_{i,j}(t)$ 项将微粒的位置进行了重置; $w v_{i,j}(t)$ 项隐含了重新搜索的方向; $(t)(1 - 2r_2(t))$ 项保证了重新搜索时微粒的速度不为零, $r_2(t)$ 为 $[0, 1]$ 范围内变化的随机函数, $(t)$ 为标量因子,其具体定义见文献[8]。

### 3.2 优化建模算法

选择反映每一个子模型的特征参量构成一个微粒,即

$$X_i = \{A_{i1}, B_{i1}, b_{i1}, \dots, A_{iS}, B_{iS}, b_{iS}, \dots, A_{iS}\}.$$

采用微粒群优化算法对非线性系统进行优化建模的目标是最大化模型逼近度,同时最小化子模型的数量。为此,采用如下多目标性能指标:

$$\min f_1, \text{ and } \min f_2. \quad (8)$$

其中: $f_1 = S$ 表示模型的数量; $f_2 = \ln(e)$ 反映模型的建模逼近度, $f_2$ 越小逼近度越高,因而最大化模型逼近度的问题即为最小化目标函数  $f_2$  的问题; $e$

$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{\alpha i} - y_i)^T (y_{\alpha i} - y_i)$ 表示模型输出与样本的拟合程度; $S$ 为最大模型数; $N$ 为样本数。

一般而言,多目标优化问题中的多个目标相互之间都是有冲突的,因此不存在惟一的全局最优解。但总存在这样的解:对于一个或几个目标函数不可能进一步优化,而对于其他目标函数不至于劣化,这样的解称之为非劣最优解。基于这一思想,本文首先选定满足目标函数  $f_1$  的非最优  $S$ , 然后对目标函数  $f_2$  进行寻优并设立寻优指标阈值。当满足阈值时,对  $S$  进行优化并重新对目标函数  $f_2$  进行寻优,直到

不满足阈值为止。

综上所述,具体优化策略如下:

1) 初始化设置微粒群的规模、惯性权值、加速系数、目标函数  $f_2$  的寻优指标阈值,最大允许迭代次数,各微粒的初始位置和初始速度等。

2) 按照目标函数  $f_2$  评价各个微粒的初始适应值。

3) 微粒群的进化.个体微粒  $X_i$  的运动公式为:

当  $X_i$  不是当前最优微粒时,分别采用更新公式(4)和(5)对速度和位置进行更新;

当  $X_i$  为当前最优微粒时,分别采用更新公式(6)和(7)对速度和位置进行更新。

4) 判断是否发生区域交叉.若发生区域交叉,即经过位置更新以后  $u_i + i$   $u_{i+1} + i+1$  或  $y_i + i$   $y_{i+1} + i+1$ ,则说明这两个线性模型很相似,应合并为一个模型,因此模型总数减 1.鉴于在目标函数  $f_1$  的优化过程中已对模型数量进行了寻优处理,为便于处理,对  $i$  和  $i+1$  进行重新赋值,令  $i = i+1 = (u_{i+1} - u_i)/2$ .若  $y_i$  发生交叉,则进行同样的处理。

5) 按照目标函数  $f_2$  评价各个微粒的适应值。

6) 检验停止条件。

若没达到停止条件,则转到 3) 继续搜索;

若达到目标函数  $f_2$  的寻优指标阈值,则停止并转到 7);

若达到最大迭代次数,则停止。

7) 令  $f_1 = S - 1$ ,转到 1) 重新开始搜索。

### 4 仿真算例

考虑如下非线性系统:

$$y(k) = 0.5y(k-1) + \sin(y(k-1)) + 0.3u(k-1) + 0.3u(k-1)y(k-1) + 0.5u(k-2)^2,$$

其中  $-0.5 \leq u(t) \leq 0.5$ 。

在进行优化时,根据非线性系统按照格式  $[u(t), y(t), y(t+1)]$  抽取 10000 组输入输出数据对,对非线性系统进行优化建模.建模时,根据式(3)建立线性子模型.在进行寻优时,初始值选择 20 个微粒并选择初始子模型最大数量为  $S = 50$ ,每次迭代的最大代数设为 200 代,参数  $c_1 = 2, c_2 = 1, w = 0.5, n_1$  和  $n_2$  为相应维数并在区间  $[0, 1]$  内变化的随机数.经过优化建模,达到最终停止条件后,得到  $S = 12$  以及每一个子模型的相应参数,如表 1 所示.其中  $i$  表示第  $i$  个子模型; $A_i, B_i, b_i$  分别为第  $i$  个子模型的参数; $(u_i + i, u_{i+1} + i+1)$  为第  $i$  个子模型所对应的输入范围。

图 1 为达到停止条件后建模输出与输入样本数据之间的误差曲线.从误差曲线可以看出,采用本文

方法对非线性系统进行建模时,优化模型具有较高的建模精度。

表 1 各个子模型建模参数

| $i$ | $A_i$  | $B_i$    | $b_i$    | $(u_i + i, u_{i+1} + i+1)$ |
|-----|--------|----------|----------|----------------------------|
| 1   | 0.5738 | 0.5799   | 0.9261   | (- 0.5000, - 0.4908)       |
| 2   | 0.9528 | 0.1846   | 0.1529   | (- 0.4908, - 0.3645)       |
| 3   | 0.8554 | 0.1037   | 0.2649   | (- 0.3645, - 0.2083)       |
| 4   | 0.9461 | - 0.0034 | 0.0900   | (- 0.2083, - 0.1250)       |
| 5   | 0.9728 | 0.0363   | 0.0540   | (- 0.1250, - 0.0417)       |
| 6   | 0.9965 | - 0.0231 | - 0.0005 | (- 0.0417, 0.0417)         |
| 7   | 0.8142 | 0.4085   | 0.3518   | (0.0417, 0.1250)           |
| 8   | 1.0168 | 0.0254   | - 0.0335 | (0.1250, 0.2083)           |
| 9   | 0.9277 | - 0.0047 | 0.1610   | (0.2083, 0.2917)           |
| 10  | 0.7647 | 0.5877   | 0.3342   | (0.2917, 0.3750)           |
| 11  | 0.3050 | 1.1571   | 1.1750   | (0.3750, 0.4663)           |
| 12  | 0.2101 | 0.7512   | 1.5854   | (0.4663, 0.5000)           |

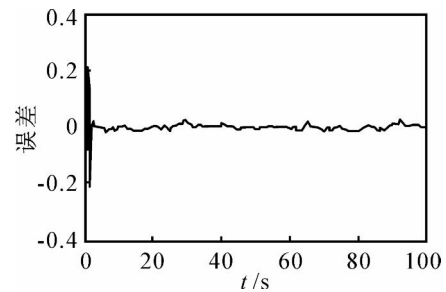


图 1 建模误差

为验证非线性系统多模型建模的效果,采用输入  $u(t) = 0.5\sin(t/10)$  分别对原非线性系统模型与建模后的模型进行激励,并对其输出进行比较,如图

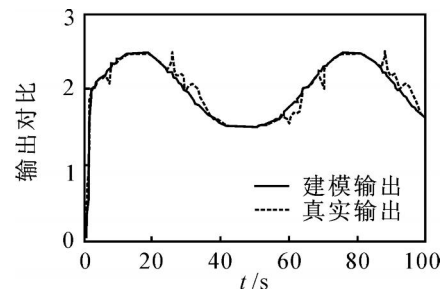


图 2 建模输出与实际输出对比曲线

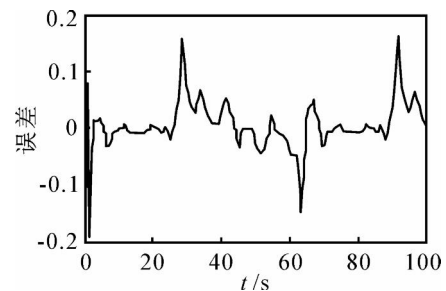


图 3 建模输出与实际输出的误差曲线

2和图3所示.从图2和图3可以看出,本文的建模方法对这一类非线性系统具有较好的拟合程度,这表明模型很好地逼近了系统的非线性特性,建模后多线性模型的输出能较好地匹配原非线性系统.其建模均方根误差RMSE为0.0793,优于文献[11]中的局部化技术建模方法,如表2所示.

表2 建模方法比较

| 建模方法                  | 局部模型个数 | RMSE   |
|-----------------------|--------|--------|
| 局部化技术 <sup>[11]</sup> | 24     | 0.0916 |
|                       | 15     | 0.0943 |
| 本文方法                  | 12     | 0.0793 |

## 5 结 论

在多模型自适应控制中,模型太少不能保证计算精度,而模型太多又会影响计算量,甚至可能导致控制效果变坏.如何采用最少的模型来覆盖最大的参数空间,一直是多模型自适应控制中的一个难点问题.本文采用微粒群优化算法对非线性系统进行优化建模,通过选择两个目标函数,在保证一个优化目标函数不至于最劣的情况下,最优化另一个目标函数,以达到优化建模以最少数量的线性模型逼近非线性系统的目的.同时给出了一种微粒群优化建模方法,并通过仿真算例验证了该方法的有效性.该方法为多模型自适应控制中的一个关键问题——模型集的建立与优化提供了一个可行的思路,具有一定的借鉴意义.

### 参考文献(References)

- [1] Narendra K S, Jeyendran Balakrishnan. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching[C]. Proc of the 32nd Conf on Decision and Control. San Antonio, 1993: 1067-1072.
- [2] Narendra K S, Jeyendran Balakrishnan. Adaptive control using multiple models[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(2): 171-187.
- [3] Narendra K S, Xiang C. Adaptive control of discrete-time systems using multiple models[C]. Proc of the 37th IEEE Conf on Decision and Control. Tampa, 1998: 3978-3983.
- [4] 陈国初, 俞金寿. 微粒群优化算法[J]. 信息与控制, 2005, 34(3): 318-324.  
(Chen G C, Yu J S. Particle swarm optimization algorithm[J]. Information and Control, 2005, 34(3): 318-324.)
- [5] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. Proc of 1995 IEEE Int Conf on Neural Networks. New York, 1995: 1942-1948.
- [6] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation. 2002, 6(2): 58-73.
- [7] 薛明志, 左秀会, 钟伟才, 等. 正交微粒群算法[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(12): 2908-2911.  
(Xue M Z, Zuo X H, Zhong W C, et al. Orthogonal particle swarm optimization[J]. J of System Simulation, 2005, 17(12): 2908-2911.)
- [8] Bergh F, Engelbrecht A P. A new locally convergent particle swarm optimization[C]. Proc IEEE Int Conf on System, Man and Cybernetics. Piscataway: IEEE Press, 2002: 625-631.
- [9] Xi Yur-geng, Wang Fan. Nonlinear multi-model predictive control[J]. Acta Automatica Sinica, 1996, 22(4): 456-461.
- [10] 邹涛, 王晰, 李少远. 基于混合逻辑的非线性系统多模型预测控制[J]. 自动化学报. 2007, 33(2): 188-192.  
(Zou T, Wang X, Li S Y. Multi-model predictive control for nonlinear systems based on mixed logic[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 188-192.)
- [11] Peter V Zhivoglyadov, Richard H Middleton, Minyue Fu. Localization based switching adaptive control for time-varying discrete time systems[C]. Proc of the 36th Conf on Decision and Control. San Diego, 1997: 4151-4156.