

文章编号: 1001-0920(2009)01-0018-05

## 全局自适应神经网络跟踪控制及逼近域确定

陈为胜, 李俊民

(西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071)

**摘 要:** 针对自适应神经网络跟踪控制问题, 提出一种确定逼近域的方法. 采用参考信号取代未知非线性函数中的系统输出, 神经网络用于逼近以参考信号为输入的未知不确定项. 可以利用参考信号的界预先确定神经网络逼近域, 再采用自适应鲁棒方法处理由于函数输入置换所引起的另一类不确定项. 所得到的闭环系统是全局稳定的. 仿真实例说明了该控制方法的有效性.

**关键词:** 逼近域; 自适应; 神经网络; 跟踪控制; 全局稳定

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Globally adaptive neural network tracking control and determination of approximation domain

CHEN Wei-sheng, LI Jun-min

(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China. Correspondent: CHEN Wei-sheng, E-mail: wshchen@126.com)

**Abstract:** A method to determine the neural network approximation domain is developed for adaptive neural network tracking control problem. The system outputs in unknown nonlinear functions are replaced by the reference signals so that neural networks are employed to approximate the unknown uncertainties whose inputs are the reference signals. The designer can determine neural network approximation domain based on the bound of the reference signals. The adaptive robust technique is used to handle the other kind of uncertainties which results from the replacements of function inputs. The closed-loop system is proved to be globally stable. A simulation example shows the effectiveness of the control method.

**Key words:** Approximation domain; Adaptive; Neural network; Tracking control; Globally stable

### 1 引 言

自从 20 世纪 80 年代神经网络的研究重新兴起之后, 关于神经网络理论和应用的研究一直备受关注, 其中神经网络控制理论是该领域中的一个重要研究方向. 神经网络具有很好的逼近能力, 即在给定的紧集上, 通过选择合适的神经节点数, 神经网络能以任意精度逼近未知的连续函数, 因此在控制理论中, 神经网络通常用来逼近系统中的不确定项. 早期的神经网络控制策略大多采用最优化方法获得权值调节律<sup>[1]</sup> (如梯度算法), 因此闭环系统的稳定性得不到保障. 后来, 人们提出了在线的自适应神经网络控制方法<sup>[2]</sup>, 它基于 Lyapunov 稳定性理论获得权值调节律 (又称参数自适应律), 因此闭环系统的稳

定性在一定程度上 (如在半全局意义上) 得到了保障. 最近 10 多年这种方法被广泛采用, 如状态反馈的自适应神经网络控制<sup>[2-4]</sup>, 输出反馈的神经网络的控制<sup>[5]</sup>, 时滞系统自适应神经网络控制<sup>[6-11]</sup>, 大系统的自适应神经网络控制<sup>[12, 13]</sup> 等 (限于篇幅, 这里只列举了部分代表性文献). 然而, 几乎所有关于自适应神经网络控制的文献都存在一个固有的缺点, 即系统稳定性只有当神经网络输入 (通常是系统状态和输出) 在系统运行过程中始终滞留在某个紧集上时才能得到保障, 或者说系统稳定性是半全局的. 必须说明的是, 这个紧集的确定具有重要的理论和实际意义, 例如在径向基函数网络中, 它决定了基函数中心和宽度的选择. 此外, 它还决定神经元的个数,

收稿日期: 2007-10-28; 修回日期: 2008-04-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60804021, 60775013).

作者简介: 陈为胜 (1977—), 男, 山东莒县人, 副教授, 博士, 从事学习控制、神经网络控制的研究; 李俊民 (1965—), 男, 陕西岐山人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、网络化控制等研究.

从而决定了控制方案的计算量和复杂程度.然而正如文献[14]所指出,如何事先确定这个紧集目前仍是一个公开的有待于解决的问题.

本文针对上述问题提出一种可行的控制方法.其基本思想是:考虑到系统将最终跟踪给定的参考信号,可将系统中未知的非线性函数  $f(y(t))$  重新表示为  $f(y(t)) = f(y_r(t)) + f(y(t)) - f(y_r(t))$ ,采用神经网络逼近第 1 项  $f(y_r(t))$ ,采用自适应鲁棒方法处理第 2 项  $f(y(t)) - f(y_r(t))$ ,于是神经网络的输入将是参考信号  $y_r(t)$ .因为参考信号是设计者提供的,所以设计者可以明确知道参考信号的界,从而预先确定神经网络逼近域,这样便能成功地解决上述神经网络控制中的公开问题.此外,如果设计者还知道一些未知非线性函数的信息(将用来处理  $f(y(t)) - f(y_r(t))$ ),则所提出的控制策略将是全局稳定的.

为了表明控制方案的设计思想,首先针对一类简单的一阶非线性系统详细说明控制器的设计过程,然后简单地说明该设计思想同样可以推广到一般的高阶非线性系统.文中采用  $\max(X)$  表示矩阵  $X$  的最大特征值,  $R$  表示实数集合.

## 2 一阶系统的自适应神经网络控制

### 2.1 系统描述和控制目标

考虑一阶未知非线性系统

$$\dot{y}(t) = f(y(t)) + u(t). \tag{1}$$

其中:  $u(t) \in R$  是控制输入,  $y(t) \in R$  是系统输出,  $f: R \rightarrow R$  是未知的光滑非线性函数.

设计目标是:给定有界且具有连续有界导数的参考信号  $y_r(t)$ ,设计一个基于神经网络的自适应控制方案

$$\begin{cases} u(t) = u(y(t), y_r(t), \dot{y}_r(t), \hat{\Lambda}(t)), \\ \dot{\Lambda}(t) = \Lambda(y(t), y_r(t), \dot{y}_r(t), \hat{\Lambda}(t)), \end{cases} \tag{2}$$

使得系统输出跟踪误差  $z(t) = y(t) - y_r(t)$  满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \int_0^t z^2(\tau) d\tau = 0. \tag{3}$$

其中:  $\hat{\Lambda}(t)$  表示未知参数向量的估计;  $\epsilon > 0$ , 是大小可调的参数,它决定了跟踪误差的大小,同时确保闭环系统的所有信号  $y(t), u(t), \hat{\Lambda}(t)$  全局最终一致有界.

### 2.2 神经网络建模

有很多函数逼近器可以用于系统中未知函数的建模,例如多项式、模糊逻辑系统、小波网络以及神经网络等.为便于说明问题,同时考虑到径向基函数神经网络(RBFNN)具有简单的线性参数化结构和良好的逼近能力<sup>[15]</sup>,本文将采用 RBFNN 作为函数逼近器.下面对基函数神经网络作一简单介绍.

在给定的紧集  $\Omega \subset R$  上,未知连续非线性函数  $f(x)$  通过基函数神经网络以任意精度逼近如下:

$$f(x) = W^T S(x) + \epsilon(x), \tag{4}$$

其中  $W^T = [w_1, \dots, w_l]$  称为最优权值,其定义如下:

$$W = \arg \min_W \sup_{x \in \Omega} |f(x) - W^T S(x)|. \tag{5}$$

向量值函数  $S(x) = [s_1(x), \dots, s_l(x)]^T$ , 分量  $s_i(x) (1 \leq i \leq l)$  称为基函数,通常取为高斯函数  $s_i(x) = \exp\{-\frac{(x - \mu_i)^2}{\sigma_i^2}\}$ .其中:  $\mu_i$  为基函数中心,  $\sigma_i$  为基函数宽度.  $\epsilon(x)$  为神经网络逼近误差,通常假定是有界的,即  $|\epsilon(x)| \leq \epsilon$ ;  $\epsilon$  表示最小上界,通过增加神经元个数  $l$ , 可以任意降低.

### 2.3 现有的自适应神经网络控制方案

为便于描述,下文中将省略时间符号  $t$ .在现有的神经网络控制中,几乎都是采用神经网络直接逼近系统(1)的非线性函数  $f(y)$ ,即

$$f(y) = W^T S(y) + \epsilon(y). \tag{6}$$

这里仅以文献[2]为例(为了更清楚的说明问题,本文没有采用自适应界化技术<sup>[2]</sup>处理神经网络逼近误差),具体控制律设计为

$$u = -(c + \lambda)z - W^T S(y) + \dot{y}_r, \tag{7}$$

其中  $c, \lambda > 0$  是设计参数.参数自适应律为

$$\dot{W} = (S(y)z - W). \tag{8}$$

其中:  $\lambda > 0$  是增益矩阵,  $\lambda > 0$  是设计参数.控制方案如图 1 所示.

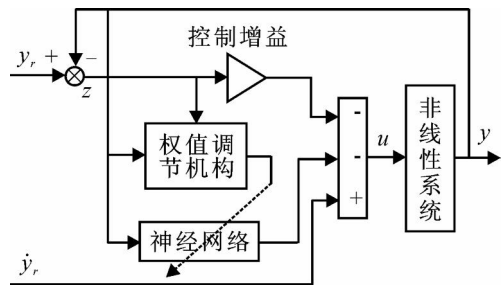


图 1 现有的自适应神经网络控制方案

因式(6)只在系统输出始终停留在给定的紧集上才成立,故采用以上控制方案所得到的闭环系统是半全局稳定的.此外,在实际应用中很难事先确定这个紧集,更无法保证系统输出停留在给定的紧集上,这是自适应神经网络控制中的公开问题<sup>[14]</sup>,也是有待于解决的问题.

### 2.4 本文自适应神经网络控制方案

为解决上述关于逼近域的问题,将系统(1)重写为

$$\dot{y}(t) = f(y_r(t)) + f(y(t)) - f(y_r(t)) + u(t). \tag{9}$$

基于微分中值定理,对式(9)中等号右边的第 2,第 3 项作如下处理:

$$f(y(t)) - f(y_r(t)) = z(t)f'(y_r(t) + \vartheta z(t)), \quad (10)$$

其中  $0 < \vartheta < 1$ . 进一步,给出如下假设:

**假设 1** 式(10)中非线性函数  $f(y_r(t) + \vartheta z(t))$  满足

$$\|f'(y_r(t) + \vartheta z(t))\|^2 \leq \Lambda^T(z(t), y_r(t)). \quad (11)$$

其中:  $\Lambda$  是未知常值参数向量,  $(z(t)$  和  $y_r(t))$  是已知的光滑函数.

**注 1** 假设 1 决定了本文所得到的稳定性结果是全局的,而现有的神经网络控制方法都是半全局的.但是,假设 1 要求设计者必须知道系统非线性函数的一些信息.

基于径向基函数网络(4),式(9)中等号右边的第 1 项逼近如下:

$$f(y_r(t)) = W^T S(y_r(t)) + \Lambda(y_r(t)). \quad (12)$$

将式(12)代入系统(9),进而得到系统的跟踪误差方程

$$\dot{z} = W^T S(y_r) + \Lambda(y_r) + f(y) - f(y_r) + u - \dot{y}_r. \quad (13)$$

基于式(13),设计控制律

$$u = - (c + \frac{1}{2})z - \Lambda^T(z, y_r)z - W^T S(y_r) + \dot{y}_r. \quad (14)$$

其中  $c, \frac{1}{2} > 0$  是控制增益;  $\Lambda$  和  $W$  分别表示未知参数向量和  $W$  的估计. 参数自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\Lambda} = -\Lambda + \Lambda^T(z, y_r)z^2 - \Lambda \\ \dot{W} = -W + W^T S(y_r)z - W \end{cases} \quad (15)$$

其中:  $\Lambda, W > 0$  是自适应增益矩阵;  $\frac{1}{2} > 0$  是设计参数. 控制方案如图 2 所示.

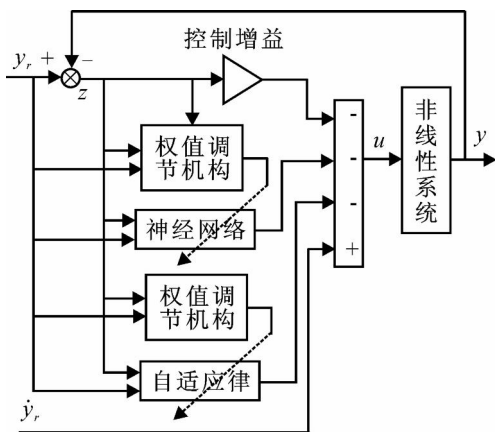


图 2 本文自适应神经网络控制方案

下面的定理 1 说明了本文控制方案的稳定性和跟踪效果.

**定理 1** 在假设 1 下,由系统(1),控制律(14)和自适应律(15)组成的闭环系统具有以下性质:闭环系统所有信号  $y(t), \Lambda(t), W(t), u(t)$  全局一致有界,跟踪误差满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t z^2(\tau) d\tau \leq \frac{\tilde{c}}{c}, \quad (16)$$

其中  $\tilde{c} = \frac{1}{2}(\Lambda^T + W^T W) + \frac{1}{4}$  是可调参数.

**证明** 选择 Lyapunov 函数

$$V(z, \tilde{\Lambda}, \tilde{W}) = \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}\tilde{\Lambda}^T \tilde{\Lambda} + \frac{1}{2}\tilde{W}^T \tilde{W}. \quad (17)$$

其中:  $\tilde{\Lambda} = \Lambda - \Lambda, \tilde{W} = W - W$  表示参数估计误差. 则有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & - (c + \frac{1}{2})z^2 - \Lambda^T(z, y_r)z^2 + \\ & \Lambda^T(z, y_r)z + (y, y_r)z - \tilde{\Lambda}^T(z, y_r)z^2 + \\ & \tilde{\Lambda}^T \Lambda + \tilde{W}^T W. \end{aligned} \quad (18)$$

采用假设 1 和 Young 不等式,则有以下不等式成立:

$$(y, y_r)z \leq \frac{1}{2}\Lambda^T(z, y_r)z^2, \quad (19)$$

$$(y_r)z \leq z^2 + \frac{1}{4}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{\Lambda}^T \Lambda + \tilde{W}^T W \\ & \leq \frac{1}{2}(\tilde{\Lambda}^T \tilde{\Lambda} + \tilde{W}^T \tilde{W}) + \frac{1}{2}(\Lambda^T + W^T W). \end{aligned} \quad (21)$$

将式(19)~(21)代入(18),得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - cz^2 - \frac{1}{2}(\tilde{\Lambda}^T \tilde{\Lambda} + \tilde{W}^T \tilde{W}) + \\ & \frac{1}{2}(\Lambda^T + W^T W) + \frac{1}{4}. \end{aligned} \quad (22)$$

令  $\tilde{c} = \min\{2c, \frac{1}{\max(\tilde{\Lambda}^T \tilde{\Lambda})}, \frac{1}{\max(\tilde{W}^T \tilde{W})}\}$ , 则有

$$\dot{V} \leq -V + \tilde{c}. \quad (23)$$

由式(23)可得

$$V(t) \leq V(0)e^{-\tilde{c}t} + \tilde{c}/\tilde{c}. \quad (24)$$

式(24)说明,  $V$  是全局一致有界的,从而  $z, \tilde{\Lambda}, \tilde{W}$  全局一致有界. 又因为  $y_r, \dot{y}_r$  有界,从而  $y = z + y_r, \Lambda = \Lambda - \tilde{\Lambda}, W = W - \tilde{W}$  有界. 由式(14)知控制  $u$  有界. 对式(22)两端积分可得

$$\begin{aligned} \int_0^t z^2(\tau) d\tau \leq & \frac{1}{c} \int_0^t -\dot{V}(\tau) d\tau + \frac{1}{c} \tilde{c} \\ & \frac{1}{c} V(0) + \frac{1}{c} \tilde{c} t. \end{aligned} \quad (25)$$

由上式即可证得式(16).

### 3 仿真研究

考虑非线性系统

$$\dot{y}(t) = y(t) \cos(y(t)) + u(t). \quad (26)$$

参考信号选为  $y_r(t) = \sin t$ , 显然  $|\sin t| \leq 1$ . 基于本文提出的控制方案,逼近域应设定为  $\tilde{c} = [-1, 1]$ .

假定事先知道非线性函数  $f(y) = y \cos y$  满足  $|f(y_r + \delta_z)|^2 \leq (z^2 + 1)$ , 其中  $\delta_z$  是未知参数. 基于本文控制方案, 选择设计参数  $c = 0.1$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\beta = 0.001$ ,  $w = 2I$ ,  $\gamma = 0.5$ . 神经网络由 6 个神经元组成, 基函数中心均匀覆盖  $[-1, 1]$ , 基函数宽度设为 1. 初始条件设为  $y(0) = 6, \dot{y}(0) = 0$  和  $w(0) = 0$ . 仿真结果如图 3 所示.

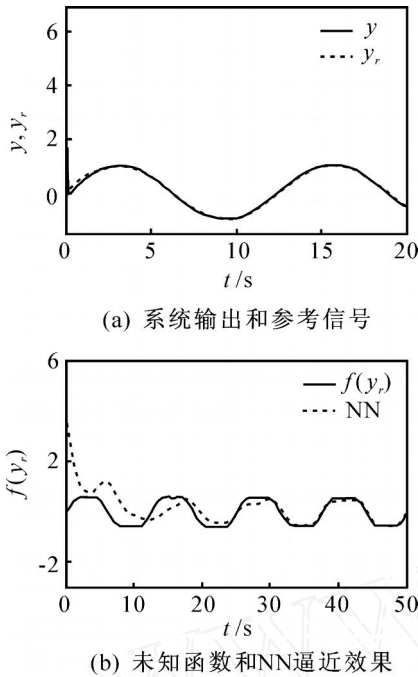


图 3 现有的自适应神经网络控制方案仿真结果

为了说明逼近域对系统稳定性的影响, 采用同样的控制参数和初始条件, 利用现有的自适应神经网络控制方案进行仿真, 结果如图 4 所示.

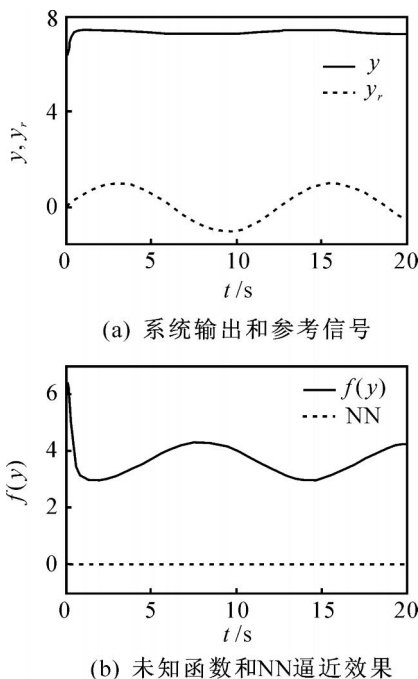


图 4 本文自适应神经网络控制方案仿真结果

从仿真结果可以看出, 采用现有的自适应神经网络控制方法, 系统不能跟踪给定的参考信号; 而采用本文的控制方法, 系统的稳定性和跟踪性能都得到了保障. 原因在于, 系统输出的初始条件  $y(0) = 6$  数值较大, 已超出了逼近域  $[-1, 1]$ , 而现有的控制策略以  $y$  作为神经输入, 因此系统的稳定性遭到破坏. 本文的控制策略则是采用  $y_r$  作为神经输入, 与系统输出的初始条件无关, 而且采用鲁棒自适应技术可抑制初始条件所引起的不稳定性, 采用神经网络可改善系统的跟踪性能. 因此所得到的结果是全局稳定的, 且控制性能得到了很好的保障.

#### 4 高阶非线性系统自适应神经网络控制

以上针对一类简单的非线性系统说明了本文的设计思想. 事实上, 该思想还可以用于更一般的非线性系统, 例如以下非线性输出反馈系统<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(y), \\ \dots \\ \dot{x}_{i-1} = x_i + f_{i-1}(y) + b_{m-1}(y)u, \\ \dot{x}_i = x_{i+1} + f_i(y) + b_{m-1}(y)u, \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + f_{n-1}(y) + b_1(y)u, \\ \dot{x}_n = f_n(y) + b_0(y)u, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (27)$$

其中:  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in R^n$  是系统状态;  $y \in R$  是系统输出;  $u \in R$  是系统控制输入;  $f_i(y)$  是未知非线性函数, 满足假设 1;  $f_0(y) = 0$  是已知非线性函数;  $b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0$  是 Hurwitz 多项式, 且  $b_m > 0$  的符号已知. 采用本文设计方法并结合 Backstepping 技术, 可以为系统 (27) 设计全局的自适应神经网络控制方案. 限于篇幅, 这里不再推导控制器的具体设计过程, 可参见文献[9].

#### 5 结 论

针对自适应神经网络控制中如何确定逼近域的问题, 本文提出了一种可行的解决方案. 该方案具有两个优点: 1) 可以事先精确设计神经网络的逼近域; 2) 所得到的结果是全局稳定的. 尽管该控制方案只是针对简单的一阶未知非线性系统设计的, 但所得结果可以推广到更一般的高阶非线性系统. 当然, 该控制方案需要一些未知函数的信息来设计自适应鲁棒项 (见假设 1), 以确保系统的稳定性和跟踪性能.

#### 参考文献(References)

[1] Narendra K S, Parthasarathy K. Identification and control of dynamical systems using neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1990, 1(1): 4-27.  
 [2] Polycarpou M M, Mears M J. Stable adaptive neural control strategy for nonlinear systems[J]. IEEE Trans

- on Automatic Control, 1996, 41(3): 447-451.
- [3] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design[J]. Automatica, 2002, 36(10): 1835-1846.
- [4] Du H B, Shao H H, Yao P J. Adaptive neural network control for a class of low-triangular-structured nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2006, 17(2): 509-514.
- [5] Stoev J, Choi J Y, Farrall J. Adaptive control for output feedback nonlinear systems in the presence of modeling errors[J]. Automatica, 2002, 38(8): 1761-1767.
- [6] Chen W S, Li J M. Adaptive output-feedback regulation for nonlinear delayed systems using neural network[J]. Int J of Automation and Computing, 2008, 5(1): 103-108.
- [7] Chen W S, Li J M. Adaptive neural network tracking control for a class of unknown nonlinear time-delay systems[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(3): 467-473.
- [8] Chen W S, Li J M. Adaptive neural tracking control for unknown output feedback nonlinear time-delay systems [J]. J of Control Theory and Application, 2006, 4(4): 313-320.
- [9] Chen W S, Li J M. Adaptive backstepping neural network control for unknown nonlinear time-delay systems[J]. Advances in Neural Networks, 2005, 3498(3): 30-35.
- [10] 陈为胜, 李俊民. 未知输出反馈非线性时滞系统自适应神经网络跟踪控制[J]. 自动化学报, 2005, 31(5): 799-803.  
(Chen W S, Li J M. Adaptive neural tracking control for unknown output-feedback nonlinear time-delay systems[J]. Acta Automatica Sinic, 2005, 31(5): 799-803.)
- [11] 陈为胜, 李俊民. 一种简化的自适应神经网络输出反馈镇定[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1086-1090.  
(Chen W S, Li J M. Simplified adaptive neural network output feedback stabilization[J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1086-1090.)
- [12] Chen W S, Li J M. Decentralized output-feedback neural control for systems with unknown interconnections [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part B, 2008, 38(1): 258-266.
- [13] 陈为胜, 李俊民. 非线性时滞大系统自适应神经网络分散控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 873-878.  
(Chen W S, Li J M. Adaptive neural network decentralized control for nonlinear time-delay large-scale systems[J]. Control and Decision, 2006, 21(8): 873-878.)
- [14] Wang C. An ISS-modular approach for adaptive neural control of pure-feedback systems [J]. Automatica, 2006, 42(4): 723-731.
- [15] Park J, Sandberg I W. Universal approximation using radial-basis-function networks [J]. Neural Computation, 1991, 3(2): 246-257.

(上接第 17 页)

- [5] 李柠, 李少远. 基于满意聚类的多模型建模方法[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(5): 783-787.  
(Li N, Li S Y. Multi-model modeling method based on satisfactory clustering [J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(5): 783-787.)
- [6] 贺昌政. 自组织数据挖掘与经济预测[M]. 北京: 科学出版社, 2005.  
(He C Z. Self-organizing data mining theory and its application to prediction of economic systems [M]. Beijing: Science Press, 2005.)
- [7] Mollineda R, Vidal E. A relative approach to hierarchical clustering [C]. Pattern Recognition and Applications, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications. Amsterdam: IOS Press, 2000.
- [8] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [9] Box G E P, Jenkins G M, Reinsel G. Time series analysis, forecasting and control [M]. San Francisco: Holden Day, 1970.
- [10] Tsekourasa G, Sarimveisb H, George E K. A hierarchical fuzzy-clustering approach to fuzzy modeling [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 15(2): 245-266.
- [11] Dong-won Kim, Gwi-tae Park. Using interval singleton type 2 fuzzy logic system in corrupted time series modelling[M]. Berlin: Springer, 2005.