第 24 卷 第 1 期 控 制 与 决 策 2009 年 1 月
Vol. 24 No. 1 Control and Decision Jan. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)01-0029-06

基于一致性指标的两类不确定偏好信息集结

钱 钢[1], 冯向前[1], 魏翠萍[2]
(1. 南京师范大学 管理科学与工程研究所, 南京 210097;
2. 曲阜师范大学 运筹与管理学院, 山东 日照 276826)

摘 要: 研究了两类区间数判断矩阵偏好信息的集结问题. 首先,基于 Saaty 提出的数字互反判断矩阵一致性检验指标(CR),给出了区间数互反判断矩阵的满意一致性条件;然后利用互反与互补判断矩阵之间的关系求解出数字互补判断矩阵的一致性指标(CGCI),并在此基础上给出了区间数互补判断矩阵的满意一致性条件;最后建立了一致性指标最大的两类区间数判断矩阵偏好信息的集结模型,并用此模型解决了供应链中伙伴企业的选择问题.

关键词: 群决策; 区间数判断矩阵; 一致性; 集结
中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Aggregation approach of two kinds of uncertain preference information based on consistency index

QIAN Gang[1], *FENG Xiang-qian*[1], *WEI Cui-ping*[2]
(1. Insitittution of Management Science and Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China; 2. College of Operations Research and Management, Qufu Normal University, Rizhao 276826, China. Correspondent: QIAN Gang, E-mail: qian_gang @yahoo.com.cn)

Abstract: The aggregation problem of the group preference information of interval number judgment matrices is studied. Based on the consistency ratio (CR) of reciprocal judgment matrix, the condition of satisfactory consistency interval number reciprocal judgment matrix is proposed. And the consistency index (CGCI) of complementary judgment matix is presented by the transformation relation between the reciprocal judgment matrix and complementary matix. Then the condition of satisfactory consistency inerval number complementary judgment marix is also presented. Finally, the maxmal group consistency weight model is established, and adopted as the option of partners in supply chain.

Key words: Group decision making; Interval judgment matrix; Consistency; Aggregation

1 引 言

在社会、经济等复杂系统的评价和决策过程中,为了决策的科学性,避免因个人的主观判断、选择和偏好程度对决策结果的影响,常常需要综合专家群体的经验和智慧,采用群决策的方法对问题进行分析、判断和决策. 因此, 群决策越来越受到人们的关注. 在复杂系统中,客观事物的复杂性和不确定性以及人们思维能力、知识结构和知识水平的局限性,导致了人们更喜好用区间数来表达自己对问题认识和判断的模糊偏好信息. 其中,关于两两方案比较的区间数判断矩阵是一种常见的偏好信息形式. 从决策者给出偏好信息的表达形式看,区间数判断矩阵偏好信息的群决策有两类:同类型偏好信息的集结和不同类型偏好信息的集结. 针对同类型偏好信息集结问题,已有许多研究成果[1-6]. 针对不同类型的偏好信息的集结,文献[7]给出了不同类型偏好信息转化为相同类型的偏好信息的方法,但笔者认为,在转化过程中会改变决策者的偏好结构,使得决策结果不能很好地反映决策者的原始偏好. [8]给出了两类区间数不确定偏好信息的两阶段集结方法;[9]给出了基于群组满意度最大的集结方法. 这两种方法都涉及到隶属度函数参数的设置问题,虽然很多文献提及其设置方法[10,11],但都存在不足.

收稿日期: 2007-12-23; **修回日期**: 2008-03-21.
基金项目: 国家自然科学基金项目(10671108).
作者简介: 钱钢(1965—),男,江苏常州人,教授,从事决策分析与优化、信息化战略规划与项目管理等研究;
冯向前(1977—),男,山西晋城人,讲师,博士,从事系统工程、多属性决策理论与方法等研究.

基于上述问题,本文根据 Saaty 提出的数字互反判断矩阵一致性检验指标(CR)和与其相对应的数字互补判断矩阵的一致性指标(CGCI),建立了集结两类区间数判断矩阵的规划模型.

2 数字判断矩阵的满意一致性

定义 1 称数字互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 具有一致性,若对任意的 $i, j, k \in N$,有 $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$.

引理 1[12] 数字互反判断矩阵 A 具有一致性的充分必要条件是,存在向量 $v = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^{\mathrm{T}}$ 使得 $a_{ij} = v_i / v_j (i, j \in N)$,其中 $v_i > 0 (i \in N)$,且 $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$.

定义 2 称数字互补判断矩阵 $B = (b_{ij})_{n\times n}$ 具有一致性,若对任意的 $i, j, k \in N$,有 $b_{ik} + b_{kj} = 0.5 + b_{ij}$.

引理 2[13,14] 数字互补判断矩阵 B 具有一致性的充分必要条件是,存在向量 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$ 使得 $b_{ij} = 0.5(1 + w_i - w_j) (i, j \in N)$,其中 $w_i > 0 (i \in N)$,且 $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$.

引理 3[15] 设 $B = (b_{ij})_{n\times n}$ 是数字互补判断矩阵,则通过转换公式

$$a_{ij} = 9^{b_{ij} - b_{ji}} = 9^{2b_{ij} - 1} \tag{1}$$

可得互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$.

引理 4[15] 若 $B = (b_{ij})_{n\times n}$ 是一致性数字互补判断矩阵,则通过式(1)转换而得到的判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 是一致性互反判断矩阵.

在实际应用中,判断矩阵很难满足一致性. 针对一个不一致的互反判断矩阵是否可以被接受,Saaty[1] 给出了互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 的一致性指标作为检验的标准,即

$$\mathrm{CR} = \frac{\lambda_{\max}(A) - n}{(n-1)\mathrm{RI}}.$$

其中:RI 为平均随机一致性指标,$\lambda_{\max}(A)$ 为 A 的最大特征值. 并且指出,当 $\mathrm{CR} < 0.1$ 时,判断矩阵具有可接受的一致性;否则,判断矩阵偏离一致性程度过大.

Aguarón[16] 提出了几何一致性指标 GCI 作为检验标准,即

$$\mathrm{GCI} = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i<j} (\log a_{ij} + \log v_j - \log v_i)^2,$$

其中排序向量 $v = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^{\mathrm{T}}$ 由对数最小二乘法[17] 求出. 并且相对应于 Saaty 的一致性指标 CR 的阈值,给出了数字互反判断矩阵的几何一致性指标 GCI 的阈值,如表 1 所示.

表 1 互反判断矩阵几何一致性指标 GCI 的阈值

GCI	CR			
	0.01	0.05	0.1	0.15
$n = 3$	0.0314	0.1573	0.3174	0.4720
$n = 4$	0.0352	0.1763	0.3526	0.5289
$n > 4$	～0.037	～0.185	～0.370	～0.555

下面给出数字互补判断矩阵的一致性指标. 设 $B = (b_{ij})_{n\times n}$ 是一致性数字互补判断矩阵,根据引理 2,存在向量 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$ 使得

$$b_{ij} = 0.5(1 + w_i - w_j),\ i, j \in N.$$

根据引理 3 和引理 4,通过式(1) 数字判断矩阵 B 转换为一致性数字互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$,其中

$$a_{ij} = 9^{2b_{ij} - 1} = 9^{w_i - w_j}.$$

由引理 1,存在向量 $v = (v_1, v_2, \cdots, v_n)^{\mathrm{T}}$ 使得 $a_{ij} = v_i / v_j (i, j \in N)$,所以 $v_i / v_j = 9^{w_i - w_j}$. 故

$$\begin{aligned}
\mathrm{GCI} = {} & \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i<j} (\log a_{ij} - \log v_i / v_j)^2 = \\
& \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i<j} (\log 9^{2b_{ij} - 1} - \log 9^{w_i - w_j})^2 = \\
& \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i<j} [\log 9 \cdot (2b_{ij} - 1) - \\
& \log 9 \cdot (w_i - w_j)]^2 = \\
& \frac{2\log^2 9}{(n-1)(n-2)} \sum_{i<j} (2b_{ij} - w_i + w_j - 1)^2.
\end{aligned}$$

因此,可定义数字互补判断矩阵的一致性指标为

$$\mathrm{CGCI} = \frac{2}{(n-1)(n-2)} \sum_{i<j} (2b_{ij} - w_i + w_j - 1)^2.$$

根据数字互反判断矩阵一致性指标 GCI 的阈值,可以求得数字互补判断矩阵的一致性指标 CGCI 的阈值,如表 2 所示.

表 2 互补判断矩阵一致性指标 CGCI 的阈值

CGCI	CR			
	0.01	0.05	0.1	0.15
$n = 3$	0.0345	0.1727	0.3486	0.5184
$n = 4$	0.0387	0.1936	0.3872	0.5808
$n > 4$	～0.0345	～0.2032	～0.4063	～0.6095

定义 3 称数字互补判断矩阵 $B = (b_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性,若判断矩阵 B 的一致性指标满足 $\mathrm{CGCI} \leq \delta_B$,其中 δ_B 是满意一致性指标阈值.

3 区间数判断矩阵满意一致性

3.1 区间数互反判断矩阵的满意一致性

定义 4[18] 称 $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})_{n\times n}$ 是区间数互反判断矩阵,如果对任意的 $i, j \in N = \{1, 2, \cdots, n\}$ 均有:

1) $\bar{a}_{ij} = [a_{ij}^L, a_{ij}^U]$,且 $0 < a_{ij}^L \leq a_{ij}^U$;

2) $\overline{a}_{ij} = 1/\overline{a}_{ji}, \overline{a}_{ii} = 1$.

定义 5　称区间数互反判断矩阵 $\overline{A} = (\overline{a}_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性,若存在数字互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}(a_{ij} \in [a_{ij}^L, a_{ij}^U])$ 具有满意一致性.

引理 5[12]　正矩阵的任一个正特征向量必属于它的最大特征值.

引理 6[12]　正矩阵都是不可约的.

引理 7[12] (Perron-Frobenius 定理)　设 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 是 $n(n > 1)$ 阶非负不可约方阵,$\rho(A)$ 是 A 的谱半径,则:

1) $\rho(A)$ 是 A 的正特征值(最大特征值);

2) A 有正分量的特征向量 x 与 $\rho(A)$ 对应,即存在向量 $x > 0$,使得 $Ax = \rho(A)x$;

3) $\rho(A)$ 是 A 的单特征根;

4) 当 A 的任何一个元素增加时,$\rho(A)$ 也增加,即若 $C \neq A$,且 $C \geq A$(即 $c_{ij} \geq a_{ij}, i, j \in N$),则 $\rho(C) > \rho(A)$.

引理 8[12]　对于任何互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}$,均有 $\lambda_{\max}(A) \geq n$.

定理 1　设 $A = (a_{ij})_{n\times n}$ 是数字互反判断矩阵,则对于任意标准化数字向量 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$,均有 $Aw \geq nw$.

证明　反证法. 假设存在标准化数字向量 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$,使得 $0 < Aw < nw$,则存在 $0 < m_i < n(i \in N)$,使得

$$Aw = \mathrm{diag}(m_1, m_2, \cdots, m_n)w.$$

不妨设

$$m_1 = \max_{i\in N} m_i,\ m_n = \min_{i\in N} m_i,$$

$$x = \mathrm{diag}\left(\frac{m_1}{m_1}, \frac{m_2}{m_1}, \cdots, \frac{m_n}{m_1}\right)w,$$

$$y = \mathrm{diag}\left(\frac{m_1}{m_n}, \frac{m_2}{m_n}, \cdots, \frac{m_n}{m_n}\right)w,$$

则

$$A \cdot \mathrm{diag}\left(\frac{m_1}{m_1}, \frac{m_1}{m_2}, \cdots, \frac{m_1}{m_n}\right)x = m_1 x,$$

$$A \cdot \mathrm{diag}\left(\frac{m_n}{m_1}, \frac{m_n}{m_2}, \cdots, \frac{m_n}{m_n}\right)x = m_n x.$$

为了方便,令

$$C_1 = A \cdot \mathrm{diag}\left(\frac{m_1}{m_1}, \frac{m_1}{m_2}, \cdots, \frac{m_1}{m_n}\right),$$

$$C_2 = \overline{A} \cdot \mathrm{diag}\left(\frac{m_n}{m_1}, \frac{m_n}{m_2}, \cdots, \frac{m_n}{m_n}\right).$$

由代数知识和引理 5 可知,m_1 和 m_n 分别是矩阵 C_1 和 C_2 的最大特征值. 根据矩阵乘积的定义显然有 $C_1 \geq A$, $C_2 \leq A$. 根据引理 6 和引理 7 中 4) 可知,A 的最大特征值 $\lambda_{\max}(A)$ 满足

$$m_n \leq \lambda_{\max}(A) \leq m_1 < n.$$

这与引理 8 矛盾,假设不成立. 故对任意的标准化数字向量 $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$,均有 $Aw \geq nw$. □

定理 2　设 $\overline{A} = (\overline{a}_{ij})_{n\times n}$ 为区间数互反判断矩阵,$\overline{A}$ 具有满意一致性的充分必要条件是集合 T_w 非空,其中

$$T_w = \Big\{ w \Big| \sum_{j=1}^{i-1} \frac{w_j}{a_{ji}} + \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} w_j \leq (n-1)(1 + \mathrm{RI} \cdot \delta_A) w_i,\ a_{ij}^L \leq a_{ij} \leq a_{ij}^U, j > i,\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1, w_i \geq 0, i, j \in N \Big\}.$$

这里: $w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)^{\mathrm{T}}$; δ_A 是满意一致性指标的阈值,一般取 $\delta_A < 0.1$.

证明　充分性. 若集合 T_w 非空,则存在 $a_{ij}, w_i \geq 0(i, j \in N)$ 使得

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} w_j \leq [n + (n-1)\mathrm{RI} \cdot \delta_A] w_i,\ i \in N, \tag{2}$$

且满足 $a_{ij} = 1/a_{ji}, a_{ii} = 1, a_{ij}^L \leq a_{ij} \leq a_{ij}^U, \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$,即 $Aw \leq [n + \delta_A(n-1)\mathrm{RI}]w$,其中 $A = (a_{ij})_{n\times n}$.

根据定理 1 可知,存在 $0 \leq \delta_i \leq \delta_A(i \in N)$ 使得

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} w_j = [n + (n-1)\mathrm{RI} \cdot \delta_i] w_i,\ i \in N.$$

不妨设

$$\delta_1 = \max_{i\in N} \delta_i,\ \delta_n = \min_{i\in N} \delta_i,$$

$$\lambda_i = n + (n-1)\mathrm{RI} \cdot \delta_i,$$

则

$$Aw = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n)w.$$

类似于定理 1 的证明过程,可以证明 A 的最大特征值 $\lambda_{\max}(A)$ 满足 $\lambda_n \leq \lambda_{\max}(A) \leq \lambda_1$,即

$$n + (n-1)\mathrm{RI} \cdot \delta_n \leq \lambda_{\max}(A) \leq n + (n-1)\mathrm{RI} \cdot \delta_1.$$

进一步变换可得

$$\delta_n \leq \frac{\lambda_{\max}(A) - n}{(n-1)\mathrm{RI}} \leq \delta_1.$$

因此可得 $\overline{A}$ 具有满意一致性.

必要性. 若 A 具有满意一致性,根据定义 5,存在数字互反判断矩阵 $A = (a_{ij})_{n\times n}(a_{ij} \in [a_{ij}^L, a_{ij}^U])$ 具有满意一致性. 又根据 Saaty[12] 提出的一致性检验指标(CR) 知,判断矩阵 A 的一致性指标 $\mathrm{CR} \leq \delta_A$,即

$$\frac{\lambda_{\max}(A) - n}{(n-1)\mathrm{RI}} \leq \delta_A.$$

因此

$$\lambda_{\max}(A) \leq n + \delta_A(n-1)\mathrm{RI}.$$

令 w 为 A 最大特征根对应的标准化特征向量,则 $Aw = \lambda_{\max}(A)w$,所以 $Aw \le (n + \delta_A(n-1)\mathrm{RI})w$.

进一步可得

$$\sum_{j=1}^{i-1}\frac{w_i}{a_{ji}} + \sum_{j=i+1}^{n}a_{ij}w_j \le (n-1)(1+\mathrm{RI}\cdot\delta_A)w_i,\ i \in N.$$

又因为 $\overline{w}$ 是标准化向量,所以

$$\sum_{i=1}^{n}w_i = 1,\ w_i \ge 0,\ i \in N. \qquad \square$$

3.2 区间数互补判断矩阵的满意一致性

定义 6[19] 称 $\overline{B} = (\overline{b}_{ij})_{n\times n}$ 是区间数互补判断矩阵,如果对任意的 $i,j \in N$ 均有:

1) $\overline{b}_{ij} = [b_{ij}^L, b_{ij}^U]$,且 $l_{ij} + u_{ji} = 1$;

2) $0 < b_{ij}^L \le b_{ij}^U < 1$,$\overline{b}_{ii} = 0.5$.

当对任意的 $i,j \in N$,都有 $b_{ij}^L = b_{ij}^U$ 时,则 $\overline{B}$ 为数字互补判断矩阵.

定义 7 称区间数互补判断矩阵 $\overline{B} = (\overline{b}_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性,若存在数字互补判断矩阵 $B = (b_{ij})_{n\times n}(b_{ij} \in [b_{ij}^L, b_{ij}^U], i,j \in N)$ 具有满意一致性.

由定义 3 和定义 7 容易得出定理 1.

定理 3 区间数互补判断矩阵 $A = (b_{ij})_{n\times n}$ 具有满意一致性的充要条件是集合 G_v 非空,其中

$$G_v = \left\{v \,\middle|\, \frac{2}{(n-1)(n-2)}\sum_{i<j}(2b_{ij} - v_i + v_j - 1)^2 \le \delta_B\right\}.$$

这里,$b_{ij}^L \le b_{ij} \le b_{ij}^U$,$i<j$;$\sum_{i=1}^{n}v_i = 1$,$v_i \ge 0$,$i \in N$;$\delta_B$ 为互补判断矩阵满意一致性指标 CGCI 的阈值.

4 两类区间数不确定偏好信息的集结

假设 $m+h$ 位专家对 n 个决策备选方案 $\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ 进行选择,采用不同类型的区间数判断矩阵来表达其偏好信息.其中:决策者 $k(=1,2,\cdots,m)$ 给出区间数互反判断矩阵,采用不确定有序加权几何算子(UOWG)对区间数互反判断矩阵偏好信息进行集结,得到区间数互反判断矩阵 $\overline{A} = (\overline{a}_{ij})_{n\times n}(\overline{a}_{ij} = [a_{ij}^L, a_{ij}^U], i,j \in N)$;决策者 $k(=m+1, m+2,\cdots,m+h)$ 给出区间数互补判断矩阵,采用不确定有序加权平均算子(UOWA)对区间数互补判断矩阵偏好信息进行集结,得到区间数互补判断矩阵 $\overline{B} = (\overline{b}_{ij})_{n\times n}(\overline{b}_{ij} = [b_{ij}^L, b_{ij}^U], i,j \in N)$.建立非线性规划模型(NLP)

$$\max \lambda,$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{i-1}\frac{w_i}{a_{ji}} + \sum_{j=i+1}^{n}a_{ij}w_j + \lambda(n-1)\mathrm{RI}\cdot\delta_A w_i \le (n-1)(1+\mathrm{RI}\cdot\delta_A)w_i,\ i \in N,$$

$$a_{ij}^L \le a_{ij} \le a_{ij}^U,\ i<j,\ i,j \in N,$$

$$\frac{2}{(n-1)(n-2)}\sum_{i<j}(2b_{ij} - w_i + w_j - 1)^2 + \lambda\delta_B \le \delta_B,$$

$$b_{ij}^L \le b_{ij} \le b_{ij}^U,\ i<j,\ i,j \in N,$$

$$\sum_{i=1}^{n}w_i = 1,\ w_i \ge 0,\ i \in N.$$

其中:δ_A 为决策者给出的互反判断矩阵的满意一致性指标阈值,一般取 $\delta_A = 0.01$;δ_B 为决策者给出的互补判断的满意一致性指标阈值.根据表 2,若 $\delta_A = 0.1$,则当 $n=3$ 时,$\delta_B = 0.34875$;当 $n=4$ 时,$\delta_B = 0.38723$;当 $n \ge 5$ 时,$\delta_B = 0.40634$.

记模型 NLP 的最优解为 λ^*,容易得出下面的结论:

定理 4 若 $\lambda^* = 1$,则群关于方案集 $\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ 存在一致性意见;若 $0 \le \lambda^* < 1$,则群关于方案集 $\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ 存在满意一致性意见;若 $\lambda^* < 0$,则群关于方案集 $\{s_1, s_2, \cdots, s_n\}$ 不存在满意一致性意见.反之亦然.

根据定理 4,可将 λ^* 作为专家意见一致性程度的度量指标.若 $\lambda^* > 0$,则说明决策者给出的偏好信息是合理的,根据其求解的排序向量是可接受的;否则,说明决策者的意见相悖,应检查并重新给出各自的判断.

若模型 NLP 有解,则解通常并不唯一,可通过下面的非线性规划模型(BNLP)求其区间数排序向量:

$$\min/\max\ w_i,$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{i-1}\frac{w_i}{a_{ji}} + \sum_{j=i+1}^{n}a_{ij}w_j + \lambda^*(n-1)\mathrm{RI}\cdot\delta_A w_i \le (n-1)(1+\mathrm{RI}\delta_A)w_i,$$

$$a_{ij}^L \le w_{ij} \le a_{ij}^U,\ i<j,\ i,j \in N,$$

$$\frac{2}{(n-1)(n-2)}\sum_{i<j}(2b_{ij} - w_i + w_j - 1)^2 + \lambda^*\delta_B \le \delta_B,$$

$$b_{ij}^L \le b_{ij} \le b_{ij}^U,\ i<j,\ i,j \in N,$$

$$\sum_{i=1}^{n}w_i = 1,\ w_i \ge 0,\ i \in N.$$

5 算例分析

供应链管理是近年来在国内外逐渐受到重视的一种新的管理理念与企业运作模式.随着经济全球化的不断发展,人们对其进行了深入的研究,相关理论与方法在企业中得到了越来越广泛的应用.供应链合作伙伴关系是指,供应链中的相关企业在一段较长时间内,为了共同的目标而建立在信任基础上的一种利益共享、风险共担的合作关系.伙伴企业之间的合作状况直接关系到供应链系统运作的绩效

表 3　不同一致性指标阈值下的区间数偏好信息集结排序向量

排序向量	$\delta_A = 0.01$ $\delta_B = 0.0387$ $\lambda^* = 0.5601$		$\delta_A = 0.05$ $\delta_B = 0.1936$ $\lambda^* = 0.9120$		$\delta_A = 0.1$ $\delta_B = 0.3872$ $\lambda^* = 0.9560$		$\delta_A = 0.15$ $\delta_B = 0.5808$ $\lambda^* = 0.9706$		排序
	w_i^L	w_i^U	w_i^L	w_i^U	w_i^L	w_i^U	w_i^L	w_i^U	
w_1	0.1546	0.1564	0.1528	0.1582	0.1528	0.1582	0.1504	0.1608	3
w_2	0.4676	0.4691	0.4660	0.4707	0.4660	0.4707	0.4641	0.4729	1
w_3	0.2931	0.2954	0.2908	0.2977	0.2908	0.2977	0.2876	0.3008	2
w_4	0.0816	0.0822	0.0810	0.2425	0.0810	0.2425	0.0803	0.0839	4

与成败,所以它是供应链中一个非常重要的环节.企业在选择合作伙伴时,常常需要对伙伴企业的业务绩效、业务能力、质量系统以及企业所处的环境进行综合评价[20].

假设某企业有 4 个合作伙伴$\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$可供选择,聘请了 m 个专家进行决策($m \geq 2$),专家根据伙伴企业的基本状况进行两两比较,分别给出基于区间数互反判断矩阵和区间数互补判断矩阵的两种形式判断.根据专家给出的判断矩阵类型,利用 UOWG 和 UOWA 算子,将 m 个不确定判断矩阵集结为两个判断矩阵 $\overline{A}$ 和 $\overline{B}$,设 $\overline{A}$ 和 $\overline{B}$ 如下:

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 1 & [1/3,1] & [1/3,1] & [1,3] \\ [1,3] & 1 & [1,2] & [3,5] \\ [1,3] & [1/2,1] & 1 & [2,4] \\ [1/3,1] & [1/5,1/3] & [1/4,1/2] & 1 \end{bmatrix},$$

$$\overline{B} = \begin{bmatrix} 0.5 & [0.25,0.40] \\ [0.60,0.75] & 0.5 \\ [0.40,0.70] & [0.15,0.35] \\ [0.25,0.50] & [0.20,0.40] \end{bmatrix} \rightarrow \leftarrow \begin{bmatrix} [0.30,0.60] & [0.50,0.75] \\ [0.65,0.85] & [0.60,0.80] \\ 0.5 & [0.70,0.80] \\ [0.20,0.30] & 0.5 \end{bmatrix}.$$

根据模型 NLP 和 BNLP,基于不同的一致性指标阈值,利用 Matlab 软件计算,可求得不同的群意见一致性程度指标值和区间数排序向量,具体如表 3 所示.

根据表 3 可得如下结论:1) 根据定理 4,在不同的阈值下,专家的意见都达到了满意一致性;2) 决策者给出的阈值越大,则区间数排序向量的不确定程度越大,但排序并没有改变;3) 决策者给出的阈值越大,群的一致性程度越大.

为了进行比较,采用文献[8]提出的两阶段方法进行求解,结果如表 4 所示,所得方案排序是相同的.但是根据文献[8]提供的隶属度函数允许偏差的设置方法,要求 $\xi \leq 0.5$.

从表 4 可以看出:1) ξ取不同的值,专家意见一

表 4　不同隶属度函数允许偏差下的两阶段集结排序向量

排序向量	$\xi \leq 0.35$ λ^*无解		$\xi = 0.4$ $\lambda^* = 0.1176$		$\xi = 0.5$ $\lambda^* = 0.2941$		排序
	w_i^L	w_i^U	w_i^L	w_i^U	w_i^L	w_i^U	
w_1	-	-	0.0411	0.0412	0.0411	0.0412	3
w_2	-	-	0.5941	0.5941	0.5941	0.5941	1
w_3	-	-	0.3647	0.3647	0.3647	0.3647	2
w_4	-	-	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	4

致性程度值差别较大;2) 专家意见一致性程度最大也只能达到 0.2941,这是由于对ξ增加了约束.一般情况下,可以认为这个一致性程度值偏低.而采用本文提供的方法,专家意见一致性程度可达到 0.9 以上(一般选取 $\delta_a = 0.1$).因此,采用本文方法,参数选取更客观,所求结果也更合理.

6　结　论

本文对两类区间数判断矩阵的群集结方法进行了研究.基于 Saaty 提出的数字互反判断矩阵一致性检验指标(CR)和与其相对应的数字互补判断矩阵的一致性指标(CGCI),建立了集结两类区间数判断矩阵的规划模型.与同类文献[8,9]相比,不仅避免了隶属度或满意度函数参数的设置问题,而且还细化了专家群意见一致性程度的度量指标 λ^* 的范围.据此将专家意见分为一致、满意一致和意见相悖 3 种情况,为利用区间数判断矩阵形式表达偏好信息的群决策问题提供了切实可行的方法.

参考文献(References)

[1] 李炳军, 刘思峰. 一种基于区间数判断矩阵的群决策新方法[J]. 中国管理科学, 2004, 12(6): 109-112.
(Li B J, Liu S F. A new method on group decision making with interval number judgment matrix [J]. Chinese J of Management Science, 2004, 12(6): 109-112.)

[2] 吴江. 群组区间数互补判断矩阵偏好信息的一种集结方法[J]. 系统工程理论方法应用, 2004, 13(6): 500-503.
(Wu J. An aggregation method for group preference information of interval number complementary judgment matrices[J]. Systems Engineering-Theory Methodology

Application, 2004, 13(6): 500-503.)

[3] Yager R. Uncertainty modeling and decision support [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2004, 85(1): 341-354.

[4] 翟晓燕, 张新政. 群组决策中判断的一致性协调与方案排序[J]. 系统工程, 2004, 22(12): 96-100.
(Zhai X Y, Zhang X Z. Consistency coordination for judgment and the projects ranking in the group decision making[J]. Systems Engineering, 2004, 22(12): 96-100.)

[5] 翟晓燕, 张新政. 群决策中区间数判断矩阵的集结及权重的计算[J]. 系统工程, 2005, 23(9): 103-107.
(Zhai X Y, Zhang X Z. The methods on aggregation of interval number judgment matrices and calculation of its priorities in the group decision making [J]. Systems Engineering, 2005, 23(9): 103-107.)

[6] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.
(Xu Z S. Uncertain multiple attribute decision making: Methods and application [M]. Beijing: Tsinghua Publishing House, 2004.)

[7] 吴江, 黄登仕. 多属性决策中区间数偏好信息的一致化方法[J]. 系统工程理论方法应用, 2003, 12(4): 359-362.
(Wu J, Huang D S. The uniform methods for interval number preference information in multi-attribute decision making [J]. Systems Engineering-Theory Methodology Application, 2003, 12(4): 359-362.)

[8] 朱建军. 群决策中两类不确定偏好信息的集结方法研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 889-892.
(Zhu J J. Group aggregation approach of two kinds of uncertain preference information [J]. Control and Decision, 2006, 21(8): 889-892.)

[9] 冯向前, 魏翠萍, 李宗植, 等. 基于群组满意度最大的区间偏好信息集结[J]. 系统工程, 2006, 24(11): 42-45.
(Feng X Q, Wei C P, Li Z Z. Aggregating of interval number judgment matrices with maximum satisfaction [J]. Systems Engineering, 2006, 24(11): 42-45.)

[10] Mikhailov L. A fuzzy approach to deriving priorities from interval pairwise comparison judgements [J]. European J of Operational Research, 2004, 159(3): 687-704.

[11] Mikhailov L. Group prioritization in the AHP by fuzzy preference programming method [J]. Computers and Operations Research, 2004, 31(2): 293-301.

[12] Saaty T L. The analysis hierarchy process [M]. New York: McGraw-Hill, 1980.

[13] Tanino T. Fuzzy preference orderings in group decision making[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12(2): 117-131.

[14] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 97(1): 33-48.

[15] 徐泽水. 互反和互补判断矩阵的转换关系及其集成排序[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(10): 60-63.
(Xu Z S. Transformation relations between reciprocal and complementary judgement matrices and their integrated prioritization approaches [J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(10): 60-63.)

[16] Aguarón J, Moreno-Jiménez J M. The geometric consistency index: Approximated thresholds [J]. European J of Operational Research, 2003, 147(1): 137-145.

[17] Grawford G, Williams C. A note on the analysis of subjective judgments matrices [J]. J of Mathematical Psychology, 1985, 29(4): 387-405.

[18] Saaty T L, Vargas L. Uncertainty and rank order in the analytic hierarchy process [J]. European J of Operational Research, 1987, 32(1): 107-117.

[19] 徐泽水. 区间数互补判断矩阵排序的一种实用方法[J]. 运筹与管理, 2001, 10(1): 16-19.
(Xu Z S. A practical method for priority of interval number complementary judgment matrix[J]. Operation and Management, 2001, 10(1): 16-19.)

[20] 吴隽, 张剑英, 任丽娟. 基于证据推理与粗集理论的供应链合作伙伴选择方法研究[J]. 中国软科学, 2005, (3): 130-133.
(Wu J, Zhang J Y, Ren L J. The choice of supply chain partners based on evidential reasoning and rough sets theory[J]. China Soft Science, 2005, (3): 130-133.)