第 24 卷 第 1 期 Vol. 24 No. 1
控 制 与 决 策 Control and Decision
2009 年 1 月 Jan. 2009

文章编号: 1001-0920(2009)01-0039-05

基于期望值的灰色随机多准则决策方法

王坚强, 任世昶
(中南大学 商学院, 长沙 410083)

摘 要: 定义了离散型灰色随机变量及其期望值和标准差. 针对准则权重已知而方案的准则值为灰色随机变量的多准则问题,提出一种灰色随机多准则决策方法. 该方法通过求得各方案在各准则下评价值的期望值和标准差,得到标准期望值决策矩阵;利用各准则权重和规范化矩阵计算出各方案的综合评价区间,采用区间灰数可能度的方法构建方案综合评价区间的评判矩阵,进而得到各方案的排序. 最后通过算例表明了该方法的可行性和有效性.

关键词: 多准则决策; 灰色随机变量; 区间灰数
中图分类号: C934 **文献标识码**: A

Grey random multi-criteria decision-making approach based on expected value

WANG Jian-qiang, REN Shi-chang
(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Jian-qiang, E-mail: jqwang@csu.edu.cn)

Abstract: In this paper, discrete grey random variable as well as its expected value and standard deviation are defined. As for the multi-criteria decision-making problems, in which the criteria weights are completely known and the criteria value of alternatives are in the form of grey random variables, a grey random multi-criteria decision-making approach is proposed. In the method, the expected value and the standard deviation of each alternative under every criterions are gained separately firstly. After that, a standard expected value decision-making matrix can be formed. And the range of comprehensive evaluation for each alternative can be attained by the matrix operation between the vector of criteria weights and the normalizing decision-making matrix. By using the calculation method of probability degree of interval grey numbers, the evaluation matrix of the range of comprehensive evaluation for alternatives can be enacted and the order of the alternatives can be listed. Finally, an example shows the feasibility and validity of this approach.

Key words: Multi-criteria decision-making; Grey random variable; Interval grey number

1 引 言

多准则决策理论与方法已成为决策科学、系统工程、管理与运筹等领域研究中十分活跃的一个课题. 随着社会和经济的快速发展,决策问题的复杂性和不确定性,以及人们对快速变化的决策环境认识的模糊性正在不断增强,在实际的决策问题中,通常表现为决策信息(准则权重和准则值)具有模糊性、随机性或灰色性.

目前,针对以上不确定信息表现的这 3 种形式的多准则问题已有很多研究,对于同时具有多种不确定性的多准则问题也有了一定研究. 如文献[1-3]对准则值信息具有随机性和模糊性的多准则问题进行了研究;[4-6]对准则值信息具有灰色性和模糊性的多准则问题进行了讨论. 而对于准则值信息同时具有灰色性和随机性的多准则问题的研究则尚处于起步阶段. [7]对灰色理论和随机理论方法的互补问题进行了研究,指出了许多随机性方法实际上包含有灰色思想和灰色观念,而灰色问题同样可以从随机性角度去认识、研究和处理. [8]对准则值为随机变量且取值确定的情况进行了研究,通过建立方案

收稿日期: 2007-10-31; **修回日期**: 2008-04-15.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70771115); 湖南省软科学项目(06FJ4126); 湖南省哲学社会科学评审委员会项目(0608064A).
作者简介: 王坚强(1963 —),男,湖南湘潭人,教授,博士,从事决策理论与应用、风险管理与控制等研究; 任世昶(1984 —),男,江西吉安人,硕士生,从事决策理论与应用、信息管理等研究.

的距优距劣综合加权距离为最小的目标函数,从而得到一类求解这一问题的数学模型. 但其仅是针对随机变量取值确定的情况进行了考虑. [9]针对权重信息不完全的灰色风险型决策问题提出了双基点法,将正负理想解的思想应用于灰色随机领域.

以上的研究或是指出了灰色随机问题的存在,或是对该问题进行了初步讨论,但都没有对灰色随机问题进行系统的研究. 由于目前对灰色随机多准则决策问题的研究较少,而且该类问题能够客观地描述众多决策问题,为此,本文提出一种方法以满足实际决策的需要.

2 灰数和灰色随机数

只知其大概范围而不知其确切值的数被称为灰数[10]. 在实际应用中,灰数是指在某一个区间或某个一般的数集内取值的不确定数,通常用记号“$\otimes$”来表示.

既有下界 a^L 又有上界 a^U 的灰数称为区间灰数,记为 $\otimes\in[a^L, a^U]$.

区间灰数的运算法则为[10]:设区间灰数 $\otimes_1\in[a^L, a^U]$, $a^L<a^U$, $\otimes_2\in[b^L, b^U]$, $b^L<b^U$,则:

1) $\otimes_1+\otimes_2\in[a^L+b^L, a^U+b^U]$;

2) $-\otimes_1\in[-a^U, -a^L]$;

3) $\otimes_1-\otimes_2\in[a^L-b^U, a^U-b^L]$;

4) $k\times\otimes\in[ka^L, ka^U]$ (k 为正实数).

定义 1 当随机变量可能取到的值为有限个数,并且各个值是以不同的区间灰数 $\otimes$ 形式出现,而所对应的概率能够被确知,则称这样的随机变量为离散型灰色随机变量,以下简称为灰色随机变量,用 $\zeta(\otimes)$ 表示. $\zeta(\otimes)$ 的各种可能取值用 $\otimes_i$ 表示,其概率分布如表 1 所示.

表 1 灰色随机变量 $\zeta(\otimes)$ 的概率分布

$\zeta(\otimes)$	$\otimes_1$	$\otimes_2$	…	$\otimes_i$	…	$\otimes_n$
p	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

在表 1 中,$\zeta(\otimes)$ 为灰色随机变量, $\otimes_i$ 为灰色随机变量可能取的第 i 个值, p_i 为灰色随机变量取第 i 个值时的概率, n 为灰色随机变量可能取的所有值的个数.

定义 2 设 $\zeta(\otimes)$ 为一个灰色随机变量,如果存在 $\sum_{i=1}^{n}p_i\times\otimes_i$,则称 $\sum_{i=1}^{n}p_i\times\otimes_i$ 为灰色随机变量的期望值,记作

$$E(\zeta(\otimes))=\sum_{i=1}^{n}p_i\times\otimes_i.$$

根据区间灰数的运算法则 1) 和 4) 可知,该期望值为区间灰数.

定义 3 设区间灰数 $\otimes_1\in[a^L, a^U]$, $a^L<a^U$, $\otimes_2\in[b^L, b^U]$, $b^L<b^U$,则称
$$\sqrt{(b^L-a^L)^2+(b^U-a^U)^2}$$
为区间灰数 $\otimes_1$ 到 $\otimes_1$ 的距离[11],记作
$$DS(\otimes_1, \otimes_2)=\sqrt{(b^L-a^L)^2+(b^U-a^U)^2}.$$

定义 4 设 $\zeta(\otimes)$ 为一个灰色随机变量, $E(\zeta(\otimes))$ 为其期望值, 如果存在 $\sqrt{\sum_{i=1}^{n}p_i\times DS^2(\otimes_i, E(\zeta(\otimes)))}$,则称其为灰色随机变量 $E(\zeta(\otimes))$ 的标准差,记为
$$\sigma(\zeta(\otimes))=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}p_i\times DS^2(\otimes_i, E(\zeta(\otimes)))}.$$

灰色随机变量的标准差可视为灰色随机变量的各种可能取值与期望值区间的偏离程度. 而由定义 1,定义 3 和定义 4 可容易得出标准差大于零.

定义 5 设 $\zeta(\otimes)$ 为一个灰色随机变量, $E(\zeta(\otimes))$ 为其期望值, $\sigma(\zeta(\otimes))$ 为标准差,则称 $E(\zeta(\otimes))/\sigma(\zeta(\otimes))$ 为灰色随机变量的标准期望值,记作
$$SE(\zeta(\otimes))=E(\zeta(\otimes))/\sigma(\zeta(\otimes)).$$

灰色随机变量的标准期望值表示的是单位标准差下的期望值,可视其为剔除了标准差对灰色随机变量的期望值大小比较的影响.

定义 6 设 $\otimes_1\in[a^L, a^U]$, $a^L<a^U$, $\otimes_2\in[b^L, b^U]$, $b^L<b^U$,且记 $L(\otimes_1)=a^U-a^L$, $L(\otimes_2)=b^U-b^L$,则称
$$P(\otimes_1\geq\otimes_2)=\frac{\max\{0, L(\otimes_1)+L(\otimes_2)-\max(b^U-a^L, 0)\}}{L(\otimes_1)+L(\otimes_2)}$$
为 $\otimes_1\geq\otimes_2$ 的可能度[9,12,13].

3 基于期望值的灰色随机多准则决策方法

设灰色随机多准则决策问题的方案集为 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_m\}$,准则集为 $S=\{s_1, s_2, \cdots, s_j, \cdots, s_n\}$,准则的权重向量记为 $W=\{w_1, w_2, \cdots, w_n\}^T$,并满足约束条件
$$\sum_{j=1}^{n}w_j=1,\ w_j\geq 0,\ j=1,2,\cdots,n.$$

对于方案 $x_i\in X$,按第 j 个准则 s_j 进行测度,得到 x_i 关于 s_j 的准则值为离散型灰色随机变量 $\zeta_{ij}(\otimes)$ (本文假设灰色随机变量均可根据实际情况确定各自的区间灰数取值,并确定相应概率),从而构成灰色随机决策矩阵 $M=(\zeta_{ij}(\otimes))_{m\times n}$. 目标是确定方案集 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_m\}$ 的最佳方案或排序.

基于期望值的灰色随机多准则决策方法如下:

Step1 根据定义 2,依次对方案计算其在各准

则下的期望值. 计算方案 i 在准则 j 下的评价值 $\zeta_{ij}(\otimes)$ 的期望值可表示为

$$E(\zeta_{ij}(\otimes)) = \sum_{k=1}^{t} p_{ij}^{k} \times \otimes_{ij}^{k}. \tag{1}$$

其中 t 为灰色随机变量可能取值的个数,其随灰色随机变量取值个数的不同而不同.

Step2　根据定义 4,依次计算方案在各准则下的标准差. 再依据定义 5,继而求得方案在各准则下的标准期望值,并以该标准期望值作为相应准则下的准则值.

方案 i 在准则 j 下的标准期望值计算如下:

$$SE(\zeta_{ij}(\otimes)) = E(\zeta_{ij}(\otimes))/\sigma(\zeta_{ij}(\otimes)). \tag{2}$$

其中

$$\sigma(\zeta_{ij}(\otimes)) = \sqrt{\sum_{k=1}^{t} p_{ij}^{k} \times DS^{2}(\otimes_{ij}^{k}, E(\zeta_{ij}(\otimes)))};$$

$$i = 1,2,\cdots,m;\ j = 1,2,\cdots,n;\ k = 1,2,\cdots,t.$$

从而得到标准期望值决策矩阵

$$G = \begin{bmatrix} SE(\zeta_{11}(\otimes)) & \cdots & SE(\zeta_{1j}(\otimes)) & \cdots & SE(\zeta_{1n}(\otimes)) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ SE(\zeta_{i1}(\otimes)) & \cdots & SE(\zeta_{ij}(\otimes)) & \cdots & SE(\zeta_{in}(\otimes)) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ SE(\zeta_{m1}(\otimes)) & \cdots & SE(\zeta_{mj}(\otimes)) & \cdots & SE(\zeta_{mn}(\otimes)) \end{bmatrix}.$$

Step3　对标准期望值决策矩阵进行规范化处理. 为消除不同物理量纲对决策结果的影响,需要对标准期望值决策矩阵进行规范化处理. 因常见的准则类型有效益型和成本型两类,故应分别对这两类的准则值进行规范化处理. 本文采用文献[13]给出的规范化方法对决策矩阵进行规范化处理.

对于效益型准则 s_j, 在该准则下的准则值 $SE(\zeta_{ij}(\otimes))$ 规范化后可表示为

$$G_{ij}^{N}(\otimes) \in \left[\frac{a_{ij}^{L}}{a_{j}^{\max}}, \frac{a_{ij}^{U}}{a_{j}^{\max}}\right].$$

其中: $a_j^{\max} = \max\limits_{1\le i\le m}\{a_{ij}^{U}\}$, $SE(\zeta_{ij}(\otimes)) \in [a_{ij}^{L}, a_{ij}^{U}]$, a_{ij}^{L} 为区间灰数 $SE(\zeta_{ij}(\otimes))$ 取值区间的下限, a_{ij}^{U} 为其上限.

对于成本型准则 s_j, 在该准则下的准则值 $SE(\zeta_{ij}(\otimes))$ 规范化后可表示为

$$G_{ij}^{N}(\otimes) \in \left[\frac{a_{j}^{\min}}{a_{ij}^{U}}, \frac{a_{j}^{\min}}{a_{ij}^{L}}\right].$$

其中: $a_j^{\min} = \min\limits_{1\le i\le m}\{a_{ij}^{L}\}$, $SE(\zeta_{ij}(\otimes)) \in [a_{ij}^{L}, a_{ij}^{U}]$. 从而可得到规范化的决策矩阵

$$G^{N} = \begin{bmatrix} G_{11}^{N}(\otimes) & \cdots & G_{1j}^{N}(\otimes) & \cdots & G_{1n}^{N}(\otimes) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G_{i1}^{N}(\otimes) & \cdots & G_{ij}^{N}(\otimes) & \cdots & G_{in}^{N}(\otimes) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ G_{m1}^{N}(\otimes) & \cdots & G_{mj}^{N}(\otimes) & \cdots & G_{mn}^{N}(\otimes) \end{bmatrix}.$$

Step4　计算各方案的综合评价区间. 由规范化决策矩阵 $G^N = (G_{ij}^{N}(\otimes))_{m\times n}$ 和准则的权重向量 $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n\}^{T}$, 可得方案 x_i 的综合评判值为

$$G_i(\otimes) = \sum_{j=1}^{n} \omega_j \times G_{ij}^{N}(\otimes). \tag{3}$$

Step5　对方案进行排序. 利用定义 6 中所列出的对区间灰数大小进行比较的可能度公式,通过对方案的综合评判值进行两两比较,可以建立方案的可能度评判矩阵. 最后通过对该可能度评判矩阵进行处理即可得出方案的排序,采用文献[9]给出的处理方法便能达到此目的.

设 m 个方案按照可能度公式进行两两比较后所形成的评判矩阵为 $P = (P_{ij})_{m\times m}$, 则方案 i 的排序值 W_i 可由下式算出:

$$W_i = \frac{\sum\limits_{j=1}^{m} P_{ij} + \frac{m}{2} - 1}{m(m-1)},\quad i = 1,2,\cdots,m. \tag{4}$$

通过比较 W_i 的大小即可得出方案相应的排序.

4　算例分析

某企业计划投资建设一座新厂,市场预测产品的销售将依据设计方案的不同而呈现几种可能的状态. 现考虑 3 个准则,分别为直接收益 s_1, 间接收益 s_2 和污染损失 s_3. 各准则下的灰色随机决策表如表 2 ～ 表 4 所示,寻求最优方案.

表 2　各方案在准则 s_1 下的灰色随机决策表　　万元

方案	概率	
	$p_1 = 0.1$	$p_2 = 0.9$
x_1	[25,31]	[30,36]

方案	概率		
	$p_1 = 0.1$	$p_2 = 0.2$	$p_3 = 0.7$
x_2	[22,30]	[27,35]	[32,40]

方案	概率			
	$p_1 = 0.1$	$p_2 = 0.2$	$p_3 = 0.3$	$p_4 = 0.4$
x_3	[20,28]	[25,33]	[30,38]	[35,43]

表 3　各方案在准则 s_2 下的灰色随机决策表　　万元

方案	概率	
	$p_1 = 0.1$	$p_2 = 0.9$
x_1	[90,116]	[97,113]

续表

方案	概率		
	$p_1=0.1$	$p_2=0.2$	$p_3=0.7$
X_2	[90,112]	[97,109]	[104,116]

方案	概率			
	$p_1=0.1$	$p_2=0.2$	$p_3=0.4$	$p_4=0.3$
X_3	[90,100]	[96,106]	[101,111]	[115,125]

表 4 各方案在准则 s_3 下的灰色随机决策表 万元

方案	概率			
	$p_1=0.1$	$p_2=0.2$	$p_3=0.3$	$p_4=0.4$
X_1	[21,23]	[22,24]	[25,28]	[24,27]
X_2	[23,25]	[24,26]	[26,28]	[25,27]
X_3	[25,27]	[26,28]	[27,29]	[28,30]

根据以上所列算法计算最优方案.

Step1 根据式(1) 依次计算各方案在各准则下的准则值的期望值,如表 5 所示.

表 5 各方案在各准则下的准则值的期望值

方案	准则		
	s_1	s_2	s_3
X_1	[29.5,35.5]	[96.3,113.3]	[23.6, 26.3]
X_2	[30,38]	[101.2,114.2]	[24.9, 26.9]
X_3	[30,38]	[103.1,113.1]	[27, 29]

Step2 依次计算各方案在各准则下的准则值的标准差,如表 6 所示.

表 6 各方案在各准则下的准则值的标准差

方案	准则		
	s_1	s_2	s_3
X_1	2.12	2.28	2.25
X_2	4.69	5.45	1.33
X_3	7.07	11.96	1.41

根据式(2) 得出相应的标准期望值矩阵

$$G=\begin{bmatrix} SE(\zeta_{11})\in[13.9,15.7] \\ SE(\zeta_{21})\in[6.4,8.1] \\ SE(\zeta_{31})\in[4.2,5.4] \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \begin{matrix} SE(\zeta_{12})\in[42.2,49.7] \\ SE(\zeta_{22})\in[18.6,20.9] \\ SE(\zeta_{32})\in[8.6,9.5] \end{matrix} \rightarrow$$

$$\leftarrow \left.\begin{matrix} SE(\zeta_{13})\in[10.5,11.7] \\ SE(\zeta_{23})\in[18.7,20.2] \\ SE(\zeta_{33})\in[19.1.20.5] \end{matrix}\right] .$$

Step3 对矩阵 G 进行规范化处理,可得规范化矩阵

$$G^N=\begin{bmatrix} \otimes_{11}^N & \otimes_{12}^N & \otimes_{13}^N \\ \otimes_{21}^N & \otimes_{22}^N & \otimes_{23}^N \\ \otimes_{31}^N & \otimes_{32}^N & \otimes_{33}^N \end{bmatrix}.$$

其中

$$\otimes_{11}^N\in[0.8854,1.0000],$$
$$\otimes_{12}^N\in[0.8491,1.0000],$$
$$\otimes_{13}^N\in[0.8974,1.0000],$$
$$\otimes_{21}^N\in[0.4076,0.5159],$$
$$\otimes_{22}^N\in[0.3742,0.4205],$$
$$\otimes_{23}^N\in[0.5198,0.5615],$$
$$\otimes_{31}^N\in[0.2675,0.3439],$$
$$\otimes_{32}^N\in[0.1730,0.1911],$$
$$\otimes_{33}^N\in[0.5122,0.5497].$$

Step4 假设各准则的权重已由传统的层次分析法得出,分别为 $\omega_1=0.41$, $\omega_2=0.32$, $\omega_3=0.27$, 则可根据式(3) 得出各方案的综合评价区间

$$G_1(\otimes)\in[0.8770,1.0000],$$
$$G_2(\otimes)\in[0.4272,0.4977],$$
$$G_3(\otimes)\in[0.3033,0.3506].$$

Step5 根据定义 6 可得出各方案之间的可能度,从而构成矩阵

$$G_{pro}=\begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 1 \\ 0 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

然后根据式(4) 得出可能度的排序向量

$$W=(0.5000,0.3333,0.1667)^T.$$

因此,3 个方案的排序为 $X_1 > X_2 > X_3$.

5 结论

本文针对一类准则值同时具有灰色不确定性和随机不确定性的多准则决策问题进行了研究. 通过给出离散型灰色随机变量及其期望值和标准差的定义,在综合区间灰数大小比较方法的基础上,给出了上述决策问题的解决方法,并将该方法应用于决策领域,为具有灰色随机多准则决策问题提供了一种有效的解决方法.

参考文献(References)

[1] Katagiri H. A fuzzy random multiobjective 0-1 programming based on the expectation optimization model using possibility and necessity measures [J]. Mathematical and Computer Modeling, 2004, 40(3/4): 411-421.

[2] Hideki Katagiri. Interactive multiobjective fuzzy random linear programming: Maximization of possibility and probability [J]. European J of Operational Research, 2008, 188(2): 530-539.

[3] Ammar E E. On solutions of fuzzy random multiobjective quadratic programming with application in portfolio problem[J]. Information Sciences, 2008, 178 (2): 468-484.

[4] 卜广志, 张宇文. 基于三参数区间数的灰色模糊综合评判[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(9): 43-46.
(Bu G Z, Zhang Y W. Grey fuzzy comprehensive evaluation method based on interval numbers of three parameters[J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(9): 43-46.)

[5] 卜广志, 张宇文. 基于灰色模糊关系的灰色模糊综合评判[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(4): 141-144.
(Bu G Z, Zhang Y W. Grey fuzzy comprehensive evaluation based on the theory of grey fuzzy relation[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2002, 22(4): 141-144.)

[6] 朱绍强, 孟科, 张恒喜. 区间数灰色模糊综合评判及其应用[J]. 电子与控制, 2006, 13(3): 36-38.
(Zhu S Q, Meng K, Zhang H X. Interval numbers grey fuzzy comprehensive evaluation and its application[J]. Electronics Optics and Control, 2006, 13(3): 36-38.)

[7] 寇进忠. 随机性方法与灰色性方法的互补问题[J]. 系统辨证学报, 1998, 6(2): 81-83.
(Kou J Z. On the mutual complementarity between random methods and grey methods[J]. J of Systemic Dialectics, 1998, 6(2): 81-83.)

[8] 于义彬, 王本德, 柳澎, 等. 具有不确定信息的风险型多目标决策理论及应用[J]. 中国管理科学, 2003, 11(6): 9-13.
(Yu Y B, Wang B D, Liu P, et al. Risky multiobjective decision-making theory and its application[J]. Chinese J of Management Science, 2003, 11(6): 9-13.)

[9] 罗党, 刘思峰. 灰色多指标风险型决策方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(8): 1057-1060.
(Luo D, Liu S F. Research on grey multi-criteria risk decision-making method[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(8): 1057-1060.)

[10] 刘思锋, 郭天榜, 党耀国, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
(Liu S F, Guo T B, Dang Y G. Grey system theory and application[M]. Beijing: Science Press, 1999.)

[11] 卫贵武. 权重信息不完全的区间数多属性决策 GRA 方法[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 12: 1834-1835.
(Wei G W. Grey relational analysis method for interval multiple attribute decision making with incomplete attribute weights[J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 12: 1834-1835.)

[12] 徐泽水, 孙在东. 一类不确定型多属性决策问题的排序方法[J]. 管理科学学报, 2002, 5(3): 35-39.
(Xu Z S, Sun Z D. Priority method for a kind of multi-attribute decision-making problems[J]. J of Management Science in China, 2002, 5(3): 35-39.)

[13] Guo-dong Lia, Daisuke Yamaguchia, Masatake Nagaib. A grey-based decision-making approach to the supplier selection problem[J]. Mathematical and Computer Modeling, 2007, 46(3/4): 573-581.

(上接第 38 页)

[7] 达庆利, 徐泽水. 不确定多属性决策的单目标最优化模型[J]. 系统工程学报, 2002, 17(1): 50-55.
(Da Q L, Xu Z S. Single-objective optimization model in uncertain multi-attribute decision-making[J]. J of Systems Engineering, 2002, 17(1): 50-55.)

[8] 张洪美, 徐泽水, 陈琦. 直觉模糊集的聚类方法研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(8): 882-888.
(Zhang H M, Xu Z S, Chen Q. A new combination determining weights method for interval multi-attribute decision-making[J]. Control and Decision, 2007, 22(8): 882-888.)

[9] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67-70.
(Xu Z S, Da Q L. Possibility degree method for ranking interval numbers and its application[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(1): 67-70.)

[10] 高峰记. 不完全信息下对方案有偏好信息的多指标决策[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(4): 94-97.
(Gao F J. Multiple attribute decision making on plans with alternative preference under incomplete information[J]. Systems Engineering Theory and Practice, 2000, 20(4): 94-97.)

[11] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

[12] Goh C H, Tung Y C A, Cheng C H. A revised weighted sum decision model for robot selection[J]. Computers and Industrial Engineering, 1996, 30(2): 193-199.

[13] 谭旭, 高妍方, 陈英武. 区间型多属性决策求解新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 28(12): 1082-1085.
(Tan X, Gao Y F, Chen Y W. New method for solving interval multi-attribute decision-making problem[J]. J of System Engineering and Electronics, 2007, 28(12): 1082-1085.)

[14] Zeleny M. Multiple criteria decision making[M]. New York: McGraw-Hill, 1981.