

文章编号: 1001-0920(2009)10-1573-03

一类严格反馈非线性系统的间接自适应模糊控制

师五喜, 郭利进, 郭文成

(天津工业大学 电气工程与自动化学院, 天津 300160)

摘要: 针对一类不确定严格反馈非线性系统, 设计了间接自适应模糊控制方法. 该方法用模糊逻辑系统逼近设计过程中的未知函数, 基于时变宽度死区对模糊逻辑系统中的未知参数进行自适应调节, 并对时变死区宽度设计了自适应律. 证明了该方法能使闭环系统的所有信号有界, 且可使跟踪误差收敛到原点的小邻域内. 仿真算例验证了该方法的有效性.

关键词: 严格反馈非线性系统; 自适应模糊控制; 时变宽度死区; 稳定性分析

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Indirect adaptive fuzzy control for a class of strict-feedback nonlinear systems

SHI Wu-xi, GUO Li-jin, GUO Wen-cheng

(School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China.
Correspondent: SHI Wu-xi, E-mail: shiwuxi@163.com)

Abstract: An indirect adaptive fuzzy control scheme is developed for a class of uncertain strict-feedback nonlinear systems. In this method, the fuzzy logic systems are used to approximate the unknown functions in design process, the parameters in fuzzy logic systems are adjusted based on time-varying dead-zone whose size is adjusted adaptively. It is proved that all the signals in the resulting closed-loop system are bounded, and the tracking error converges to a small neighborhood of the origin. A simulation example shows the effectiveness of the proposed control scheme.

Key words: Strict-feedback nonlinear systems; Adaptive fuzzy control; Time-varying dead-zone; Stability analysis

1 引言

近年来, 基于模糊逻辑系统(FLS)的万能逼近性^[1]和反步法, 许多学者对严格反馈非线性系统的自适应模糊控制进行了研究^[2-7]. 但在进行间接自适应模糊控制设计时, 面临控制器的奇异性问题. 为避免此问题, 以上方案大都采用直接自适应模糊控制方法^[5-7], 但被控对象要满足一定的假设. 文献[5]要求虚拟控制增益函数的导数有界, 文献[6, 7]要求虚拟控制增益函数在两个常数之间, 而这些假设一般都不易验证.

本文对一类不确定严格反馈非线性系统设计了间接自适应模糊控制方法. 该方法利用模糊逻辑系统逼近设计过程中的未知函数, 为补偿设计中出现的各种误差项, 基于时变宽度死区对未知参数进行自适应调节, 并对死区时变宽度设计了自适应律. 本文证明了该方法不但能使闭环系统的所有信号有

界, 而且可使跟踪误差收敛到原点的小邻域内. 本文方法的主要特点为: 1) 仅假设被控对象中(虚拟)控制器前的增益函数不为零; 2) 在控制器和虚拟控制器中设计简单的 ϵ 项, 避免了奇异性问题.

2 问题描述

考虑如下严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-1; \\ \dot{x}_n = f_n(x) + g_n(x)u; \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ 为系统可量测的状态向量; $u \in R, y \in R$ 分别为输入和输出; $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T, f_i(\bar{x}_i), g_i(\bar{x}_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 是未知的连续函数, 且对任意的 $\bar{x}_i \in U_i \subset R^i$, 有 $g_i(\bar{x}_i) \neq 0$.

本文给出的控制任务为: 给定光滑参考信号 y_m , 对系统设计间接自适应模糊控制器, 使闭环系

收稿日期: 2008-12-15; 修回日期: 2009-03-22.

基金项目: 天津市高等学校科技发展基金项目(2006ba54).

作者简介: 师五喜(1964—), 男, 甘肃秦安人, 副教授, 博士, 从事模糊控制、模糊预测控制的研究; 郭利进(1970—), 男, 湖北黄冈人, 副教授, 博士, 从事机器人导航与控制、智能控制的研究.

统的所有信号有界,且跟踪误差 $e = y - y_m$ 收敛到原点的一个小邻域内.

假设 1^[6] y_m 和 $y_m^{(i)} (i = 1, 2, \dots, n)$ 是可得到的,且向量 $Y_{mi} = [y_m, y_m^{(1)}, \dots, y_m^{(i)}]^T \in \Omega_{mi} \subset R^{i+1}$ 是连续的, $\Omega_{mi} (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 是已知的有界闭集.

为研究问题方便,记 $\hat{g}_i(x_i | \theta_{g_i}) + \varepsilon \text{sign}(\hat{g}_i) = \hat{g}_{\varepsilon i} (i = 1, 2, \dots, n)$, 其中 ε 是大于零的小常数. 当 $v \geq 0$, $\text{sign}(v) = 1$; 当 $v < 0$ 时, $\text{sign}(v) = -1$.

3 间接自适应模糊控制设计

记 $e_1 = x_1 - y_m$, 显然 $e = e_1$, 则

$$\dot{e}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 - \dot{y}_m. \quad (2)$$

由于 $f_1(x_1), g_1(x_1)$ 未知, 本文利用文献[1]中与参数成线性关系的 FLS: $\hat{f}_1(x_1 | \theta_{f_1}) = \theta_{f_1}^T \xi_{f_1}(x_1)$ 和 $\hat{g}_1(x_1 | \theta_{g_1}) = \theta_{g_1}^T \xi_{g_1}(x_1)$ 来逼近 $f_1(x_1)$ 和 $g_1(x_1)$, 记

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_{\varepsilon_1}} [-\hat{f}_1(x_1 | \theta_{f_1}) + \dot{y}_m - a_1 e_1], \quad (3)$$

其中 $a_1 > 0$. 当 $2 \leq i \leq n-1$ 时, 记 $e_i = x_i - \alpha_{i-1}$, 则

$$\dot{e}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} - \dot{\alpha}_{i-1}, \quad (4)$$

其中

$$\dot{\alpha}_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} (f_j(\bar{x}_i) + g_j(\bar{x}_i)x_{j+1}) + M_{i-1}.$$

这里

$$M_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \left[\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta_{f_j}^T} \dot{\theta}_{f_j} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta_{g_j}^T} \dot{\theta}_{g_j} \right] + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial Y_{m(i-1)}^T} \dot{Y}_{m(i-1)}$$

是可计算的, 则式(4)可写成

$$\dot{e}_i = f_i(\bar{z}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} - M_{i-1}. \quad (5)$$

其中

$$\bar{z}_i = (\bar{x}_i^T, \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_{i-1}})^T,$$

$$f_i(\bar{z}_i) = f_i(\bar{x}_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} (f_j(\bar{x}_i) + g_j(\bar{x}_i)x_{j+1}).$$

由于 $f_i(\bar{z}_i)$ 和 $g_i(\bar{x}_i)$ 未知, 本文利用 FLS: $\hat{f}_i(\bar{z}_i | \theta_{f_i}) = \theta_{f_i}^T \xi_{f_i}(\bar{z}_i)$ 和 $\hat{g}_i(\bar{x}_i | \theta_{g_i}) = \theta_{g_i}^T \xi_{g_i}(\bar{x}_i)$ 来逼近 $f_i(\bar{z}_i)$ 和 $g_i(\bar{x}_i)$, 记

$$\alpha_i = \frac{1}{g_{\varepsilon_i}} [-\hat{f}_i(\bar{z}_i | \theta_{f_i}) + M_{i-1} - a_i e_i], \quad (6)$$

其中 $a_i > 0$. 由式(2), (3), (5), (6) 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = & -a_i e_i + f_i(\bar{z}_i) - \hat{f}_i(\bar{z}_i | \theta_{f_i}) + (g_i(\bar{x}_i) - \\ & \hat{g}_i(\bar{x}_i | \theta_{g_i}))x_{i+1} + \hat{g}_i(\bar{x}_i | \theta_{g_i})(x_{i+1} - \alpha_i) - \\ & \varepsilon \text{sign}(\hat{g}_i) \alpha_i. \end{aligned} \quad (7)$$

记 $e_n = x_n - \alpha_{n-1}$, 则

$$\dot{e}_n = f_n(\bar{z}_n) + g_n(x)u - M_{n-1}. \quad (8)$$

其中: $f_n(\bar{z}_n), \bar{z}_n$ 和 M_{n-1} 由以上 $f_i(\bar{z}_i), \bar{z}_i$ 和 M_{i-1} 中取 $i = n$ 得到. 由于 $f_n(\bar{z}_n)$ 和 $g_n(x)$ 未知, 本文利用 FLS: $\hat{f}_n(\bar{z}_n | \theta_{f_n}) = \theta_{f_n}^T \xi_{f_n}(\bar{z}_n)$ 和 $\hat{g}_n(x | \theta_{g_n}) = \theta_{g_n}^T \xi_{g_n}(x)$ 来逼近 $f_n(\bar{z}_n)$ 和 $g_n(x)$, 取控制器为

$$u = \frac{1}{g_{\varepsilon_n}} [-\hat{f}_n(\bar{z}_n | \theta_{f_n}) + M_{n-1} - a_n e_n], \quad (9)$$

其中 $a_n > 0$. 由式(8)和(9)可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_n = & -a_n e_n + f_n(\bar{z}_n) - \hat{f}_n(\bar{z}_n | \theta_{f_n}) + \\ & (g_n(x) - \hat{g}_n(x | \theta_{g_n}))u - \varepsilon \text{sign}(\hat{g}_n)u. \end{aligned} \quad (10)$$

记 $\bar{z}_1 = x_1$, 定义

$$\theta_{f_i}^* = \arg \min_{\theta_{f_i} \in \Omega_{f_i}} \sup_{z_i \in U_{2i-1}} | \hat{f}_i(\bar{z}_i | \theta_{f_i}) - f_i(\bar{z}_i) |,$$

$$\theta_{g_i}^* = \arg \min_{\theta_{g_i} \in \Omega_{g_i}} \sup_{x_i \in U_i} | \hat{g}_i(\bar{x}_i | \theta_{g_i}) - g_i(\bar{x}_i) |,$$

其中 Ω_{f_i} 和 Ω_{g_i} 是参数约束集. 定义 $\omega_{f_i} = f_i(\bar{z}_i) - \hat{f}_i(\bar{z}_i | \theta_{f_i}^*), \omega_{g_i} = g_i(\bar{x}_i) - \hat{g}_i(\bar{x}_i | \theta_{g_i}^*)$.

假设 2 对于 $i = 1, 2, \dots, n, \omega_{f_i}$ 和 ω_{g_i} 有界.

记 $\phi_{f_i} = \theta_{f_i}^* - \theta_{f_i}, \phi_{g_i} = \theta_{g_i}^* - \theta_{g_i}, \bar{e} = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T, A = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_n)$. 由式(7)和(10)可得误差方程为

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} = & -A\bar{e} + \Xi_f \Phi_f + \Xi_g \Phi_g + \omega_f + \\ & \Pi \omega_g + \omega_e - \varepsilon \omega_\varepsilon. \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\Xi_f = \text{diag}(\xi_{f_1}^T, \xi_{f_2}^T, \dots, \xi_{f_n}^T),$$

$$\Phi_f = [\phi_{f_1}^T, \phi_{f_2}^T, \dots, \phi_{f_n}^T]^T,$$

$$\Xi_g = \text{diag}(\xi_{g_1}^T x_2, \dots, \xi_{g_{(n-1)}}^T x_n, \xi_{g_n}^T u),$$

$$\Phi_g = [\phi_{g_1}^T, \phi_{g_2}^T, \dots, \phi_{g_n}^T]^T,$$

$$\omega_f = [\omega_{f_1}, \omega_{f_2}, \dots, \omega_{f_n}]^T,$$

$$\omega_g = [\omega_{g_1}, \omega_{g_2}, \dots, \omega_{g_n}]^T,$$

$$\Pi = \text{diag}(x_2, x_3, \dots, x_n, u),$$

$$\omega_e = [\hat{g}_1 e_2, \hat{g}_2 e_3, \dots, \hat{g}_{n-1} e_n, 0]^T,$$

$$\omega_\varepsilon = [\text{sign}(\hat{g}_1) \alpha_1, \text{sign}(\hat{g}_2) \alpha_2, \dots, \text{sign}(\hat{g}_n) u]^T.$$

为对式(11)中的误差项进行补偿, 本文基于时变宽度死区 e_Δ 来调节未知参数, 定义

$$e_\Delta = \|\bar{e}\| - \delta(t) \text{sat}(\|\bar{e}\| / \delta(t)). \quad (12)$$

其中: $\delta(t)$ 是大于零的未知死区宽度, 有

$$\text{sat}(\|\bar{e}\| / \delta(t)) = \begin{cases} 1, & \|\bar{e}\| > \delta(t); \\ \|\bar{e}\| / \delta(t), & \|\bar{e}\| \leq \delta(t). \end{cases}$$

记 $\Theta_f = [\theta_{f_1}^T, \theta_{f_2}^T, \dots, \theta_{f_n}^T]^T, \Theta_g = [\theta_{g_1}^T, \theta_{g_2}^T, \dots, \theta_{g_n}^T]^T$. 采用如下的自适应律来调节参数 $\Theta_f(t)$ 和 $\Theta_g(t)$:

$$\dot{\Theta}_f = \gamma_f \Xi_f^T \frac{\bar{e} e_\Delta}{e_\Delta + \delta(t)},$$

$$\dot{\Theta}_g = \gamma_g \Xi_g^T \frac{\bar{e} e_\Delta}{e_\Delta + \delta(t)}. \quad (13)$$

其中: $\gamma_f > 0, \gamma_g > 0$. 根据假设 2, 令 $\|\omega_f\| \leq \rho_f^*$,

$\| \omega_g \| \leq \rho_g^*$, ρ_f^* 和 ρ_g^* 是未知常数, 其估计值 ρ_f 和 ρ_g 由以下自适应律来调节:

$$\dot{\rho}_f = \eta_f e_\Delta, \dot{\rho}_g = \eta_g e_\Delta \| \Pi \|. \quad (14)$$

其中: $\eta_f > 0, \eta_g > 0$. 参数 $\delta(t)$ 由下式调节:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} = & -k_\delta \delta + \rho_f + \| \Pi \| \rho_g + \\ & \epsilon \| \omega_\epsilon \| + \| \omega_e \|. \end{aligned} \quad (15)$$

注 1 只要选初始值大于零, 式(15)便可保证 δ 为正, 同时 δ 修正律还能保证其有界.

注 2 由式(15)可看出 $\delta(t)$ 会很小, 所以本文认为 $\delta(t)$ 对 $\alpha_i (i = 2, 3, \dots, n-1)$ 的输入没有影响.

下面将描述以上所设计的自适应模糊控制器的性能:

定理 1 对满足假设 1 和假设 2 的控制系统 (1), 控制器采用式(9), 参数的自适应律为式(13) ~ (15), 则当 $0 < k_\delta \leq \min_{1 \leq i \leq n} \{a_i\}$ 时闭环系统中的所有信号有界, 且 e 将收敛到原点的小邻域内.

证明 记 $\bar{\rho}_f = \rho_f^* - \rho_f, \bar{\rho}_g = \rho_g^* - \rho_g$, 取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e_\Delta^2 + \frac{1}{2\gamma_f} \Phi_f^T \Phi_f + \frac{1}{2\gamma_g} \Phi_g^T \Phi_g + \frac{1}{2\eta_f} \bar{\rho}_f^2 + \frac{1}{2\eta_g} \bar{\rho}_g^2. \quad (16)$$

当 $\| \bar{e} \| \leq \delta(t)$ 时, $e_\Delta = 0, \dot{V} = 0$, 以下只考虑 $\| \bar{e} \| > \delta(t)$ 的情况. 当 $\| \bar{e} \| > \delta(t)$ 时, 由式(13) ~ (16) 可得

$$\dot{V} \leq -\frac{e_\Delta}{e_\Delta + \delta(t)} \bar{e}^T A \bar{e} + k_\delta \delta e_\Delta. \quad (17)$$

而 $\| \bar{e} \| = e_\Delta + \delta(t)$, 由上式可得

$$\dot{V} \leq -\min_{1 \leq i \leq n} \{a_i\} e_\Delta^2 - \delta e_\Delta (\min_{1 \leq i \leq n} \{a_i\} - k_\delta) \leq 0. \quad (18)$$

因此 $e_\Delta, \Phi_f, \Phi_g, \bar{\rho}_f, \bar{\rho}_g$ 均有界, 由注 1 可知 $\| \bar{e} \|$ 有界. 由 $|\hat{g}_i| > \epsilon$ 可知 $x_i (i = 1, 2, \dots, n), \alpha_i (i = 1, 2, \dots, n-1), u$ 均有界. 由式(11) 和(15) 可得 $\dot{\bar{e}}$ 和 $\dot{\delta}$ 有界, 从而 \dot{e}_Δ 有界. 又由式(18) 可知 $e_\Delta \in L_2$, 由文献 [1] 中 Barbalat 引理可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_\Delta = 0$. 由式(12) 可得 $\| \bar{e} \| \leq \delta(t)$, 则 $|e| \leq \delta(t)$. \square

4 仿真实验

考虑如下严格反馈非线性系统^[8]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 e^{-0.5x_1} + (1+x_1^2)x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2^2 + [3 + \cos(x_1 x_2)]u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

参考信号取 $y_m = 0.5(\sin(t) + \sin(0.5t))$. 记 $\partial \alpha_1 / \partial x_1 = x_3$, 变量 $x_i (i = 1, 2, 3)$ 的隶属函数见文献 [1] 中例 8.1. 取 $a_1 = 2, a_2 = 18, k_\delta = 1.2, \gamma_f = 10, \gamma_g = 0.5, \eta_f = \eta_g = 0.01, \epsilon = 0.05$. 初始条件 $x(0) = (\pi/4, 0)^T, \delta(0) = 0.01, \rho_f(0) = 0.01,$

$\rho_g(0) = 0.01. \theta_{f_1}(\theta), \theta_{f_2}(0), \theta_{g_1}(0)$ 和 $\theta_{g_2}(0)$ 的分量分别在 $[-0.5, 0.5], [0.5, 2.5], [-2, 2]$ 和 $[1.5, 4.5]$ 内随机选取.

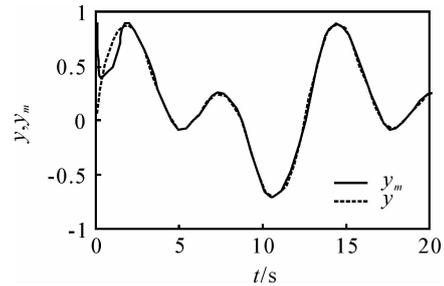


图 1 输出 y 和参考轨迹 y_m

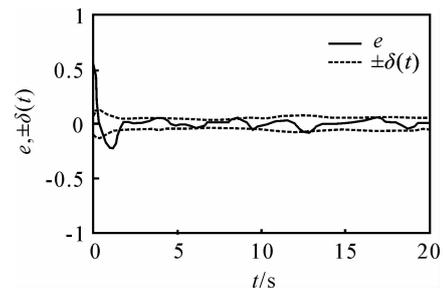


图 2 误差曲线 e 和死区宽度 $\pm \delta(t)$ 的曲线

图 1 为系统输出跟踪参考轨迹的情况, 图 2 分别为跟踪误差 e 和死区宽度 $\pm \delta(t)$ 的曲线. 从以上仿真结果可以看出, 本文方法使跟踪误差收敛到了原点的小邻域内.

5 结 论

对一类严格反馈非线性系统设计了间接自适应模糊控制方法. 本文方法仅假设了被控对象中 (虚拟) 控制器前的增益不为零, 而且在控制器和虚拟控制器中设计简单的 ϵ 项, 从而避免了奇异性问题, 并采用时变死区对设计过程中出现的误差进行了补偿.

参考文献 (References)

- [1] Wang L X. Adaptive fuzzy systems and control-design and stability analysis[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1994.
- [2] Jagannathan S, Lewis F L. Robust backstepping control of a class of nonlinear systems using fuzzy logic[J]. Information Sciences, 2000, 123(3): 223-240.
- [3] Yang Y S, Feng G, Ren J S. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy control for strict-feedback nonlinear systems[J]. IEEE Trans System, Man, and Cybernetics, Part A, 2004, 34(3): 406-420.
- [4] Yang Y S, Zhou C J. Adaptive fuzzy H_∞ stabilization for strict-feedback canonical nonlinear systems via backstepping and small-gain approach[J]. IEEE Trans Fuzzy Systems, 2005, 13(1): 104-114.