

文章编号: 1001-0920(2009)10-1450-05

## 基于有限理性的个体出行路径选择进化博弈

刘建美, 马寿峰

(天津大学 系统工程研究所, 天津 300072)

**摘要:** 首先, 从出行者的信息集和理性层次的差异两个方面给出两种改进的“最优反应动态”模型, 并将其应用于一个算例, 得到了与利用复制者动态方程所求得的进化稳定策略一致的结果; 然后, 为验证结论的普遍性, 将出行者和路径数量扩充, 构造了相应的算法, 并将此算法及其复制者动态方程应用于一个规模较大的路网; 最后, 将不同机制下的实验结果进行了比较, 并对其实际意义进行了分析.

**关键词:** 个体出行; 有限理性; 最优反应动态; 复制者动态; 进化博弈

**中图分类号:** U491

**文献标识码:** A

## Evolutionary game mode about individual travel route choice based on bounded rationality

LIU Jian-mei, MA Shou-feng

(Institute of Systems Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: LIU Jian-mei, E-mail: liujianmei1982@yahoo.com.cn)

**Abstract:** Firstly, the paper gives the original best-response dynamics travel model, and two improved models from two aspects of strategy adjustment and difference among the travelers' rationality levels under the assumption that all travelers are regarded as bounded rational. Then, a small example is given and solved by three different learning mechanisms with consistent learning results obtained by the continuous replicator dynamic equations. In order to confirm the universality of the conclusion, the number of travelers and routes are extended and a relevant algorithm is constructed. And the algorithm and continuous replicator dynamic equation are applied to one large example. Finally, the results under different mechanisms are compared, and the practical meaning is analyzed.

**Key words:** Individual travel; Bounded rationality; Best-response dynamics; Replicator dynamic; Evolutionary game

### 1 引言

交通出行问题是庞大、复杂的系统问题. 面对当前复杂的交通路网, 居民出行前会面临一个选择路径的问题. Iida 等<sup>[1]</sup>通过实验发现出行者关于路径选择的动态过程很难收敛于一个平衡状态, 进而说明了建立关于出行者路径选择新模型的必要性. Alena 等<sup>[2]</sup>利用实验数据说明了交通诱导可变信息板(VMS)对出行者路径选择、速度以及刹车等方面的影响. 个体出行问题, 显然是出行者间相互影响的一个决策过程, 因此, 运用博弈论的知识进行分析是必要和可行的. 董斌杰<sup>[3]</sup>建立了基于诱导信息路径选择的完全且完美信息静态博弈模型, 但其只讨论了两人博弈, 并且将所利用的路径费用函数看作是线性的, 相对较简单.

通常所说的静态博弈、动态博弈和重复博弈都是以博弈方具有完全理性为假设. 完全理性意味着参与人在面对策略选择时不会有认知上的局限, 一次就会找到均衡解. 但博弈方的一次性选择根本无法反映博弈方的学习过程, 也无法讨论均衡的动态稳定性问题. 有些博弈问题本身就具有多重纳什均衡解, 因此在一次性博弈中即使博弈方都是高度理性的, 博弈结果也有不确定性. 交通出行问题是一个复杂的社会活动, 虽然出行者有一定的智慧和智力, 但要一次就找到最佳策略是不太现实的, 因此有必要将出行者看作有限理性者. 而且由于每次出行对应的交通状况也不是固定不变的, 出行者要在一次次的出行中调整策略, 将出行过程看作是一个学习过程来讨论, 即有限理性博弈. 有限理性博弈主要包

收稿日期: 2008-11-23; 修回日期: 2009-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70671073); 国家 863 计划项目(2006AA11Z210).

作者简介: 刘建美(1982—), 女, 山东潍坊人, 博士生, 从事博弈与交通个体出行、控制与诱导的协调等研究; 马寿峰(1965—), 男, 河北沧州人, 教授, 博士生导师, 从事交通系统工程、信息系统与信息管理等研究.

括两种基本的学习机制：最优反应动态和复制者动态。当出行者具有较高层次的理性和较快的学习能力时，可利用最优反应动态机制来研究。Ed Hopkins<sup>[4]</sup>详细地介绍了连续时间的最优反应动态和积极自适应动态机制的混合策略的调整过程；Michael<sup>[5]</sup>利用二人非合作博弈讨论了关于交通网络的可靠性问题；Josef<sup>[6]</sup>证明了在连续时间内，既凸又凹零和博弈的学习轨迹在鞍点处的收敛性，建立了离散时间的学习序列并讨论了其敛散性。但以上文献要么将出行者看作完全理性者，要么给出的最优反应动态机制都是连续时间的学习过程，连续型学习模型虽然有助于学习结果及其稳定性和收敛性的讨论，但并不能很好地展现具体学习过程。本文针对这两方面分别利用 3 种不同离散形式的最优反应动态机制和连续型模型讨论了个体出行路径的调整过程。实验结果表明，利用第 2 种机制（所有出行者均为冒险型）学习的结果与连续型复制者动态方程所得到的进化稳定均衡策略结果一致，由此得到了一种确定接近实际的进化稳定策略的方法。本文最后将出行者和路径数量进行扩充，并对不同学习机制下所得到的实验结果的实际意义进行了分析。

## 2 最优反应动态机制及其改进

最优反应动态机制的分析框架是假设博弈方具有相当快的学习能力，虽然在复杂局面下准确判断分析和运用预见性的能力稍差，但他们能马上对上一阶段的博弈结果进行总结，并立即做出相应的策略调整。当然考虑到对手的策略也在调整，因此，这些博弈方的策略调整对上一期对手肯定是正确的，但对当前的对手策略不一定正确，事实上这正是这些博弈方有限理性、缺乏预见能力的体现。在实际的出行过程中可能会出现以下两种情况：

1) 当群体规模不大时，出行者能观察到所有出行者在本时期的选择策略，自然而然地就会考虑到他会按照所有出行者在本时期的选择情况决定下一时期的策略选择；

2) 由于人类理性层次和学习能力的差异，即便知道了前期的选择结果，也可能会有部分出行者无法及时快速找到最佳策略，因此，需要按照博弈方的类型对原始机制进行一定修改。

### 2.1 3 种学习机制

本文只考察同一个 O-D 对之间的若干出行者，假设同一时期选择同一路径的出行者的费用相同。 $m$  为出行者个数； $n$  为 O-D 对之间的可选路径数； $h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$  为路径流量向量； $u_j^k(n_1, n_2, \dots, n_m)$  为当出行者选择第  $k$  条路径对应的策略组合为  $(n_1, n_2, \dots, n_m)$  时，第  $j$  条路径的出行时间； $E_i^k$  为出

行者  $i$  选择第  $k$  条路径的期望费用。

#### 2.1.1 原始的“最优反应动态机制”

原始的“最优反应动态机制”的策略调整思想是：假设所有出行者围成一圈，他们之间进行随机配对——协调博弈，每个出行者都与其邻居进行重复博弈，即按照本时期邻居的策略确定自己在下一时期的选择，具体过程如下：

设  $x_i^j(t)$  为  $t$  时期出行者  $i$  的邻居中选择路径  $j$  的数量，若满足  $\sum_{j=1}^n x_i^j(t) = 2$ ，则出行者  $i$  在  $t+1$  时期会选择路径  $k_0$ ，若  $k_0 = \arg \min_{1 \leq k \leq n} E_i^k$ ，其中  $E_i^k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n u_j^k x_i^j(t)$ ，则按此机制依次调整，可得到最终学习结果。

#### 2.1.2 改进的“最优反应动态机制”

在实际的策略调整过程中，当所考察的群体规模较小时，出行者能观察到其他所有出行者在本时期所选择的路径。因此他就可能并非只根据邻居的选择确定下一时期的选择，而是按照所能观察到的所有出行者情况调整下一时期的策略，具体过程如下：与 2.1.1 节不同的是：假设  $y_i^j(t)$  为  $t$  时期所考察的群体中除出行者  $i$  外的其他所有出行者中选择路径  $j$  的数量，若满足  $\sum_{j=1}^n y_i^j(t) = m-1$ ，则出行者  $i$  在  $t+1$  时期会选择路径  $k_0$ ；若  $k_0 = \arg \min_{1 \leq k \leq n} E_i^k$ ，其中  $E_i^k = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^n u_j^k y_i^j(t)$ ，则按此机制依次调整，可得到最终学习结果。

#### 2.1.3 出行者学习能力有差异

在实际中，人类的学习能力及其理性层次是有差异的，因此有必要将出行者进行分类讨论。本文将出行者分为 3 个层次：冒险型(0 类)、中性型(1 类)和保守型(2 类)。不同类型的出行者有着不同的学习机制，针对前文给出的两种学习机制，规定学习规则如下：

0 类：根据 2.1.2 节中的机制确定下一时期的策略。1 类：根据 2.1.1 节中的机制确定下一时期的策略。2 类：若本时期的出行时间大于 2.1.1 节中的机制所得到的下一时期各条路径期望时间的均值，则在下一时期选择最小期望出行时间路径；否则仍保持自己的策略不变。若设出行者在  $t$  时期的出行路径为  $k_t$ ，则会在  $t+1$  时期选择路径  $k_0$ ，即

$$k_0 = \begin{cases} k_t, & u_{k_t}^k \leq \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n u_j^k x_i^j(t); \\ \arg \min_{1 \leq k \leq n} E_i^k, & \text{否则.} \end{cases} \quad (1)$$

2.2 具体算例

首先,给出一个小规模算例说明上述3种机制具体的策略调整过程.假设所考察的O-D对之间有3条路径(A,B,C),只考察5个出行者的博弈学习过程.由于人类理性的局限性,一次就要学习到系统的稳定均衡解是不太现实的,因此最优反应动态机制的调整应该从任一初始策略开始,考虑多次重复博弈.假设初始策略为(B,A,C,C,B),2人出行博弈的费用支付矩阵为

$$U = [(u_{ij}^1, u_{ij}^2)] = \begin{bmatrix} (25,25) & (19,23) & (18,21) \\ (23,19) & (20,20) & (19,26) \\ (21,18) & (26,19) & (30,30) \end{bmatrix},$$

其中  $u_{ij}^1$  和  $u_{ij}^2$  分别为当出行者1选择路径*i*,出行者2选择路径*j*时,1和2各自的出行时间.

1) 设(*x*,*y*)为本时期博弈方*i*的邻居选择路径(不分左右),可枚举(*x*,*y*)所有情况下博弈方*i*选择每条路径的期望出行时间:

当(*x*,*y*) = (A,A)时,  $x_i^1(t) = 2, x_i^2(t) = x_i^3(t) = 0$ ,则有

$$E_i^1(A,A) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 u_{1j}^1 x_j^i(t) = \frac{1}{2}(25 \times 2 + 19 \times 0 + 18 \times 0) = 25,$$

类似地有  $E_i^2(A,A) = 23, E_i^3(A,A) = 21$ .

当(*x*,*y*)为其他策略时,出行者的期望得益同样也可得到,具体的数值如表1所示.

表1 期望出行时间表

	(A,A)	(A,B)	(A,C)	(B,B)	(B,C)	(C,C)
$E_i^1$	25	22	21.5	19	18.5	18
$E_i^2$	23	21.5	21	20	19.5	19
$E_i^3$	21	23.5	25.5	26	28	30

设初始策略为(B,A,C,C,B),可得所有出行者的邻居路径选择情况为:(B,A),(B,C),(A,C),(C,B),(C,B),根据2.1.1节中最优反应动态机制的策略调整思想和表1,可得具体的调整过程如下:

$$(B,A,C,C,B) \rightarrow (B,A,B,A,A) \rightarrow (C,A,C,B,B) \rightarrow (B,A,B,A,A).$$

2) 类似地,按照2.1.2节给出的机制研究出行者的学习过程,得到具体的策略调整过程如下:

$$(B,A,C,C,B) \rightarrow (A,A,A,A,A) \rightarrow (C,C,C,C,C) \rightarrow (A,A,A,A,A).$$

3) 假设5个出行者的类型为(0,1,1,2,0),按照2.1.3节给出的机制,得到具体的策略调整过程如下:

$$(B,A,C,C,B) \rightarrow (A,A,B,A,A) \rightarrow$$

$$(C,B,C,A,C) \rightarrow (A,A,B,A,A).$$

设*x*,*y*,*z*为群体中使用路径A,B,C的人数比例,出行者选择各条路径的平均期望出行时间为

$$\begin{aligned} u_A &= 25x + 19y + 18z, \\ u_B &= 23x + 20y + 19z, \\ u_C &= 21x + 26y + 30z. \end{aligned} \quad (2)$$

群体平均出行时间为  $\bar{u} = xu_A + yu_B + zu_C$ ,对应的复制者动态方程如下:

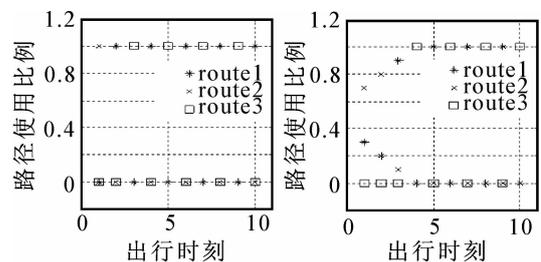
$$\begin{aligned} dx/dt &= x(u_A - \bar{u}), \quad dy/dt = y(u_B - \bar{u}), \\ dz/dt &= z(u_C - \bar{u}), \end{aligned} \quad (3)$$

其平衡点为(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(3/4,0,1/4),(1/3,2/3,0).令向量函数  $f = [x(u_A - \bar{u}), y(u_B - \bar{u}), z(u_C - \bar{u})]$ ,有

$$Df_{(1,0,0)} = \begin{bmatrix} -25 & -23 & -21 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix},$$

对应的特征值为-2,-4,-25,均为负实数,因此点(1,0,0)为汇,即为稳定的平衡点,同理可知(0,0,1)也为汇,其余3个点均为鞍点,由此可得两个进化稳定策略,即所有出行者均选择路径1或者均选择路径3.

观察上面的学习过程不难发现,当费用支付矩阵为常数矩阵并且所有出行者的类型均为冒险型时,学习结果与复制者动态方程所求得的结果一致.为验证结果的普遍性,将出行者的数量进行扩充,得到仿真结果如图1所示.



(a) 初始策略1下的学习 (b) 初始策略2下的学习

图1 出行者(冒险型)学习图像

图中3种符号分别代表当前时期选择各条路径的出行者比例.观察图像不难发现,最终的学习结果稳定于两个交替的状态,即所有的出行者均选择路径1和路径3,这与连续复制者动态方程所得到结果恰好一致.由此,可考虑将改进的“最优反应动态机制”学习模型看作是连续型复制者动态方程学习机制的离散形式.

3 算法实现及其算例分析

3.1 算法实现

当群体规模较大时,需考虑各条路径上的实时交通流量,即每条路径的流量及其费用是实时变化

的. 2.1.1 节和 2.1.2 节中所给的学习机制分别对应所有出行者均为 1 类和 0 类时的情况, 因此本节仅给出 2.1.3 节中所给机制的具体算法如下:

Step1: 初始化. 给定出行者的初始选择策略  $x(0) = (n_1, n_2, \dots, n_m)^T$  和类型向量  $t = (t_1, t_2, \dots, t_m)^T$ , 路径的费用函数  $u_j^k(h)$ , 当前流量  $h_0 = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T$ , 置  $l = 0, j = 1, x := x_0, x_1 := x_0$ .

Step2: 计算.  $h_0(n_j) := h_0(n_j) + 1$ , 令  $j := j + 1$ .

Step3: 若  $j < m$ , 转 Step2; 否则可以得到在出行者做出选择后的路径流量向量  $h_0$ , 并计算对应于  $h_0$  的路径出行时间  $u_j^k(h_0)$ , 转下一步.

Step4: 若  $t_i = 0$ , 则计算对应于 2.1.1 节中的  $y_i^j(t)$  及  $E_i^k(y_i)$ ; 若  $t_i = 2$ , 则计算平均期望出行时间  $\bar{E}_i^k = \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n u_j^k x_i^j(t)$ ; 否则, 若  $t_i = 1$ , 则计算对应于 2.1.2 节中的  $x_i^j(t)$  及  $E_i^k(x_i)$ , 其中  $E_i^k$  为出行者在  $t + 1$  时期选择第  $j$  条路径的期望出行时间, 满足

$$E_i^k(y_i) = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^n u_j^k y_i^j, E_i^k(x_i) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n u_j^k x_i^j.$$

Step5: 策略调整. 当  $t_i = 2$  时, 若  $u_{n_i}^i > \bar{E}_i^k$ , 则令  $x_1(i) = \arg \min_{1 \leq j \leq n} E_i^j$ ; 否则保持  $x_1(i)$  不变; 当  $t_i = 0$  或 1 时, 令  $x_1(i) = k_i = \arg \min_{1 \leq j \leq n} E_i^j, x := [x \ x_1]$ , 其中  $i = 1, 2, \dots, m$ , 置  $l := l + 1$ .

Step6: 若存在  $l_0$ , 满足  $x(:, l + 1) == x(:, l_0)$  (其中  $x(:, l_0)$  代表矩阵的第  $l_0$  列), 则停止,  $x$  即为对应的出行者的策略调整过程, 每列代表每个时期的所有出行者的路径选择; 否则, 令  $h_0 = (h_1, h_2, \dots, h_n)^T$  (新一时期的初始路径流量), 转 Step2.

### 3.2 算例分析

考虑网络如图 2 所示.

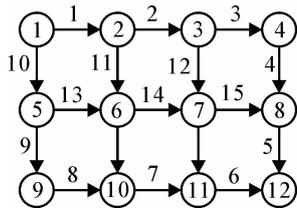


图 2 实验路网图

图中: O-D 对在 1 ~ 12 之间有 10 条路径. 17 个路段, 路段的出行时间采用美国公共道路署提出的费用 - 流量(BRP) 函数, 即

$$t_a = t_{a0} [1 + \alpha(x_a/S_a)^\beta].$$

其中:  $t_{a0}$  为路段  $a$  的自由流时间, 记  $t = (t_a), x = (x_a)$  分别为路段的出行时间和流量所组成的向量. 每个路段的自由流行驶时间均设为 8 min, 路段 1 ~

路段 10 的最大通行能力均为 80 veh/min, 路段 11 ~ 路段 17 的最大通行能力均为 120 veh/min.

下面分两种情况观察学习过程及其结果:

1) 当考察的出行者数量(设为 10) 较小时, 假设当前路径流量为

$$h_0 = [37 \ 25 \ 20 \ 22 \ 23 \ 35 \ 35 \ 28 \ 26 \ 25],$$

可得两人出行博弈矩阵  $A = (a_{ij})_{i,j=1,2,\dots,10}$ . 由于此时出行者数量较小, 可近似认为对路径流量不会造成太大的影响, 故将  $A$  看作常数矩阵. 当所有出行者均为冒险型时, 可得最终的学习结果稳定于两个交替的状态: 所有出行者均选择路径 7 或路径 10, 此时因为出行者数量较少, 对交通流量不会造成很大的影响, 因此, 在每个时期出行者都会集中于当前出行时间较短的路径; 当出行者类型为  $[0, 0, 1, 0, 2, 2, 0, 1, 0, 2]$  时, 得到两种不同的初始策略状态下的学习过程, 可以发现最终的学习结果依赖于初始策略的选择, 但在最终的学习结果中, 同一时期冒险型出行者均会选择同一条路径, 这是由于他们都是根据上一时期整个群体的策略选择最佳策略, 也就是说他们有相同的信息集, 可以理解为全局信息. 但对于中性型和保守型出行者, 他们只是根据自己的两个邻居和当前的出行时间调整策略, 也就是说他们拥有的是不同的局部信息, 因此在最终的学习结果中可能会选择不同的路径. 最终学习的循环结果可理解为每个时期的交通状况是不同的, 因此出行者会针对不同的交通状况选择较适合自己的路径.

类似的, 若设  $x_i$  为群体中选择路径  $i$  的比例, 则选择路径  $i$  的平均期望得益和群体平均得益为

$$u_i = \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_j, \bar{u} = \sum_{k=1}^{10} u_k = \sum_{k=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{kj} x_k x_j, \quad (4)$$

则可得复制者动态方程如下:

$$\begin{aligned} dx_i/dt &= x_i(u_i - \bar{u}) = \\ & x_i \left( \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_j - \sum_{k=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{kj} x_k x_j \right). \end{aligned} \quad (5)$$

令

$$dx_i/dt = 0, \quad (6)$$

可得式(6) 的 25 个有意义的平衡点. 令向量函数  $f = [f_i]_{i=1}^{10} = [x_i(u_i - \bar{u})]_{i=1}^{10}$ , 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial x_i} &= \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_j - \sum_{k=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{kj} x_k x_j + a_{ii} x_i - \\ & \sum_{j=1}^{10} (a_{ij} + a_{ji}) x_i x_j, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_k} = a_{ik} x_i - \sum_{j=1}^{10} (a_{kj} + a_{jk}) x_i x_j, \quad k \neq i.$$

经过计算, 共有 13 个平衡点处对应的线性化矩阵  $Df$  的特征值均为负实数, 即为稳定的平衡点, 由

此可得 13 个进化稳定均衡策略如下:

$$\begin{aligned}
 x^i &= e_i \text{ (第 } i \text{ 个分量为 1, 其余为 0),} \\
 i &= 1, 2, \dots, 10; \\
 x^{11} &= [4/5, 1/5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; \\
 x^{12} &= [10/11, 1/11, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; \\
 x^{13} &= [0, 1/8, 0, 0, 0, 0, 0, 7/8, 0, 0].
 \end{aligned}$$

为了进一步对这 13 个进化稳定策略进行分析, 本文画出了式(6) 在 4 种不同的初始策略状态下的曲线, 如图 3 所示.

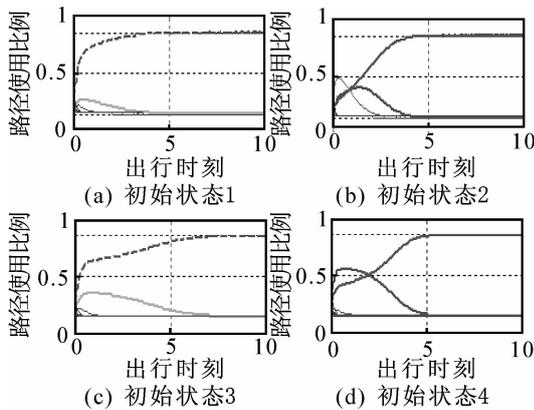


图 3 不同初始状态下微分方程组的曲线解

图中:3(a) 和 3(c) 中趋向于 1 的曲线代表路径 7 的选择比例, 而 3(b) 和 3(d) 中趋向于 1 的曲线则代表路径 10 的选择比例, 再用改进的离散型最优反应动态学习模型所得到的结果判断在此时的交通状况下更为接近实际的进化稳定策略.

2) 实际出行中每条路径的交通流量是随时变化的, 也就是说出行者每次出行都会面临不同的交通状况, 而且当所考察的出行者数量较大 (设为 1000) 时, 很显然要将本次出行者的选择算入路径流量中. 此时由于群体规模较大, 出行者要想观察到其他所有人的选择是不太现实的. 因此假设出行者的类型为 1 类或 2 类, 另外每次出行的路径流量随机给出, 可得最终的学习结果如图 4 所示.

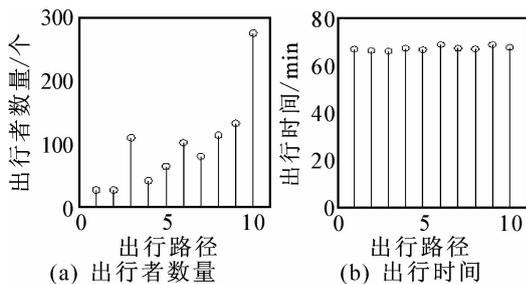


图 4 路径 - 出行者的数量、出行时间

图中:4(a) 和 4(b) 分别代表每条路径上的出行者数量和出行时间. 观察图像不难发现最终的学习结果中出行者并没有平均分配到各条路径上, 但每条路径的出行时间近似相等. 这是由每条路径的自

由流行驶时间不同, 而且出行者出行前各条路径的流量的不同所决定的, 学习后的结果使最终选择每条路径的出行时间近似相等, 无论从出行者个体还是交通系统整体都达到了一种较理想的状态.

### 4 结 论

本文利用改进的“最优反应动态”机制和连续型复制者动态方程, 讨论了各种情况下的个体出行学习过程, 主要得到了以下两个结论:

1) 当群体规模较小时, 利用改进的最优反应机制学习的结果与连续型复制者动态方程所得到的结果一致, 由此, 为确定切合实际的进化稳定均衡策略提供了一定的依据;

2) 当出行者数量较大时, 将路径流量看作实时变化的, 离散型最优反应动态机制的学习使最终每条路径的出行时间近似相等, 得到了较好的效果.

由于出行问题策略的特殊性, 本文只考虑了出行者的纯策略选择, 在以后的工作中, 将从以下几个方面继续研究改进:

- 1) 引进混合策略来讨论学习过程的稳定性;
- 2) 由于交通中经常有意外事故发生, 由此, 有必要将随机扰动项加入路径费用后再研究其学习过程;
- 3) 选择同一条路径的出行者在类型不同时, 需确定不同的出行时间.

### 参考文献 (References)

[1] Iida Y, Akiyama T, Uchida T. Experimental analysis of dynamic route choice behavior[J]. Trans Research, Part B, 1992, 26(1): 17-32.

[2] Alena Erke, Fridulv Sagberg. Effects of route guidance variable message signs (VMS) on driver behavior[J]. Trans Research, Part F, 2007, 10(6): 447-457.

[3] 董斌杰, 李克平, 廖明军, 等. 诱导信息下基于博弈论的路径选择模型[J]. 北华大学学报, 2007, 8(1), 88-91.

(Dong B J, Li K P. The route choice model under the traffic information guide environment based on game theory[J]. J of Beihua University, 2007, 8(1): 88-91.)

[4] Ed Hopkins. A note on best response dynamics[J]. Game and Economic Behavior, 1999, 29 (1/2): 138-150.

[5] Michael G H Bell. A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks[J]. Trans Research, Part B, 2000, 34(6): 533-545.

[6] Josef Hofbauer. Best response dynamics for continuous zero-sum games [J]. Dynamical Systems, Series B, 2006, 6(1): 215-244.