文章编号：1001-0920(2009)10-1585-04

具有 H_∞ 跟踪性能的机器人自适应 PID 控制

王会方，朱世强，刘松国
（浙江大学 流体传动及控制国家重点实验室，杭州 310027）

摘　要：针对非线性不确定机器人系统的轨迹跟踪控制问题，提出一种鲁棒自适应 PID 控制算法. 该控制器由主控制器和监督控制器组成. 主控制器以常规 PID 控制为基础，基于滑模控制思想设计 PID 参数的自适应律，根据误差实时修正 PID 参数. 基于 Lyapunov 函数设计的监督控制器补偿自适应 PID 控制器与理想控制器之间的差异，使系统具有设定的 H_∞ 的跟踪性能. 最后，两关节机器人的仿真实验结果表明了算法的有效性.

关键词：机器人；轨迹跟踪；自适应 PID 控制；H_∞ 跟踪性能
中图分类号：TP242.6　　**文献标识码**：A

Adaptive PID control of robot manipulators with H_∞ tracking performance

WANG Hui-fang, *ZHU Shi-qiang*, *LIU Song-guo*
(State Key Lab of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China. Correspondent: WANG Hui-fang, E-mail: wangcliff777@yahoo.com.cn)

Abstract: A robust adaptive PID control algorithm is proposed for trajectory tracking of robot manipulators with nonlinear uncertainties. The controller is composed of a main controller and a supervisory controller. The main controller is designed based on the traditional PID controller. The parameters of the PID controller are updated online according to the system running errors with the adaptation law based on the sliding mode control. The supervisory controller is proposed to compensate the error between the adaptive PID controller and the ideal controller in the sense of the Lyapunov function with the specified H_∞ tracking performance. Finally, the simulation results based on a two-joint robot manipulator show the effectiveness of the presented controller.

Key words: Robot manipulators; Trajectory tracking; Adaptive PID control; H_∞ tracking performance

1 引　　言

机器人是一个复杂多输入多输出的非线性系统，具有时变、强耦合和高度非线性的动力学特性. 由于测量和建模的不确定性、负载变化及摩擦力等干扰的影响，其控制是十分复杂的. 为了满足高精度运动控制的要求，提出了计算力矩、自适应控制、变结构控制、学习控制、鲁棒控制、模糊控制、神经网络控制等先进和智能的控制算法. 但由于其假设条件较多、计算复杂、针对性强，限制了其实际的应用.

迄今为止，实际工业应用中的大多数商品化的机器人的控制策略是基于独立关节 PID 伺服算法，该控制算法结构简单，易于设计，在一定程度上满足控制系统的要求[1]. 该算法的控制增益是预先确定的常数，在速度及有效负载变化的情况下，难以满足要求. 为了满足系统的控制性能要求，增益一般都较大. 然而，实际的执行器所能提供的控制力矩是有限的，这就是目前大多数工业机器人速度和精度不高的原因[2]. 文献[3]设计的自适应 PID 控制器，通过前馈输入的学习改变控制参数，但要经过较多次迭代. 滑模控制驱动系统状态渐进到达并保持在滑模面上，使系统状态收敛，对于不确定性和干扰具有良好的鲁棒性，从而较多地与 PID 控制结合[4,5].

本文结合滑模控制的思想设计自适应 PID 控制器，使系统状态轨迹处于滑模面上，并设计了监督控制器来补偿自适应 PID 控制器与理想控制器之间的差异，使控制系统具有 H_∞ 的跟踪性能. 该控制器结构简单，易于实现，计算复杂度低，鲁棒性好.

收稿日期：2008-12-07；**修回日期**：2009-03-01.
基金项目：浙江省科技支撑和引导计划面上项目(2008C21106).
作者简介：王会方(1982—)，男，江苏睢宁人，博士生，从事工业机器人控制的研究；朱世强(1966—)，男，浙江义乌人，教授，博士生导师，从事智能机器人及机电控制系统的研究.

2 系统模型及问题描述

对于一般的 n 关节机器人系统,其动力学方程为

$$M(q)\ddot{q}+C(q,\dot{q})\dot{q}+G(q)+ F_d\dot{q}+F_s(q)=\tau+\tau_d. \qquad (1)$$

其中:$q,\dot{q},\ddot{q}\in R^n$ 分别为机器人的位置矢量、速度矢量和加速度矢量;$M(q)\in R^{n\times n}$ 为惯性矩阵;$C(q,\dot{q})\in R^{n\times n}$ 为离心和哥氏项矩阵;$G(q)\in R^n$ 是重力项矢量;$F_d\dot{q}\in R^n$ 为粘性摩擦;$F_s(q)\in R^n$ 是由于结构不确定性引起的摩擦力矩向量;$\tau_d\in R^n$ 是随机干扰信号;$\tau\in R^n$ 为关节控制力矩输入向量.

机器人系统(1) 通常具有如下性质[6]:

性质 1 $M(q)$ 为对称、正定、有界矩阵,即 $M(q)=M^{\mathrm{T}}(q)$,$m_1\leqslant\|M(q)\|\leqslant m_2$,且 $M(q)^{-1}$ 存在.

性质 2 $\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})$ 为斜对称阵,即对于 $\forall x\in R^n$,有 $x^{\mathrm{T}}[\dot{M}(q)-2C(q,\dot{q})]x=0$.

性质 3 $\|F_d\dot{q}+F_s(q)\|\leqslant k_d+k_s\|\dot{q}\|$,$\|G(q)\|\leqslant k_g$,$\|C(q,\dot{q})\|\leqslant k_c\|\dot{q}\|$. 其中:$k_c$,$k_g$,$k_d$,$k_s$ 为正常数.

一般而言,在实际机器人系统中,系统参数的摄动是不可避免的. 系统(1) 中的参数矩阵可表示为

$$\begin{cases}M(q)=M_0(q)+\Delta M(q),\\ C(q,\dot{q})=C_0(q,\dot{q})+\Delta C(q,\dot{q}),\\ G(q)=G_0(q)+\Delta G(q).\end{cases} \qquad (2)$$

其中:$M_0(q)$,$C_0(q,\dot{q})$,$G_0(q)$ 为名义模型参数矩阵;$\Delta M(q)$,$\Delta C(q,\dot{q})$,$\Delta G(q)$ 为模型误差,表示了参数的不确定性. 则机器人系统模型可表示为

$$M_0(q)\ddot{q}+C_0(q,\dot{q})\dot{q}+G_0(q)+F(q,\dot{q},\ddot{q})=\tau, \qquad (3)$$

其中 $F(q,\dot{q},\ddot{q})=\Delta M(q)\ddot{q}+\Delta C(q,\dot{q})\dot{q}+\Delta G(q)+F_d\dot{q}+F_s(q)-\tau_d$,表示系统的不确定性.

给定期望轨迹 $q_d\in R^n$ 为一致有界轨迹,根据连续轨迹规划的要求 $q_d\in C^3$,其相应的速度和加速度为 $\dot{q}_d$,$\ddot{q}_d$,定义跟踪误差为

$$\tilde{q}=q_d-q\in R^n. \qquad (4)$$

基于反馈线性化的方法,设计理想控制率为[7]

$$\tau^*=C_0(q,\dot{q})\dot{q}+G_0(q)+F(q,\dot{q},\ddot{q})+ M_0(q)(\ddot{q}_d+\lambda_1\dot{\tilde{q}}+\lambda_2\tilde{q}). \qquad (5)$$

其中:$\lambda_i=\mathrm{diag}\{\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{in})\in R^{n\times n}(i=1,2)$;$\lambda_{2j}$,$\lambda_{1j}$,$1(j=1,2,\cdots,n)$ 为 1 个 Hurwitz 多项式系数. 将式(5) 代入(3) 可得

$$\ddot{\tilde{q}}+\lambda_1\dot{\tilde{q}}+\lambda_2\tilde{q}=0, \qquad (6)$$

则当 $t\to\infty$ 时,$\tilde{q}\to 0$,即 $q_d\to q$.

然而,对于系统模型(3),由于系统的不确定性因素 $F(q,\dot{q},\ddot{q})$ 无法量测,其上界也是很难估计的,导致理想情况下,所设计的控制器(5) 将失去效果.

本文提出自适应 PID 控制器 τ_{pid} 为系统主控制器,监督控制器 τ_∞ 保证了控制系统的稳定性,同时使系统具有 H_∞ 跟踪性能,其控制器结构如图 1 所示,控制器设计如下:

$$\tau=\tau_{\mathrm{pid}}+\tau_\infty. \qquad (7)$$

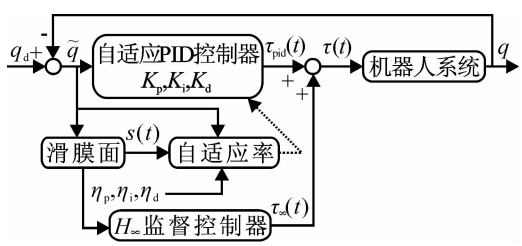


图 1 机器人控制原理图

3 自适应 PID 控制器设计

针对机器人系统,连续型 PID 控制设计如下:

$$\tau_{\mathrm{pid}}=K_{\mathrm{p}}\tilde{q}(t)+K_{\mathrm{i}}\int_0^t\tilde{q}(\tau)\mathrm{d}\tau+K_{\mathrm{d}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{q}(t), \qquad (8)$$

其中 K_{p},K_{i},K_{d} 分别为比例、微分、积分增益.

为了得到合适的自适应率更新 PID 参数,结合滑模控制思想,定义滑模面为

$$s(t)=\kappa_2\int_0^t\tilde{q}(\tau)\mathrm{d}\tau+\kappa_1\tilde{q}(t)+\dot{\tilde{q}}(t). \qquad (9)$$

其中:$\kappa_i=\mathrm{diag}(k_{i1},k_{i2},\cdots,k_{in})\in R^{n\times n}$;$k_{2j}$,$k_{1j}$,$1(j=1,2,\cdots,n)$ 为 1 个 Hurwitz 多项式的系数.

机器人轨迹跟踪问题 $q_d\to q$,等价于使机器人系统运行状态达到并停留在滑模面 $s(t)$ 上,即 $s(t)=0$[7]. 从滑模控制的思路看,可达性条件保证了滑模态的发生,根据 Lyapunov 稳定性理论可得如下可达性条件:

$$s^{\mathrm{T}}(t)M\dot{s}(t)<0. \qquad (10)$$

结合机器人性质 1,式(10) 保证了当 $t\to\infty$ 时,$s(t)\to 0$. PID 参数的调节应使 $s^{\mathrm{T}}(t)M\dot{s}(t)$ 尽量小,以加快 $s(t)$ 的收敛速度,减少系统误差.

采用常见的梯度下降法设计 PID 的自适应算法. 定义目标函数为 $s^{\mathrm{T}}(t)M\dot{s}(t)$. 由式(9) 和(3) 可得

$$\dot{s}(t)=\kappa_2\tilde{q}+\kappa_1\dot{\tilde{q}}+\ddot{q}_d-M^{-1}(\tau-C_0(q,\dot{q})\dot{q}- G_0(q)-F(q,\dot{q},\ddot{q})). \qquad (11)$$

由式(7) 和(11) 可得目标函数为

$$s^{\mathrm{T}}(t)M\dot{s}(t)= -s^{\mathrm{T}}(t)(\tau_{\mathrm{pid}}+\tau_\infty)+s^{\mathrm{T}}(t)M(\kappa_2\tilde{q}+\kappa_1\dot{\tilde{q}}+\ddot{q}_d)+ s^{\mathrm{T}}(t)(C_0(q,\dot{q})\dot{q}+G_0(q)+F(q,\dot{q},\ddot{q}))). \qquad (12)$$

根据梯度下降法,由式(12) 和(8) 可得 PID 控制器控制参数的自适应律为

$$\dot{K}_{\mathrm{p}k}=-\eta_{\mathrm{p}}\frac{\partial s^{\mathrm{T}}M\dot{s}}{\partial K_{\mathrm{p}k}}=-\eta_{\mathrm{p}}\frac{\partial s^{\mathrm{T}}M\dot{s}}{\partial\tau_{\mathrm{pid}k}}\frac{\partial\tau_{\mathrm{pid}k}}{\partial K_{\mathrm{p}k}}=$$

$$\eta_{\mathrm{p}} s_k(t)\tilde{q}_k(t), \tag{13}$$

$$\dot{K}_{\mathrm{i}k} = -\eta_{\mathrm{i}}\frac{\partial s^{\mathrm{T}} M\dot{s}}{\partial K_{\mathrm{i}k}} = -\eta_{\mathrm{i}}\frac{\partial s^{\mathrm{T}} M\dot{s}}{\partial \tau_{\mathrm{pid}k}}\frac{\partial \tau_{\mathrm{pid}k}}{\partial K_{\mathrm{i}k}} = \eta_{\mathrm{i}} s_k(t)\int_0^t \tilde{q}_k(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{14}$$

$$\dot{K}_{\mathrm{d}k} = -\eta_{\mathrm{d}}\frac{\partial s^{\mathrm{T}} M\dot{s}}{\partial K_{\mathrm{d}k}} = -\eta_{d}\frac{\partial s^{\mathrm{T}} M\dot{s}}{\partial \tau_{\mathrm{pid}k}}\frac{\partial \tau_{\mathrm{pid}k}}{\partial K_{\mathrm{d}k}} = \eta_{\mathrm{d}} s_k(t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{q}_k(t). \tag{15}$$

其中：$\eta_{\mathrm{p}},\eta_{\mathrm{i}},\eta_{\mathrm{d}}>0$ 分别为 $K_{\mathrm{p}},K_{\mathrm{i}},K_{\mathrm{d}}$ 的学习律；$k=1,2,\cdots,n$.

注 1　当设计自适应 PID 控制器时，不考虑系统的稳定性，使得设计具有较大的灵活性，系统的稳定性由下面设计的监督控制器保证. 系统在稳定的情况下具有较好的跟踪性能.

4　监督控制及稳定性分析

自适应 PID 控制器与理想控制器(5) 之间存在一定的近似误差，即

$$\Delta\tau(t) = \tau^*(t) - \tau_{\mathrm{pid}}(t). \tag{16}$$

其中：$\Delta\tau(t) = [\Delta\tau_1(t),\Delta\tau_2(t),\cdots,\Delta\tau_n(t)]^{\mathrm{T}} \in R^n$，且假设 $\forall\, T\in[0,\infty)$，$\Delta\tau_i(t)\in L_2[0,T]$.

设计 H_∞ 监督控制器为

$$\tau_\infty(t) = (2R^2)^{-1}(R^2+I)s(t), \tag{17}$$

其中 $R=\mathrm{diag}(r_1,r_2,\cdots,r_n)\in R^{n\times n}$.

定理 1　对于机器人系统(3)，根据控制器的设计(7)，主控制器 $\tau_{\mathrm{pid}}(t)$ 的设计(8)，其参数的自适应率(13) ～ (15)，以及 H_∞ 监督控制器 τ_∞ 的设计(17)，可得期望的 H_∞ 跟踪性能为

$$\sum_{i=1}^{n}\int_0^T s_i^2(t)\mathrm{d}t \leqslant \sum_{i=1}^{m} s_i^2(0)/\lambda_{\max}(M_0^{-1}) + \sum_{i=1}^{n} r_i^2\int_0^T \Delta\tau_i^2(t)\mathrm{d}t. \tag{18}$$

其中：$\lambda_{\max}(M_0^{-1})$ 为机器人系统名义惯性矩阵 $M_0(q)$ 的逆的最大特征值，由机器人性质 1 可知，$\lambda_{\max}(M_0^{-1})$ 存在.

证明　定义 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2}s^{\mathrm{T}}(t)s(t), \tag{19}$$

$$\dot{s}(t) = \kappa_2\tilde{q}(t) + \kappa_1\dot{\tilde{q}}(t) + \ddot{\tilde{q}}(t) = M_0^{-1}(\tau^*(t) - \tau_{\mathrm{pid}}(t) - \tau_\infty(t)). \tag{20}$$

则有

$$\begin{aligned}
&\dot{V}(t) = \\
&s^{\mathrm{T}}(t)\dot{s}(t) = s^{\mathrm{T}}(t)M_0^{-1}(\Delta\tau(t) - \tau_\infty(t)) = \\
&s^{\mathrm{T}}(t)M_0^{-1}[\Delta\tau(t) - (2R^2)^{-1}(R^2+I)s(t)] \leqslant \\
&\lambda_{\max}(M_0^{-1})[s^{\mathrm{T}}(t)\Delta\tau(t) - \\
&s^{\mathrm{T}}(t)(2R^2)^{-1}(R^2+I)s(t)] = \\
&\lambda_{\max}(M_0^{-1})\sum_{i=1}^{n}\Big[s_i(t)\Delta\tau_i(t) - s_i^2(t)\frac{2r_i^2}{r_i^2+1}\Big] = \\
&\lambda_{\max}(M_0^{-1})\sum_{i=1}^{n}\Big[\frac{r_i^2\Delta\tau_i^2(t)}{2} - \frac{s_i^2(t)}{2} - \\
&\frac{1}{2}\Big(\frac{s_i(t)}{r_i} - r_i\Delta\tau_i(t)\Big)^2\Big] \leqslant \\
&\lambda_{\max}(M_0^{-1})\sum_{i=1}^{n}\Big[\frac{r_i^2\Delta\tau_i^2(t)}{2} - \frac{s_i^2(t)}{2}\Big].
\end{aligned} \tag{21}$$

将式(21) 沿区间$[0,T]$ 积分可得

$$V(T) - V(0) \leqslant \lambda_{\max}(M_0^{-1})\sum_{i=1}^{n}\Big[\frac{r_i^2}{2}\int_0^T\Delta\tau_i^2(t)\mathrm{d}t - \frac{1}{2}\int_0^T s_i^2(t)\mathrm{d}t\Big]. \tag{22}$$

由式(19) 可知

$$V(0) = \frac{1}{2}s^{\mathrm{T}}(0)s(0), V(T)\geqslant 0,$$

则有

$$\sum_{i=1}^{n}\int_0^T s_i^2(t)\mathrm{d}t \leqslant \sum_{i=1}^{n} s_i^2(0)/\lambda_{\max}(M_0^{-1}) + \sum_{i=1}^{n} r_i^2\int_0^T\Delta\tau_i^2(t)\mathrm{d}t. \tag{23}$$

由此定理得证. □

注 2　如果系统的初始条件 $s(0)=0$，则 H_∞ 跟踪性能(18) 可以表示为

$$\sup_{\Delta\tau_i(t)\in L_2[0,T]} \| s_i(t)\| / \|\Delta\tau_i\| \leqslant r_i. \tag{24}$$

其中

$$\| s_i(t)\|^2 = \int_0^T s_i^2(t)\mathrm{d}t \cdot \|\Delta\tau_i\|^2 = \int_0^T \Delta\tau_i^2(t)\mathrm{d}t;$$

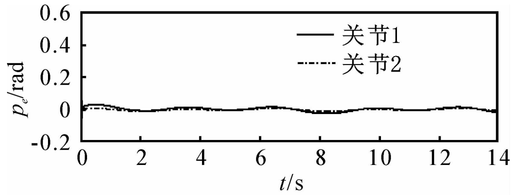
r_i 为控制系统的性能指标，反映了系统的跟踪性能，r_i 越小，系统具有越好的跟踪性能.

5　仿真及结果分析

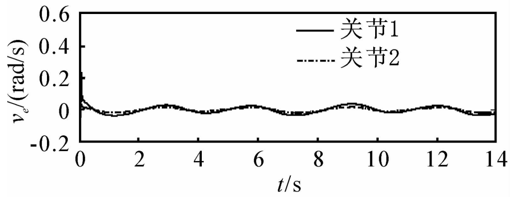
为了验证本文算法的有效性，取 2 关节机器臂[8] 进行仿真实验，机器人模型(3) 具体可表示如下：

$$\begin{bmatrix} M_{11}(q_2) & M_{12}(q_2) \\ M_{21}(q_2) & M_{22}(q_2)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -C_{12}(q_2)\dot{q}_2 & -C_{12}(q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2) \\ C_{12}(q_2)\dot{q}_1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{q}_1 \\ \dot{q}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(q_1,q_2)g \\ G_2(q_1,q_2)g\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1(\dot{q}_1) \\ F_2(\dot{q}_2)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\tau_1 \\ \tau_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\tau_{d1} \\ \tau_{d2}\end{bmatrix}. \tag{25}$$

设期望轨迹为：$q_{1d}=q_{2d}=\sin(t)$；系统初始状态为：$q=[0\quad 0]$，$\dot{q}=[0\quad 0]$；滑模面参数为：$\lambda_1=2$，$\lambda_2=1$；PID 参数初值为：$K_{\mathrm{p}}=[1\quad 0.5]$，$K_{\mathrm{i}}=[1\quad 2]$，$K_{\mathrm{d}}=[1\quad 1]$；自适应律为：$\eta_{\mathrm{p}}=20$，$\eta_{\mathrm{i}}=10$，$n_{\mathrm{d}}=20$；监督控制器参数为：$r_1=0.5$，$r_2=0.5$. 仿真结果如图 2 ～ 图 4 所示.

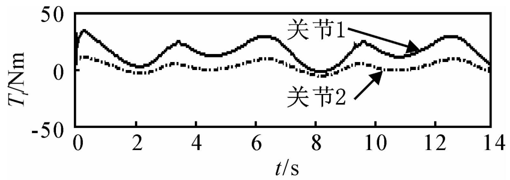


(a) 位置跟踪误差曲线

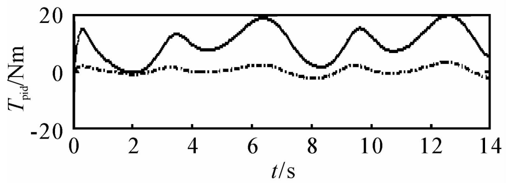


(b) 速度跟踪误差曲线

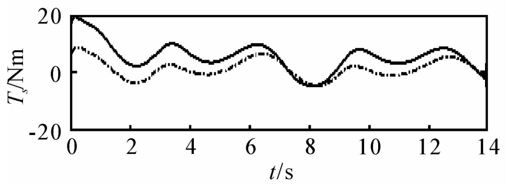
图 2 跟踪误差曲线



(a) 总力矩

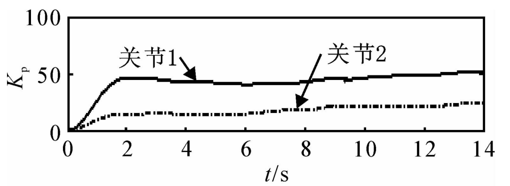


(b) PID力矩

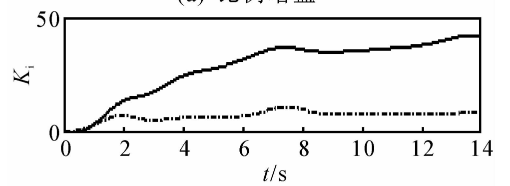


(c) 监督力矩

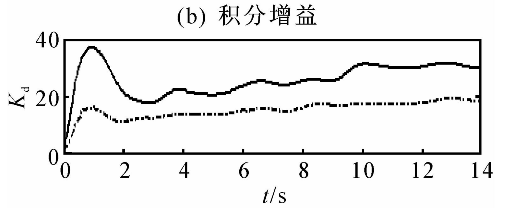
图 3 控制输入



(a) 比例增益



(b) 积分增益



(c) 微分增益

图 4 PID 控制增益的变化

由图 2 可以看出,在存在建模不确定和干扰的情况下,控制器保证机器人位置和速度跟踪误差渐近收敛. 传统的 PID 控制器由于缺乏 $1/s^2$ 项而无法绝对精确地跟踪正弦曲线,本文提出的算法在监督控制器的作用下,能在跟踪任意轨迹情况下,保证跟踪误差在设定的范围内.

由图 3 可以看出,由于 PID 参数的初值设置较小,避免了较高的控制增益使初始输出力矩过大的问题. 实际的执行机构(通常是电机)很难提供过大的初始力矩,且机械臂能承受的最大力矩也是有限的. 过大的初始力矩对执行器机构是一种严重的损伤. 同时,PID 参数不断调整,如图 4 所示,这样在限制初始力矩的情况下,依然可以使系统具有良好的跟踪性能.

监督控制器是为了保证控制系统的稳定性,因此,跟踪性能与初始控制力矩保护之间有一个折衷. 当要求跟踪性能较好时,监督控制器将输出较大的控制力矩,以提高系统的响应性能.

6 结 论

本文针对存在建模不确定性及干扰的机器人系统,在经典 PID 控制算法的基础上,设计较为直观的自适应律和监督控制器,保证了 H_∞ 跟踪性能. 从控制器的构成分析,所设计的控制器与系统不确定性和干扰无关,具有较强的抗干扰能力. 控制结果简单,易于实现,可方便地应用于实际工业机器人控制系统中.

参考文献(References)

[1] Lia W, Changa X G, Wahlb F M, et al. Tracking control of a manipulator under uncertainty by Fuzzy PID controller[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 122(1): 125-137.

[2] 丁学恭. 机器人控制研究[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2006.
(Ding X G. Research on Robot Control[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2006.)

[3] Kuc T Y, Han W G. An adaptive PID learning control of robot manipulators[J]. Automatica, 2000, 36(5): 717-725.

[4] Vicente Parra-Vega, Suguru Arimoto, Liu Y H, et al. Dynamic sliding PID control for tracking of robot manipulators: Theory and experiments[J]. IEEE Trans on Robot and Automation, 2003, 19(6): 967-976.

[5] Jafarov E M, Parlak M N A, Istefanopulos Y. A new variable structure PID-controller design for robot manipu- lators[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(1): 122-130.

（下转第 1592 页）