

文章编号: 1001-0920(2009)11-1682-06

## 一种跟踪问题中的次优非线性预测控制算法

王亚锋<sup>1,2</sup>, 孙富春<sup>2</sup>, 张友安<sup>1</sup>, 刘华平<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 自动控制系, 山东 烟台 264001; 2. 清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

**摘要:** 针对跟踪问题中无状态和输入约束的非线性预测控制最优解的求取问题, 引入参考输入轨迹的概念, 利用 Stirling 插值公式, 将非线性系统模型沿参考输入输出轨迹展开, 取其一阶近似, 处理成参数已知的线性模型. 在此基础上, 利用线性系统预测控制理论求解得到原系统的次优控制律. 该方法不要求系统模型连续可导, 且无需对线性化后的模型参数进行在线辨识, 计算量小, 易于实现.

**关键词:** 模型预测控制; 线性化; 次优控制; 跟踪问题

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Suboptimal model predictive control for nonlinear system on tracking problem

WANG Ya-feng<sup>1,2</sup>, SUN Fu-chun<sup>2</sup>, ZHANG You-an<sup>1</sup>, LIU Hua-ping<sup>2</sup>

(1. Department of Automatic Control Engineering, Naval Aeronautical Engineering Academy, Yantai 264001, China; 2. Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: WANG Ya-feng, E-mail: wyfyxy@sina.com)

**Abstract:** For the computation of optimal solution in model predictive control with no constraint on state and input for nonlinear system on tracking problem, the concept of reference input trajectory is introduced and the nonlinear system model is expanded by using Stirling's interpolation formula along the reference input and output trajectory. Then, the system model is approximated with a linear model with known-value parameters by reserving the first order of the expanded series. Based on this linear model, the suboptimal control can be computed by using the linear model predictive control theory. This method does not demand the system model to be continuous and differentiable, and needs no on-line identification of the parameters for the linear model. Its actualization is very easy and the computation burden is low.

**Key words:** Model predictive control; Linearization; Suboptimal control; Tracking problem

### 1 引言

近年来, 非线性系统的预测控制(包括其稳定性、鲁棒性、优化解的求取)已成为许多学者的研究热点, 涌现出许多优秀的文章. 其中, 在优化解的求取(控制律的求解)方面, 现有的解决思路可分为以下 3 种:

1) 直接基于非线性模型, 采用动态规划求取控制律. 动态规划方法很多, 但基本上都避免不了耗时较长的缺点, 对于基于滚动优化的预测控制而言, 实时性不够好, 而且动态规划对初值的选取比较敏感, 甚至会产生不收敛的情况.

2) 将预测输出表达成“过去输入输出”和“未来输入”的非线性函数形式, 采用非线性优化方法(遗传算法、粒子群算法、梯度法、EDA 等)求取控制律. 但这种预测模型的表达式很复杂, 不易获取, 且优化过程耗时较长.

3) 用其他易于设计控制律的模型(模糊模型<sup>[1,2]</sup>、神经网络模型、多模型<sup>[3,4]</sup>、支持向量机<sup>[5]</sup>、多项式逼近模型<sup>[6]</sup>、增量型最小化模型<sup>[7]</sup>、灰色模型<sup>[8]</sup>、线性近似模型<sup>[9-11]</sup>、小波网络模型等)来逼近其真实预测模型, 在此基础上求取控制律.

动态规划与非线性优化的计算量都很大, 耗时

收稿日期: 2008-11-24; 修回日期: 2008-12-27.

基金项目: 国家自然科学基金杰出青年基金项目(60625304); 国家自然科学基金项目(90716021, 60621062); 国家重点基础研究发展计划项目(2007cb311003, 2009cb724002).

作者简介: 王亚锋(1982—), 男, 四川乐山人, 博士生, 从事预测控制理论的研究; 孙富春(1964—), 男, 江苏扬州人, 教授, 博士生导师, 从事神经网络、人工智能等研究.

较长. 目前, 关于采用其他模型来逼近原系统模型的方法求解控制律的研究, 已引起了许多学者的关注, 其中用近似线性模型逼近原非线性模型是一种简单而有效的方法. 严格讲, 多模型预测控制方法也隶属于这一范围. 将非线性模型线性化可采用反馈线性化、围绕工作点进行泰勒级数展开或使用中值定理等方法. 文献[9]利用中值定理将非线性系统作线性化处理, 并用 3 次样条函数逼近线性系统的时变参数, 在此基础上对样条函数的常值参数进行辨识. [10]采取直接辨识控制器参数的方法构建直接广义预测控制器, 避免了 Diophantine 方程的在线求解, 减少了计算量, 但对辨识参数的初值选取很敏感, 容易出现算法不收敛的情况, 而且其辨识出来的参数并未用于当前时刻, 而是用于滞后于当前时刻最大预测时域后的时刻, 如果控制器参数时变性较快, 则控制效果不能得到保证. [11]针对一类系统, 将模型中的非线性环节沿参考输出轨迹用泰勒一阶近似处理, 将系统近似为参数已知的线性模型, 但该方法无法处理含有非线性输入项的系统. [9-11]对系统模型的线性化处理都用到了假设, 即表征系统模型的输入输出函数连续可导, 然而有些物理系统并不满足这一假设. 针对非线性(包括输入输出模型不满足连续可导条件的)系统设计预测控制律正是本文研究的目的所在.

本文利用线性模型逼近原非线性模型的思路, 通过引入参考输入轨迹的概念, 将系统模型沿其参考输入输出轨迹近似处理为参数已知的线性模型. 鉴于利用 Stirling 插值公式对非线性函数进行线性化处理的精度高于泰勒一阶近似, 且不需求导运算<sup>[12,13]</sup>, 本文采用 Stirling 公式将系统模型线性化, 在此基础上利用线性系统的预测控制理论求取控制律. 本文所设计的控制律不要求被控对象连续可导, 算法简单、易于实现、计算量小, 仿真结果表明其精度较高.

## 2 系统模型与问题描述

考虑如下被控对象的输入输出模型:

$$y(k) = f(y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n_a), u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-n_b)). \quad (1)$$

其中:  $k$  为正整数;  $y(\cdot)$  为系统输出;  $n_a$  为输出阶次;  $u(\cdot)$  为系统输入;  $n_b$  为输入阶次;  $f(\cdot, \dots, \cdot)$  为关于  $y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b)$  的已知非线性函数(这里假定系统的纯滞后为 1).

设计控制律  $u(k+i|k)$ , 使得性能指标

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} (y(k+i+1|k) - y_r(k+i+1))^2 + \lambda u(k+i|k)^2$$

取极小值. 其中:  $u(k+i|k)$  为  $k$  时刻计算的  $k+i$  时刻的控制输入,  $y(k+i+1|k)$  为  $k$  时刻计算的  $k+i+1$  时刻的预测输出,  $y_r(k+i+1)$  为期望输出,  $\lambda$  为比例系数,  $N$  为预测步长.

对于非线性预测控制而言, 求使性能指标  $J$  取得极小值的最优控制律  $u(k+i|k)$  是比较困难的. 为避免采用动态规划和非线性优化方法耗时较长的缺点, 本文采用 Stirling 公式将  $f(\cdot, \dots, \cdot)$  沿参考输入输出轨迹进行线性化近似处理.

## 3 基于 Stirling 公式的线性近似

与 Taylor 一阶展开线性近似不同, 用 Stirling 公式对非线性函数进行线性化处理无需求导运算, 只需用有限的线性运算来逼近此非线性函数<sup>[15,16]</sup>. 首先定义如下函数:

$$\delta f(z) = f(z+h/2) - f(z-h/2), \quad (2)$$

$$\mu f(z) = (f(z+h/2) + f(z-h/2))/2. \quad (3)$$

其中:  $f: R \rightarrow R$  为非线性函数;  $h$  为一可调参数, 一般取  $(0, 1)$  区间内的实数.

令  $ph = \tilde{z} = z - \bar{z}$ , 用 Stirling 公式将  $f(z)$  在  $z = \bar{z}$  处展开, 表述如下:

$$f(z) = f(\bar{z} + ph) = f(\bar{z}) + p\mu\delta f(\bar{z}) + \frac{p^2}{2!}\delta^2 f(\bar{z}) + \dots \quad (4)$$

此处, 只取其一阶近似为

$$f(z) \approx f(\bar{z}) + f_{D1}(\bar{z})ph = f(\bar{z}) + f_{D1}(\bar{z})\tilde{z}, \quad (5)$$

其中

$$f_{D1}(\bar{z}) = [f(\bar{z}+h) - f(\bar{z}-h)]/2h. \quad (6)$$

拓展到向量形式, 即  $z, \bar{z} \in R^{n_z}, f: R^{n_z} \rightarrow R, \tilde{z} = [\tilde{z}_1 \ \tilde{z}_2 \ \dots \ \tilde{z}_{n_z}]^T$ . 令  $\tilde{z}_j$  为  $\tilde{z}$  的第  $j$  个元素,  $e_j$  为第  $j$  个元素为 1 的单位向量, 则式(6)可拓展为

$$f(z) \approx f(\bar{z}) + \sum_{j=1}^{n_z} f_{D1}^j(\bar{z})\tilde{z}_j = f(\bar{z}) + f_{D1}(\bar{z})\tilde{z}. \quad (7)$$

其中

$$f_{D1}^j(\bar{z}) = [f(\bar{z}+he_j) - f(\bar{z}-he_j)]/(2h), \quad (8)$$

$$f_{D1}(\bar{z}) = [f_{D1}^1(\bar{z}) \ f_{D1}^2(\bar{z}) \ \dots \ f_{D1}^{n_z}(\bar{z})]. \quad (9)$$

从本质上讲, 用 Stirling 公式对非线性函数进行展开与泰勒级数展开只是稍有不同的近似方法. 可以看出, 当  $h \rightarrow 0$  时, 式(6)和(8)就是泰勒展开中的求导运算, 此时 Stirling 级数退化成泰勒级数. 但正是这种处理, 使它可以对不满足连续可导的非线性函数进行线性逼近.

## 4 被控对象预测模型

为保证精度, 将模型(1)围绕某一输入输出序

列近似线性化,要求此输入输出序列与真实的输入输出序列足够接近.本文通过引入参考输入轨迹,将模型(1)沿参考输入输出序列线性展开(参考输出即为所要求达到的期望输出).

#### 4.1 参考输入的选取

设当前时刻为  $k$ ,参考输入  $u_r$  的选取分为  $k-i$  时刻、 $k$  时刻和  $k+i$  时刻 3 种情况 ( $i=1,2,\dots$ ).

1)  $k-i$  时刻

输入量都是已知量,参考输入取其实际输入,有

$$u_r(k-i|k) = u(k-i). \quad (10)$$

2)  $k$  时刻

按如下方式选取:

$$u_r(k|k) = u_r(k-1|k) + \Delta u_r(k|k). \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta u_r(k|k) = & (y_r(k+1) - f(y_r(k), y_r(k-1), \dots, \\ & y_r(k+1-n_a), u_r(k-1|k), u_r(k-1|k), \dots, \\ & u_r(k+1-n_b|k))/D_u^1(k+1|k), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} D_u^1(k+1|k) = & f(y_r(k), y_r(k-1), \dots, y_r(k+1-n_a), \\ & u_r(k-1|k) + h, u_r(k-1|k), \dots, \\ & u_r(k+1-n_b|k))/(2h) - f(y_r(k), y_r(k-1), \\ & \dots, y_r(k+1-n_a), u_r(k-1|k) - h, \\ & u_r(k-1|k), \dots, u_r(k+1-n_b|k))/(2h). \end{aligned} \quad (13)$$

**注 1** 求  $k$  时刻参考输入的思路为:先用已知的  $u_r(k-1|k)$  近似替代未知的  $u_r(k|k)$ ,预测  $k+1$  时刻的输出;再由此预测输出与  $y_r(k+1)$  的差值来修正  $u_r(k-1|k)$ ,得到最终的  $u_r(k|k)$ .

**注 2** 选定  $h$  后,式(13)中所用到的都是已知量(参考输出,  $k$  时刻之前的参考输入).式(12)中有两个  $u_r(k-1|k)$ ,其中第 1 个  $u_r(k-1|k)$  只是  $u_r(k|k)$  的近似替代.通过式(11)求最终的  $u_r(k|k)$  所用到的都是已知量.

3)  $k+i$  时刻

同理,  $u_r(k+1|k)$  可由  $u_r(k|k)$  (已经算出)近似替代,再用  $y_r(k+2)$  修正所得到的最终的  $u_r(k+1|k)$ .

依次类推,可得

$$\begin{aligned} u_r(k+i|k) = & u_r(k+i-1|k) + \Delta u_r(k+i|k). \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta u_r(k+i|k) = & (y_r(k+i+1) - f(y_r(k+i), \\ & y_r(k+i-1), \dots, y_r(k+i+1-n_a), \\ & u_r(k+i-1|k), u_r(k+i-1|k), \dots, \end{aligned}$$

$$u_r(k+i-1-n_b|k))/D_u^1(k+i+1|k), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D_u^1(k+i+1|k) = & f(y_r(k+i), y_r(k+i-1), \dots, y_r(k+i+1-n_a), \\ & u_r(k+i-1|k) + h, u_r(k+i-1|k), \dots, \\ & u_r(k+i+1-n_b|k))/(2h) - f(y_r(k+i), \\ & y_r(k+i-1), \dots, y_r(k+i+1-n_a), \\ & u_r(k+i-1|k) - h, u_r(k+i-1|k), \dots, \\ & u_r(k+i+1-n_b|k))/(2h). \end{aligned} \quad (16)$$

**注 3**  $k$  时刻,通过式(11)~(16)可依次求解得到  $k$  时刻之后的参考输入,且用到的信息都是期望输出  $y_r(\cdot)$  与  $k$  时刻之前的实际输入.

#### 4.2 参考输入误差的定义

参考输入误差  $du$  定义为实际输入与参考输入之间的差值.  $k-i$  时刻,参考输入等于实际输入,即

$$du(k-i|k) = 0; \quad (17)$$

$k$  时刻,有

$$du(k|k) = u(k|k) - u_r(k|k); \quad (18)$$

$k+i$  时刻,有

$$\begin{aligned} du(k+i|k) = & u(k+i|k) - u_r(k+i|k). \end{aligned} \quad (19)$$

**注 4** 预测控制中,滚动优化的目标是求最优的  $u(k|k)$  与  $u(k+i|k)$ ,使  $J$  取得极小值.由式(18)和(19)可看出,  $u(k|k)$  和  $u(k+i|k)$  可通过优化  $du(k|k)$  和  $du(k+i|k)$ ,间接得到其次优值.

#### 4.3 输出的预测模型

$k$  时刻,将  $y(k+1|k)$  沿  $y_r(k), \dots, y_r(k-n_a+1), u_r(k|k), \dots, u_r(k-n_b+1|k)$  用 Stirling 公式展开,取其一阶近似可得

$$\begin{aligned} y(k+1|k) = & f(y_r(k), \dots, y_r(k+i-n_a), u_r(k|k), \\ & \dots, u_r(k+1-n_b|k)) + \\ & \sum_{i=1}^{n_a} D_{y_i}(k+1|k)(y(k+1-i|k) - \\ & y_r(k+1-i)) + \sum_{i=1}^{n_b} D_{u_i}(k+1|k) \times \\ & du(k+1-i|k). \end{aligned} \quad (20)$$

考虑到

$$\begin{aligned} du(k-1|k) = du(k-2|k) = \dots = \\ du(k+1-n_b|k) = 0, \end{aligned}$$

式(20)可简化为

$$\begin{aligned} y(k+1|k) = & f(y_r(k), \dots, y_r(k+1-n_a), u_r(k|k), \dots, \\ & u_r(k+1-n_b|k)) + \sum_{i=1}^{n_a} D_{y_i}(k+1|k) \times \\ & (y(k+1-i|k) - y_r(k+1-i)) + \end{aligned}$$

$$D_{u1}(k+1|k)du(k|k), \tag{21}$$

同理有

$$\begin{aligned} y(k+2|k) = & f(y_r(k+1), \dots, y_r(k+2-n_a), \\ & u_r(k+1|k), \dots, u_r(k+2-n_b|k)) + \\ & \sum_{i=1}^{n_a} D_{y_i}(k+2|k)(y(k+2-i|k) - \\ & y_r(k+2-i)) + D_{u1}(k+2|k)du(k+ \\ & 1|k) + D_{u2}(k+2|k)du(k|k), \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ y(k+j|k) = & f(y_r(k+j-1), \dots, y_r(k+j-n_a), \\ & u_r(k+j-1|k), \dots, u_r(k+j-n_b|k)) + \\ & \sum_{i=1}^{n_a} D_{y_i}(k+j|k)(y(k+j-i|k) - \\ & y_r(k+j-i)) + D_{u1}(k+j|k) \times \\ & du(k+j-1|k) + D_{u2}(k+j|k) \times \\ & du(k+j-2|k) + \dots + \\ & D_{uj}(k+j|k)du(k|k). \end{aligned} \tag{23}$$

式(23)可进一步表示为

$$\begin{aligned} y(k+j|k) = & [D_{y1}(k+j|k), \dots, D_{y_{n_a}}(k+j|k)] \times \\ & [y(k+j-1|k), \dots, y(k+j-n_a|k)]^T + \\ & [D_{uj}(k+j|k), \dots, D_{u1}(k+j|k)] \times \\ & [du(k|k), \dots, du(k+j-1|k)]^T - \\ & [D_{y1}(k+j|k), \dots, D_{y_{n_a}}(k+j|k)] \times \\ & [y_r(k+j-1), \dots, y_r(k+j-n_a)]^T. \end{aligned} \tag{24}$$

其中： $D_{y_i}(k+j|k)$ 和 $D_{u_i}(k+j|k)$ 均为已知量，其表达式如下：

$$\begin{aligned} D_{y_i}(k+j|k) = & f(y_r(k+j-1), \dots, y_r(k+j-i) + h, \dots, \\ & y_r(k+j-n_a), u_r(k+j-1|k), \dots, \\ & u_r(k+j-n_b|k))/(2h) - f(y_r(k+j-1), \\ & \dots, y_r(k+j-i) - h, \dots, y_r(k+j-n_a), \\ & u_r(k+j-1|k), \dots, \\ & u_r(k+j-n_b|k))/(2h), \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} D_{u_i}(k+j|k) = & f(y_r(k+j-1), \dots, y_r(k+j-n_a), \\ & u_r(k+j-1|k), \dots, u_r(k+j-i|k) + h, \dots, \\ & u_r(k+j-n_b|k))/(2h) - f(y_r(k+j-1), \\ & \dots, y_r(k+j-n_a), u_r(k+j-1|k), \dots, \\ & u_r(k+j-i|k) - h, \dots, \\ & u_r(k+j-n_b|k))/(2h). \end{aligned} \tag{26}$$

取  $N_1$  为最小预测时域,  $N_2$  为最大预测时域,

$N_u$  为控制时域, 并定义

$$\begin{aligned} Y(k) = & [y(k+N_1|k), \dots, y(k+N_2|k)]^T, \\ Y_r(k) = & [y_r(k+N_1), \dots, y_r(k+N_2)]^T, \\ dU(k) = & [du(k|k), \dots, du(k+N_u-1|k)]^T, \\ V(k) = & [v(k+N_1), \dots, v(k+N_2)]^T. \end{aligned}$$

利用式(24), 对输出进行迭代运算(也可解 Diophantine 方程), 可得

$$Y(k) = H(k) \times dU(k) + V(k). \tag{27}$$

其中

$$H(k) = \begin{bmatrix} h_{N_1,1} & \dots & h_{N_1,N_u} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_2,1} & \dots & h_{N_2,N_u} \end{bmatrix};$$

$$\begin{cases} h_{1,1} = D_{u1}(k+1|k); \\ h_{1,2} = h_{1,3} = \dots = h_{1,N_u} = 0; \\ h_{i,j} = \sum_{s=1}^{i-1} D_{y_s}(k+i|k)h_{i-s,j} + \\ \quad D_{u(i-j+1)}(k+i|k), i > j; \\ h_{i,j} = D_{u1}(k+i|k), i = j; \\ h_{i,j} = 0, i < j; \end{cases} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} v(k+1) = & f(y_r(k), \dots, y_r(k+1-n_a), \\ & u_r(k|k), \dots, u_r(k+1-n_b|k)) + \\ & \sum_{i=1}^{n_a} D_{y_i}(k+1|k)y_r(k+1-i); \\ & \vdots \\ v(k+i) = & f(y_r(k+j-1), \dots, y_r(k+j-n_a), \\ & u_r(k+j-1|k), \dots, u_r(k+j-n_b|k)) + \\ & \sum_{s=1}^{i-1} D_{y_s}(k+i|k)v(k+i-s) - \\ & \sum_{s=1}^{i-1} D_{y_s}(k+i|k)y_r(k+i-s). \end{aligned} \tag{29}$$

这里

$$\begin{cases} D_{y_s}(\bullet) = 0, s > n_a; \\ D_{u_s}(\bullet) = 0, s > n_b. \end{cases} \tag{30}$$

**注 5** 对于式(20)~(24)中的  $y(k+j-i|k)$ , 当  $j \leq i$  时,  $y(k+j-i|k)$  为  $k$  时刻以前(包括  $k$  时刻)的输出, 是已知量; 当  $j > i$  时,  $y(k+j-i|k)$  为预测输出. 式(27)中  $H(k)$  和  $V(k)$  是已知的, 待优化量  $dU(k)$  与预测输出  $Y(k)$  呈线性关系, 对  $dU(k)$  的优化相对于用非线性优化直接求取控制量要简单得多.

### 5 次优控制的求取

将  $u(k+i|k) = u_r(k+i|k) + du(k+i|k)$  代入性能指标  $J$ , 并定义

$$U(k) = [u(k|k), \dots, u(k+N_u-1|k)]^T,$$

$$U_r(k) = [u_r(k|k), \dots, u_r(k+N_u-1|k)]^T.$$

由此可得

$$J = [Y(k) - Y_r(k)]^T [Y(k) - Y_r(k)] + \lambda (U_r(k) + dU(k))^T (U_r(k) + dU(k)). \quad (31)$$

由最优理论可知,使  $J$  取极小值的  $dU(k)$  满足  $\partial J / \partial dU(k) = 0$ , 最终可得

$$dU(k) = (\lambda I + H(k)^T H(k))^{-1} (H(k)^T \times (Y_r(k) - V(k)) - \lambda I U_r(k)). \quad (32)$$

实施控制时,只需将当前时刻的控制  $u(k|k)$  作用于系统,下一时刻的控制由下一时刻的优化给出.  $u(k|k)$  的求取公式如下:

$$u(k|k) = u_r(k|k) + du(k|k), \quad (33)$$

其中  $du(k|k) = [1 \ 0 \ \dots \ 0] dU(k)$ .

## 6 仿真算例

取被控对象为

$$y(k+1) = \begin{cases} |y(k)| + y^2(k-1) + |u(k)| + \\ 5u(k) - y(k)u(k-1), y(k) > 1; \\ 3|y(k)| + 2y^2(k-1) + |u(k)| - \\ 7u(k) - y(k)u(k-1), y(k) \leq 1. \end{cases}$$

**注 6** 该对象模型并不满足连续可导的假设,文献[9-12]的控制算法是不可行的.

参考输出设置为

$$y_r(k) = 5 \sin \frac{\pi(k-1)}{20}, k = 1, 2, \dots.$$

仿真过程中,最小预测时域取  $N_1 = 1$ ,最大预测时域取  $N_2 = 3$ ,控制时域取  $N_u = 3$ ,可调参数取  $h = 0.5$ ,比例系数取  $\lambda = 0.0001$ ,  $y_r(-1) = y_r(0) = 0$ ,  $y(-1) = y(0) = 0$ ,  $u(-1) = u(0) = 0$ . 仿真 100 步的结果如图 1~图 3 所示. 图 1 中虚线表示系统输出,实线表示参考输出.

由图可以看出,对于不连续系统,采用本文所提出的次优预测控制方法,系统输出能很好地跟踪其参考输出,而且跟踪精度较高.

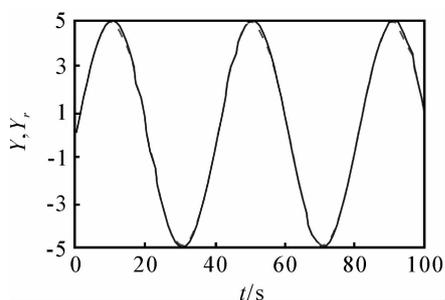


图 1 系统的输出跟踪曲线

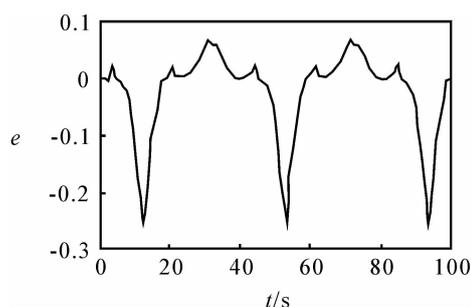


图 2 系统的输出跟踪误差曲线

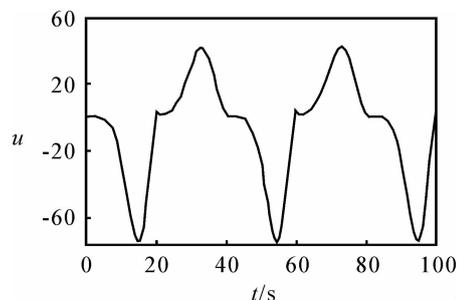


图 3 系统的控制输入

## 7 结论

本文针对非线性系统,利用 Stirling 插值公式沿其参考输入输出轨迹近似处理成参数已知的线性系统.在此基础上,利用线性预测控制理论求解得到其次优控制律.该方法无需进行在线参数辨识,结构简单,计算量小,时效性高,易于实现.其不足之处在于,对模型准确度要求较高,当存在较大的未知干扰时,控制效果不是很理想.此外,本文方法只是一种启发性的方法,对于其稳定性还需要继续研究,通过此方法所求的次优控制律是否可行,需要经过稳定性等方面的进一步论证.

## 参考文献 (References)

- [1] Haralambos Sarimveis, George Bafas. Fuzzy model predictive control of nonlinear processes using genetic algorithms[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 139(1): 59-80.
- [2] Daniel V D, Tang Y U. Adaptive robust fuzzy control of nonlinear systems [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 2004, 34(3): 1596-1601.
- [3] 邹涛, 王昕, 李少远. 基于混合逻辑的非线性系统多模型预测控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(2): 188-192. (Zou T, Wang X, Li S Y. Multi-model predictive control for nonlinear systems based on mixed logic[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(2): 188-192.)
- [4] 王蓬, 李少远. 一类非线性系统的多模型预测控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(10): 1114-1118. (Wang P, Li S Y. Multiple model based predictive control for a class of nonlinear systems[J]. Control and Decision, 2007, 22(10): 1114-1118.)
- [5] 张日东, 王树青, 李平. 基于支持向量机的预测控制

- [J]. 自动化学报, 2007, 33(10): 1066-1073.  
(Zhang R D, Wang S Q, Li P. Support vector machine based predictive control for nonlinear system[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(10): 1066-1073.)
- [6] 罗秋滨, 岳中哲, 关立雁. 多项式逼近建模的非线性系统预测控制[J]. 电机与控制学报, 2008, 12(1): 84-88.  
(Luo Q B, Yue Z Z, Guan L Y. Predictive control of nonlinear system based on topological homeomorphism [J]. Electric Machines and Control, 2008, 12(1): 84-88.)
- [7] 沈永良, 胡致强, 赵建华. 基于动态非线性逼近的非线性系统预测控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(1): 100-104.  
(Shen Y L, Hu Z Q, Zhao J H. Predictive control for nonlinear systems based on dynamic approximate nonlinearization [J]. Control and Decision, 2007, 22(1): 100-104.)
- [8] 沈继红. 灰色系统理论预测方法研究及其在舰船运动预报中的应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2002.  
(Shen J H. On the grey prediction method and its application in watercraft motion modeling and prediction [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2002.)
- [9] 郭健, 陈庆伟, 朱瑞军. 一类非线性系统的自适应预测控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 68-72.  
(Guo J, Chen Q W, Zhu R J. Adaptive predictive control of a class of nonlinear system [J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(1): 68-72.)
- [10] 王洪瑞, 陈志旺, 李建雄. 非线性系统参数自适应直接广义预测控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(10): 1110-1114.  
(Wang H R, Chen Z W, Li J X. Direct generalized predictive control of parameter adaptation for nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(10): 1110-1114.)
- [11] Martin Rau, Dierk Schroder. Model predictive control with nonlinear state space models[C]. The 7th IEEE Int Workshop on Advanced Motion Control. Maribor, 2002: 136-141.
- [12] Schei T S. A finite-difference method for linearization in nonlinear estimation algorithms [J]. Automatica, 1997, 33(11): 2051-2058.
- [13] Magnus Norgaard, Niels K Poulsen, Ole Ravn. Advances in derivative-free state estimation for nonlinear systems[R]. Denmark: Technical University of Denmark, 2000.

~~~~~

(上接第 1676 页)

- [12] Zhou Hong-an, Liu San-yang, Fang Xiang-rong. Method for uncertain multi-attribute decision-making with preference information in the form of interval numbers complementary judgment matrix [J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2007, 18(2): 265-269.
- [13] 谭旭, 高妍方, 陈英武. 区间型多属性决策求解新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 28(12): 1082-1085.  
(Tan X, Gao Y F, Chen Y W. New method for solving interval multi-attribute decision-making problem[J]. J of System Engineering and Electronics, 2007, 28(12): 1082-1085.)
- [14] Yager R R. The power average operator [J]. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 2001, 31(6): 724-731.
- [15] Sengupta A, Pal T K. On comparing interval numbers [J]. European J of Operational Research, 2000, 127(1): 28-43.
- [16] 梁梁, 王国华. 多层次交互式确定权重的方法[J]. 系统工程学报, 2002, 17(4): 358-363.  
(Liang L, Wang G H. Method of solving weights based on hierarchical and interactive model [J]. J of System Engineering, 2002, 17(4): 358-363.)

~~~~~

(上接第 1681 页)

- [10] Shervais S, Shannon T T, Lendaris G G. Intelligent supply chain management using adaptive critic learning [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans, 2003, 33(2): 235-244.
- [11] Derong Liu. Neural network-based adaptive critic designs for self-learning control[C]. Proc of the 9th Int Conf on Neural Information Processing. Singapore, 2002, 3: 1252-1256.