

文章编号: 1001-0920(2009)11-1635-06

## 基于带有随机时滞的多通信通道的网络控制系统镇定

邓玮璿, 费敏锐

(上海大学 a. 机电工程与自动化学院, b. 上海市电站自动化技术重点实验室, 上海 200072)

**摘要:** 基于带有随机时滞的多通信通道, 建立了离散时间网络控制系统模型. 利用缓存对丢包进行补偿, 并设计了状态反馈控制器, 使系统达到随机稳定. 采用锥型补偿线性化(CCL)算法得到了控制器增益的全局最优解. 最后通过倒立摆系统的仿真例子验证了所提出方法的可行性.

**关键词:** 多通信通道; 网络控制系统; 镇定; 马尔可夫链

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Stabilization of networked control system based on multiple communication channels with random delays

DENG Wei-hua, FEI Min-rui

(a. School of Mechatronical Engineering and Automation, b. Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology, Shanghai University, Shanghai 200072, China. Correspondent: FEI Min-rui, E-mail: mrfei888@x263.net)

**Abstract:** The networked control system (NCS) is modeled in discrete-time domain over multiple communication channels with random delays. Buffer is used to compensate the dropouts of package and the state feedback controller is designed to make NCS stochastically stable. The cone complementarity linearization (CCL) algorithm is employed to compute the global optimal solvers of controller gains. Finally, A simulation for an inverted pendulum system shows the feasibility of the approach.

**Key words:** Multiple communication channels; Networked control system; Stabilization; Markov chains

### 1 引言

在反馈控制系统中, 如果信息通过通信网络在传感器、控制器和执行器之间传递, 则这样的控制系统被称为网络控制系统<sup>[1,2]</sup>. 由于通信网络的引入, 整个系统在各个方面都得到了显著改善, 比如系统安装更加简便, 日常维护更加灵活, 更为重要的是线缆的减少使得成本大为降低. 但是, 由于通信带宽的限制, 在系统中也呈现出了如时滞和丢包等一些不稳定因素. 近年来, 许多学者对以上问题进行了深入研究:

1) 网络诱导时滞建模以及基于时滞模型使系统镇定问题的研究. 文献[3]针对具有最大最小界的常时滞设计了状态反馈控制器, 以使系统镇定; [4,5]针对 Markov 形式的随机时滞, 分别研究了连

续时间和离散时间域的网络控制系统的状态反馈控制方法; [6]针对时滞发生概率已知的情形, 研究了系统的镇定问题; [7]利用缓存临时存储信号, 每到一定的间隔再回放缓存的内容, 从而将时变时滞作为长时滞来处理.

2) 网络丢包建模以及补偿问题的研究. 文献[8]基于异步动态系统, 分析了网络丢包情形下的系统稳定性; [9,10]分别设计了状态观测器和滤波器对状态进行估计和重构, 弥补了信息在网络传递中丢失所带来的损失; [11]研究了基于模型的方法, 在正常通信时不断更新系统的近似模型, 如果有丢包发生, 则利用该模型得到状态信息再进行反馈.

3) 带有随机扰动和模型不确定特性的网络控制系统的性能分析和控制方法的研究. 文献[12,13]考虑了被控对象在有外部扰动下的二次性能和  $H_\infty$ .

收稿日期: 2008-12-25; 修回日期: 2009-04-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60834002, 60774059); 国家 863 计划项目(2007AA04Z174); 上海市教委曙光计划跟踪项目(06GG10); 上海市优秀学科带头人计划项目(08XD14018).

作者简介: 邓玮璿(1978—), 男, 太原人, 博士生, 从事网络控制、智能控制的研究; 费敏锐(1961—), 男, 江苏苏州人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、复杂系统建模、网络控制等研究.

性能;[14]研究了通信通道带有随机扰动的控制方法;[15]分别基于范数不确定和多胞不确定设计了系统的输出跟踪控制器。

4) 基于量化误差的控制方法的研究. 文献[16]考虑了量化饱和的滑模控制;文献[17]研究了网络控制系统在不同的初始量化误差下的系统的稳定性。

上述研究都基于这样一个假设:系统的所有状态具有相同的时滞,并被打包成一个数据包在单通道上传递.然而,在实际应用中由于带宽的限制,不允许所有结点的状态信息以一个数据包同时传递,而是由网络总线分时传递,这便需要在传感器与控制器之间建立多个通信通道,从而自然导致了多通道时滞的产生.如何建立这种多通道时滞模型来刻画网络诱导时滞,便成为必须解决的理论问题。

不同于单通道情形,建立多通道时滞模型时不仅要考虑结点本身的时滞,还应考虑与其他结点间的联系.本文正是针对这种情形,基于令牌环网络总线协议建立了两种多通道随机时滞模型,使它们能较准确地刻画网络诱导时滞.目前,基于多通信通道的网络控制系统的研究不是很多.文献[18]基于多通信通道研究了丢包补偿问题,但只是利用空闲通道来传递数据,状态信号仍然在一个包里传递.文献[19]考虑了传感器与控制器之间具有多通道的网络控制系统的稳定性,但所建立的时滞模型是长时滞的.关于带有随机时滞的多通信通道的网络控制系统镇定的研究,目前尚未见报道。

本文在传感器与控制器之间建立了多个通信通道,基于随机时滞模型提出一种利用缓存技术来补偿长时滞的方法,并设计了状态反馈控制器使系统达到随机稳定;采用一个修改的CCL算法得到了控制器增益的全局最优解;最后通过对倒立摆系统的仿真,验证了所提出方法的有效性。

## 2 问题描述

### 2.1 网络控制系统结构描述

在给出网络控制系统结构之前,首先对令牌环网络(Token-passing networks)机制进行简单介绍.令牌环网络是基于3种媒体访问控制技术<sup>[20]</sup>之一的时分多路复用技术的控制网络,其机制<sup>[21]</sup>概括如下:

1) 所有网络结点形成一个逻辑环,每个时刻只有一个网络结点持有令牌,且该结点发送完数据后将令牌传送给下一个逻辑邻结点。

2) 不论是否有数据发送,网络中的每个结点必须接收令牌,然后再传递。

3) 每个结点等待令牌的时间由该结点的所有

逻辑前结点持有令牌的时间累加计算,且每个结点持有令牌的时间有固定的最小时间和最大时间。

4) 输入输出数据触发方式有位选通、轮询和循环3种。

基于以上令牌环网络建立的网络控制系统结构如图1所示.其中: $x_1(k), \dots, x_n(k)$ 是传感器1到传感器 $n$ 量测到的状态信号,并由 $n$ 个通道传入网络总线; $x_1(k-d_{1k}), \dots, x_n(k-d_{nk})$ 是网络总线传出的状态信息流由单通道送入远程控制器前端的缓存; $u(k)$ 是控制输入,不通过网络,由远程控制器通过硬接线直接传递到执行器.与令牌环网络机制相对应,该网络控制系统满足以下假设:

1) 被控对象的 $n$ 个传感器结点和控制器结点作为由 $m$ 个结点组成的逻辑环的一部分,即 $n+1 \leq m$ ,执行器不在其中。

2) 输入输出数据采用循环触发方式,即令牌在 $m$ 个结点之间都传一遍为一个循环周期。

3) 第 $i$ 个结点持有令牌时间为其最大持有时间,并设为1,则其等待时间为 $i-1$ , $i=1, \dots, m$ ,且每个循环周期形成的逻辑环都是随机的,导致每个结点的等待时间也是随机的,但总在 $[0, m-1]$ 范围内。

4) 传感器和控制器均是时间驱动,并且其周期都是一致的,而执行器是事件驱动。

5) 缓存在初始时刻存储已设计好的经验值,并在以后的每个周期内不断更新状态信息。

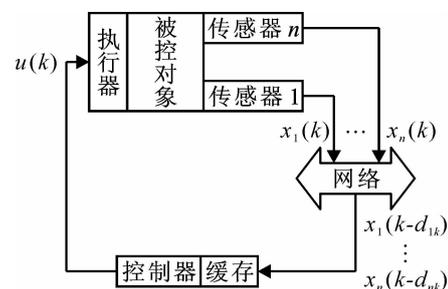


图1 网络控制系统结构

被控对象的离散时间状态方程如下:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad (1)$$

其中 $A$ 和 $B$ 是具有合适维数的系统矩阵和控制输入矩阵.结合以上假设,只有传感器与控制器之间存在网络时滞,且在令牌环网络中引起时滞的主要因素是等待令牌的时间,所以本文将每个结点等待令牌的时间作为网络诱导时滞.下面建立两种模型来刻画以上网络时滞,并给出相应的控制器结构。

### 2.2 基于一个 Markov 链的控制器结构

$u(k)$ 设计如下:

$$u(k) = K(d_k) \begin{bmatrix} x_1(k - d_{1k}) \\ \vdots \\ x_n(k - d_{nk}) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中： $d_k = i \in N = \{1, \dots, N\}$ ,  $N$  是一个具有  $N$  个模式的 Markov 链； $d_k = i$  代表  $k$  时刻系统在第  $i$  个时滞模式下运行，而  $N$  个模式由  $n$  个状态时滞  $d_{1k}, \dots, d_{nk}$  的不同组合构成， $d_{lk} (l = 1, \dots, n)$  取自  $\{0, 1, \dots, m-1\}$ ，并且组合时满足条件  $d_{1k} \neq d_{2k} \neq \dots \neq d_{nk}$ . Markov 链的转移概率阵为  $\Pi = [\pi_{ij}]$ .  $\pi_{ij}$  是  $d_k$  从第  $i$  个模式转移到第  $j$  个模式的概率，定义如下：

$$\pi_{ij} = \Pr(d_{k+1} = j \mid d_k = i). \quad (3)$$

其中： $\pi_{ij} \geq 0, \sum_{j=1}^N \pi_{ij} = 1, i, j \in N$ .

**注 1** 由于令牌每循环一个周期便形成一种结点的传递顺序，相应地形成一种时滞模式. 这个模式是随机变化且与单通道情形相似，可以用 Markov 链刻画，不同的是每个模式中有多个数据同时变化. 那么根据前面的假设条件不难得到以上模型.

以上基于一个 Markov 链建立了多通道时滞模型，下面给出基于  $n$  个 Markov 链的另一种多通道时滞模型.

### 2.3 基于 $n$ 个 Markov 链的控制器结构

控制器如下：

$$u(k) = K(d_{1k}, \dots, d_{nk}) \begin{bmatrix} x_1(k - d_{1k}) \\ \vdots \\ x_n(k - d_{nk}) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中： $d_{lk} \in N_l = \{0, 1, \dots, m-1\}$ ； $d_{lk}$  同式(2)中定义， $N_l$  为  $n$  个 Markov 链，同时假设在每个链中  $d_{lk}$  从  $i_l$  到  $j_l$  的传递概率矩阵为  $\Pi_l = [\pi_{i_l j_l}^l]$ ，其中

$$\pi_{i_l j_l}^l = \Pr(d_{lk+1} = j_l \mid d_{lk} = i_l), \quad (5)$$

并满足  $\pi_{i_l j_l}^l \geq 0, \sum_{j_l=0}^{m-1} \pi_{i_l j_l}^l = 1, l = 1, \dots, n$ . 这里的  $n$  个 Markov 链的转移概率矩阵需满足如下条件：

1) 当  $l = 1$  时，第 1 个 Markov 链的转移概率阵设为

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= [\pi_{i_1 j_1}^1], \\ \pi_{i_1 j_1}^1 &= \Pr(d_{k+1} = j_1 \mid d_k = i_1), \\ i_1, j_1 &\in [0, m-1], l = 2. \end{aligned}$$

2) 当  $l \leq n$  时：

①  $\Pi = \Pi_l$ ,

$$\begin{aligned} &\Pr(d_{k+1} = j_l \mid d_k = i_l) = \\ &\Pr(d_{k+1} = j_l \mid d_k = i_l) + \\ &\frac{1}{m - (l-1)} \left( \sum_{s=1}^{l-1} \Pr(d_{k+1} = j_s \mid d_{1k} = i_l) \right), \\ &j_l = 0, \dots, m-1, j_l \neq j_1 \neq j_2 \neq \dots \neq j_{l-1}, \\ &\Pr(d_{k+1} = j_s \mid d_k = i_l) = 0, \end{aligned}$$

$s = 1, \dots, l-1$ ;

② 第  $l$  个 Markov 链的转移概率阵设置为

$$\Pi_l = [\pi_{i_l j_l}^l],$$

$$\pi_{i_l j_l}^l =$$

$$\Pr(d_{k+1} = j_l \mid d_k = i_l), i_l, j_l \in [0, m-1],$$

$$i_l \neq i_1 \neq i_2 \neq \dots \neq i_{l-1},$$

$$\Pi_l = \Pi, l = l+1.$$

转至条件 2).

**注 2** 以上时滞模型是将  $n$  个状态的时滞变化看作  $n$  个 Markov 链. 每个状态时滞在按各自的转移概率阵变化的同时，需满足一定的限制条件，这样也能刻画令牌环网络所呈现的网络诱导时滞. 下面对这一条件作进一步解释：条件 1) 是随机选择第 1 个发送结点，它的 Markov 链的转移概率矩阵不需限制. 条件 2) 是确定第  $l$  个结点的 Markov 链的转移概率矩阵. 其中第 ① 和第 ② 步是将该结点的转移概率矩阵保存起来，然后把在第  $l$  个转移概率矩阵中与  $(i_l, j_s)$  对应的概率平均分配给与其他时滞相对应的概率，再将此位置的值清零. 这样便保证了任意时刻的不同状态时滞是不同的. 结点发送完后，再恢复该结点的原始转移概率矩阵，以保证随机性.

### 2.4 随机系统的建立

在建立随机系统之前，先通过下式对式(2)和(4)中的时滞界作一转换：

$$\tau = \begin{cases} h, & m-1 > h; \\ m-1, & m-1 \leq h. \end{cases} \quad (6)$$

其中  $h$  是采样周期. 这样，随机时滞  $0 \leq d_{lk} \leq m-1$  便转化成  $0 \leq d_{lk} \leq \tau, l = 1, \dots, n$ .

**注 3** 转换的目的在于下文对小于等于采样周期的随机时滞设计控制器，而大于采样周期的情形作为丢包，利用存储在缓存中的上一个信息进行补偿.

下面结合式(6)中的时滞界及控制器(2)和(4)，使用增广状态的方法进一步将系统(1)转化为随机系统. 如果设

$$\epsilon(k) = [x_1(k) \cdots x_n(k) x_1(k-1) \cdots x_1(k-\tau) x_n(k-1) \cdots x_n(k-\tau)]^T,$$

则得到带有式(2)和(4)的随机系统如下：

$$\epsilon(k+1) = (\bar{A} + \bar{B}K(d)F(d))\epsilon(k), \quad (7)$$

且若  $d = d_k$ ，则控制器为式(2)，若  $d = (d_{1k}, \dots, d_{nk})$ ，则控制器为式(4). 其中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \bar{e}_1 & \bar{I}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{e}_2 & 0 & \bar{I}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{e}_n & 0 & \cdots & 0 & \bar{I}_n \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$F(d) = \begin{bmatrix} F_{d_{1k}} \\ \vdots \\ F_{d_{nk}} \end{bmatrix}, \bar{e}_l = \begin{bmatrix} e_l \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$e_l = [0 \quad \cdots \quad 1 \quad \cdots \quad 0], \bar{I}_l = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix},$$

$e_l$  中第  $l$  列为 1. 如果  $d_{lk} = 0$ , 则在  $F_{d_{lk}}$  中第  $d_{lk} + l$  列为 1, 其余列为 0; 否则, 其  $n + (l - 1)\tau + d_{lk}$  列为 1, 其余列为 0,  $l = 1, \dots, n$ .

基于系统(7), 并参考文献[5] 给出如下定义:

**定义 1** 对于  $\epsilon(0)$  和初始模式  $d_{i_0} \in [0, \tau], l = 1, \dots, n$ , 如果存在  $W$  使得以下条件满足:

$$E\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|\epsilon(k)\|^2 \mid_{\epsilon(0), d_{i_0}, \dots, d_{n_0}} \right\} < \epsilon(0)^T W \epsilon(0), \tag{8}$$

则系统(7) 是随机稳定的.

### 3 主要结果

首先基于控制器(2), 给出如下定理:

**定理 1** 如果存在控制器(2), 使得对称矩阵  $P(i) > 0$ , 矩阵  $K(i), i \in N' \in [0, N']$ , 以及满足式(3) 和(6) 的  $d_k$  都有

$$\begin{bmatrix} -P(i) & \Omega_i^T(i) \\ \Omega_1(i) & -\Omega_2(i) \end{bmatrix} < 0, \tag{9}$$

则带有控制器(2) 的闭环系统(7) 是随机稳定的. 其中

$$\begin{aligned} \Omega_1(i) &= [(\pi_{i_1})^{1/2}(\bar{A} + \bar{B}K(i)F(i)) \cdots \\ &\quad (\pi_{i_{N'}})^{1/2}(\bar{A} + \bar{B}K(i)F(i))]^T, \\ \Omega_2(i) &= \text{diag}\{P^{-1}(0), \dots, P^{-1}(N')\}. \end{aligned}$$

$N'$  和  $N'$  分别代表  $d_k$  满足式(6) 时的 Markov 链及其模式个数.

**证明** 选取以下 Lyapunov 函数:

$$V(\epsilon(k), k) = \epsilon(k)^T P(d_k) \epsilon(k). \tag{10}$$

设  $d_k = i$ , 并结合式(10) 进行以下运算:

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(\epsilon(k), k)\} &= \\ E\{\epsilon(k+1)^T P(d_{k+1}) \epsilon(k+1) \mid_{\epsilon(k), d_k=i}\} - \\ \epsilon(k)^T P(i) \epsilon(k) &= \\ \epsilon(k)^T \left[ \sum_{j=1}^{N'} \pi_{ij} (\bar{A} + \bar{B}K(i)F(i))^T P(j) (\bar{A} + \right. \\ \left. \bar{B}K(i)F(i)) - P(i) \right] \epsilon(k). \end{aligned} \tag{11}$$

如果

$$M(i) < 0, \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned} M(i) &= \sum_{j=1}^{N'} \pi_{ij} (\bar{A} + \bar{B}K(i)F(i))^T P(j) (\bar{A} + \\ &\quad \bar{B}K(i)F(i)) - P(i), \end{aligned}$$

则由式(11) 得

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(\epsilon(k), k)\} &= \\ E\{V(\epsilon(k+1), k+1) \mid_{\epsilon(k), d_k=i}\} - V(\epsilon(k), k) &\leq \\ -\lambda_{\min}(-M(i)) \epsilon(k)^T \epsilon(k) &\leq \\ -\gamma \|\epsilon(k)\|^2, \end{aligned} \tag{13}$$

其中  $\gamma = \inf\{\lambda_{\min}(-M(i)), i \in [0, N']\}$ . 再对式(13) 两边从 0 到  $L \geq 1$  求和, 可以得到

$$\begin{aligned} E\{V(\epsilon(L+1), L+1)\} - E\{V(\epsilon(0), 0)\} &\leq \\ -\gamma E\left\{ \sum_{k=0}^L \|\epsilon(k)\|^2 \right\}. \end{aligned} \tag{14}$$

当  $L \rightarrow \infty$  时, 并进行简单变换, 又可以得到

$$E\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|\epsilon(k)\|^2 \right\} \leq \frac{1}{\gamma} \epsilon(0)^T P(d_0) \epsilon(0). \tag{15}$$

而由 Schur 补, 式(12) 等价于(9), 这样便证明了式(12) 成立. 因此根据定义 1, 系统(7) 是随机稳定的.

□

如果控制器采用式(4), 则有如下定理可以保证系统(7) 的随机稳定性:

**定理 2** 如果存在控制器(4), 使得对称矩阵  $P(i_1, \dots, i_n) > 0, \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) > 0$ , 矩阵  $K(i_1, \dots, i_n), i_l, j_l \in [0, \tau]$ , 以及满足式(5) 和(6) 的  $d_k, l = 1, \dots, n$ , 都有

$$\begin{bmatrix} -P(i_1, \dots, i_n) & \Omega^T(i_1, \dots, i_n) \\ \Omega_1(i_1, \dots, i_n) & -\Omega_2(i_1, \dots, i_n) \end{bmatrix} < 0, \tag{16}$$

则带有控制器(4) 的系统(7) 是随机稳定的. 其中

$$\begin{aligned} \Omega_1(i_1, \dots, i_n) &= \\ [(\pi_{i_1}^n)^{1/2}(\bar{A} + \bar{B}K(i_1, \dots, i_n)F(i_1, \dots, i_n)) \cdots \\ (\pi_{i_n}^n)^{1/2}(\bar{A} + \bar{B}K(i_1, \dots, i_n)F(i_1, \dots, i_n))]^T, \\ \Omega_2(i_1, \dots, i_n) &= \\ \text{diag}\{\bar{P}^{-1}(i_1, \dots, i_{n-1}, 0), \dots, \bar{P}^{-1}(i_1, \dots, i_{n-1}, \tau_n)\}, \\ \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) &= \\ \sum_{j_1=0}^{\tau} \pi_{i_1 j_1}^1 \cdots \sum_{j_{n-1}=0}^{\tau} \pi_{i_{n-1} j_{n-1}}^{n-1} P(j_1, \dots, j_{n-1}, j_n). \end{aligned}$$

**证明** 选取以下 Lyapunov 函数:

$$V(\epsilon(k), k) = \epsilon(k)^T P(d_{1k}, \dots, d_{nk}) \epsilon(k). \tag{17}$$

其余的证明与定理 1 相似, 这里不再赘述. □

**注 4** 如果设  $d_{1k} = d_{2k} = \dots = d_{nk}$ , 则系统(7) 便降为在传感器与控制器之间只有单通道的情形, 定理 1 和定理 2 也可以随之降为处理该情形的条件.

从式(9) 和(16) 可以看出, 矩阵不等式都是非线性的, 这便为求解带来困难. 下面基于式(16) 建立一个优化问题, 并使用 CCL 算法使其线性化, 同时计算该问题的全局最优解. 定理 1 的情形是相似

的,为更具代表性,这里基于定理 2 给出优化问题.

设  $X(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) = \bar{P}^{-1}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n)$ , 则式(16)可写为

$$\begin{bmatrix} -P(i_1, \dots, i_n) \\ (\pi_{i_n^0}^n)^{1/2}(\bar{A} + \bar{B}K(i_1, \dots, i_n)F(i_1, \dots, i_n)) \\ \vdots \\ (\pi_{i_n^\tau}^n)^{1/2}(\bar{A} + \bar{B}K(i_1, \dots, i_n)F(i_1, \dots, i_n)) \\ * & * & * \\ -X(i_1, \dots, i_{n-1}, 0) & * & * \\ 0 & \ddots & * \\ 0 & 0 & -X(i_1, \dots, i_{n-1}, \tau) \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \leftarrow \end{matrix} < 0, \tag{18}$$

那么优化问题如下:

$$\begin{aligned} \min & \text{Trace} \sum_{i_1=0}^{\tau} \dots \sum_{j_n=0}^{\tau} (X(i_1, \dots, \\ & i_{n-1}, j_n) \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n)) \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \text{式(18),} \\ \begin{bmatrix} X(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) & I \\ I & \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) \end{bmatrix} \succeq 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{19}$$

下面基于优化问题(19),给出 CCL 算法:

Step1: 首先找到满足条件(18)的一个初始值  $X_0(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n), \bar{P}_0(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n)$ , 并设  $k = 0$ .

Step2:  $V_k = X_k(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n), W_k = \bar{P}_k(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n)$ , 求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} \min & \text{Trace} \sum_{i_1=0}^{\tau} \dots \sum_{j_n=0}^{\tau} (V_k(i_1, \dots, \\ & i_{n-1}, j_n) \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) + \\ & X(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) W_k(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n)), \\ \text{s. t.} & \begin{cases} \text{式(18),} \\ \begin{bmatrix} X(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) & I \\ I & \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) \end{bmatrix} \succeq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Step3: 找到  $X(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n), \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n)$ , 代入条件(16), 如果满足, 则退出; 否则

$$\begin{aligned} k &= k + 1, \\ X_k(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) &= X(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n), \\ \bar{P}_k(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n) &= \bar{P}(i_1, \dots, i_{n-1}, j_n), \end{aligned}$$

转 Step2.

### 4 数值仿真

下面通过一个倒立摆的例子来验证上述结果. 倒立摆的离散化模型<sup>[6]</sup>为

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

相应的系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1.0078 & 0.0301 \\ 0.5202 & 1.0078 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.0001 \\ -0.0053 \end{bmatrix},$$

其中 A 的特征值是 1.1329 和 0.8827. 可以看出, 离散系统是不稳定的. 下面针对控制器(2)和(4)对倒立摆系统进行仿真. 假设网络系统由两个状态结点和控制器结点构成, 即  $m = 3, n = 2$ , 则相应的两种时滞模型的范围是  $[0, 2]$ .

#### 4.1 基于控制器(2)的仿真

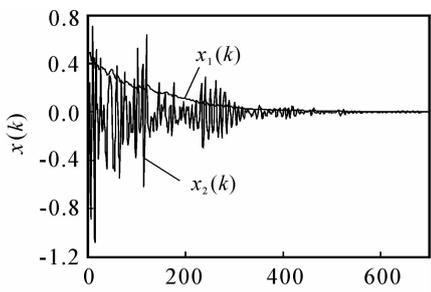
按照第 1 种时滞模型, 系统共有 6 种时滞模式, 即  $[0 \ 1], [0 \ 2], [1 \ 0], [1 \ 2], [2 \ 0], [2 \ 1]$ . 模式的转移概率为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.4 & 0.4 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix}.$$

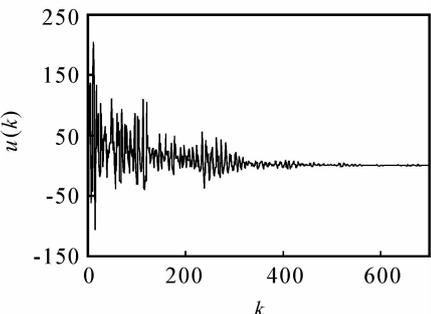
通过求解优化问题(19), 其中需按控制器(2)的结构稍作改动, 可得

$$\begin{aligned} K(0, 1) &= [102.1831 \ 40.0705], \\ K(1, 0) &= [172.6090 \ 191.6035]. \end{aligned}$$

设采样周期为 1, 初始状态  $x(-1) = x(0) = [0.5 \ 0.3]^T, d_{10} = 0, d_{20} = 1$ . 在仿真中利用缓存并结合以上控制器, 可以得到系统的状态响应曲线如图 2(a) 所示, 控制器的轨迹如图 2(b) 所示.



(a) 状态响应  $x(k)$



(b) 控制输入  $u(k)$

图 2 基于控制器(2)的系统状态和控制曲线

## 4.2 基于控制器(4)的仿真

下面基于控制器(4)进行仿真. 随机时滞选取为  $d_{1k} \in \{0,1,2\}$ ,  $d_{2k} \in \{0,1,2\}$ , 并设其传递概率矩阵为

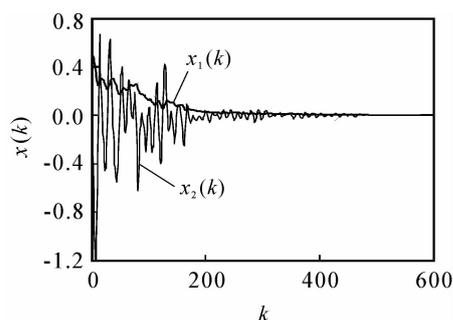
$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.5 & 0.4 & 0.1 \end{bmatrix}, \Pi_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

仍由优化问题(19)得到控制器增益

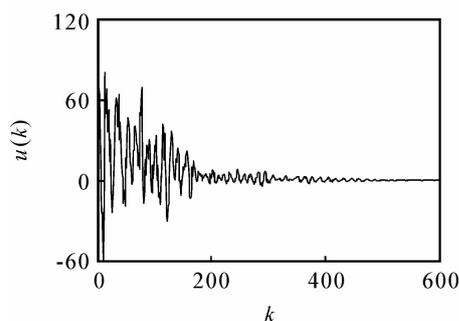
$$K(0,1) = [69.4258 \quad 87.5881],$$

$$K(1,0) = [104.3621 \quad 201.1136].$$

若状态和时滞的初始值不变, 则仍结合缓存可得系统的状态响应如图 3(a) 所示, 控制器的轨迹如图 3(b) 所示.



(a) 状态响应  $x(k)$



(b) 控制输入  $u(k)$

图3 基于控制器(4)的系统状态和控制曲线

**注5** 这里需要说明2个问题: 一是转移概率矩阵的选取, 一般是针对具体网络经大量数据统计得出的, 而在很多文献中都直接给出, 这里为了简化并说明问题, 也直接给出; 二是从本文及文献[5]的仿真都可以看到一种情况, 即单模式情形下子系统不一定稳定, 但整个系统是稳定的, 这也是随机系统的一个特点.

## 5 结论

本文首先针对令牌环网络建立了两种多通道随机时滞模型; 然后基于以上时滞模型设计了状态反馈控制器, 使离散网络控制系统随机稳定, 通过一种修改的 CCL 算法, 得到了控制器增益的最优解; 最后的仿真例子表明了所提出的设计方法的有效性,

并从仿真的角度说明了随机系统稳定不能保证其每个模式都是稳定的. 本文建立的时滞模型并不能完全刻画所有网络诱导的多通道时滞, 比如以太网. 不同于令牌环网络, 以太网是非确定性网络, 且其每个结点的最大时滞是不能确定的. 因此, 如何建立此种网络的多通道时滞模型是下一步的研究工作.

## 参考文献 (References)

- [1] James R M, Dawan M T. The emergence of industrial control networks for manufacturing control diagnostics and safety data[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95 (1): 29-47.
- [2] Tipsuwan Y, Chow M Y. Control methodologies in networked control systems [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(10): 1099-1111.
- [3] Huijun Gao, Tongwen Chen, James Lam. A new delay system approach to network-based control [J]. Automatica, 2008, 44(1): 39-52.
- [4] Dan Huang, Sing Kiong Nguang. State feedback control of uncertain networked control systems with random time delays [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53 (3): 829-834.
- [5] Liqian Zhang, Yang Shi. A new method for stabilization of networked control systems with random delays [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50 (8): 1177-1181.
- [6] Huijun Gao, Tongwen Chen. Stabilization of networked control systems with a new delay characterization [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53 (9): 2142-2148.
- [7] Graham Alldredge, Michael S Branicky. Play-back buffers in networked control systems; Evaluation and design [C]. Proc of the American Control Conf. Seattle, 2008: 3106-3113.
- [8] Rabello A, Bhaya A. Stability of asynchronous dynamical systems with rate constraints and applications [J]. IET Control Theory & Applications, 2003, 150 (5): 546-550.
- [9] Luca Schenato, Bruno Sinopoli. Foundations of control and estimation over lossy networks [J]. Proc of the IEEE, 2007, 95 (1): 163-187.
- [10] Mehrdad Sahebsara, Tongwen Chen. Optimal  $H_2$  filtering in networked control systems with multiple packet dropouts [J]. System and Control Letters, 2008, 57(9): 1-7.
- [11] Ilia G Polushin, Peter X Liu, Chung-Horng Lung. On the model-based approach to nonlinear networked control systems [J]. Automatica, 2008, 44(9): 2409-2414.