

文章编号: 1001-0920(2009)12-1836-05

一类非线性系统的次优控制研究

杨 智, 彭 璐, 范正平

(中山大学 信息科学与技术学院, 广州 510275)

摘 要: 考虑一类关系度不确定且零动态稳定的非线性系统的控制器设计问题. 利用预测控制概念, 通过选用较为全面的二次型性能指标, 对输出进行高阶泰勒级数展开, 推导出一种非切换的解析次优控制律, 进而得出了在该控制律下闭环系统局部稳定的充分条件. 仿真例子验证了该控制算法具有较好的动态性能, 与已有的近似线性化方法相比, 显示了该控制策略的优越性.

关键词: 非线性系统; 关系度不确定; 非线性模型预测控制; 次优控制; 鲁棒关系度

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Suboptimal control study for a class of nonlinear systems

YANG Zhi, PENG Lu, FAN Zheng-ping

(School of Information Science and Technology, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China. Correspondent: PENG Lu, E-mail: penglu0717@126.com)

Abstract: The design of controller for a class of nonlinear systems with ill-defined relative degree and stable zero-dynamics is considered. By selecting the comprehensive quadratic performance index, the higher-order Taylor series expansion for the output is derived on the basis of predictive control concept. As a result, a non-switch analytic suboptimal control law and its sufficient condition for the local stability in the closed-loop system are obtained. The simulation examples show that the system has good dynamic performance under the proposed algorithm. Compared with the existing input-output linearization method, the superiority of the proposed control strategy is obvious.

Key words: Nonlinear systems; Ill-defined relative degree; Nonlinear model predictive control; Suboptimal control; Robust relative degree

1 引 言

实际系统都或多或少地带有非线性的成分, 而非线性控制理论的分析方法远没有线性系统成熟. 根据关系度定义, 可将非线性系统分为两类: 关系度确定和关系度不确定的非线性系统^[1]. 对于关系度确定的非线性系统, 采用坐标变换、精确反馈线性化以及零动态理论, 可以实现系统的镇定、跟踪、扰动和解耦等; 而关系度不确定的一类非线性系统已成为近年来研究的热点和难点之一.

针对关系度不确定的非线性系统, Hauser^[2]首次提出了鲁棒关系度的概念, 并针对该类非线性系统给出了输入输出近似线性化的控制算法. 采用输入输出近似线性化方法虽然可以很容易地分析系统的各种特性, 然而该方法大多采用极点配置来设计控制系统, 控制性能的好坏很大程度上依赖于人为

经验, 因此该方法存在一定的局限性^[3]. 非线性模型预测控制(NMPC)是近年来被广泛讨论的一种控制策略, 其核心是在一个滚动时域内以开环最优代替闭环最优, 并在线求解有限时域开环最优控制的问题^[4,5]. Chen 等^[6-8]基于 NMPC 对关系度不确定的一类非线性系统构造了一种切换解析的非线性模型预测控制律, 该控制律是一个静态的状态反馈控制律, 因而克服了在线求解最优预测控制律的时延问题. 然而 Chen^[9]设计的性能指标比较单一, 构造的控制器需要根据切换条件在不同的状态空间进行切换控制, 这可能会使系统的动态性能下降, 甚至不稳定.

本文提出了融合输出误差积分项及终端约束项的性能指标, 对输出进行高阶泰勒级数展开并取有限项, 从而为关系度不确定且零动态稳定的一类非

收稿日期: 2009-01-21; 修回日期: 2009-04-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60704045).

作者简介: 杨智(1961—), 男, 云南大理人, 教授, 从事复杂系统建模与控制策略、智能检测与自动化仪表等研究;
彭璐(1985—), 女, 湖南衡阳人, 硕士生, 从事复杂系统建模与先进控制等研究.

线性系统找到了一种非切换的解析次优控制器的设计方法. 同时, 根据鲁棒关系度定义, 将整个状态空间划分为奇异空间和非奇异空间, 并分别在两个空间对非线性系统的稳定性进行分析. 最后, 通过仿真结果对比验证了该方法的有效性.

2 预备知识

考虑一类关系度不确定的 SISO 非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t), \\ y(t) = h(x(t)). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n, u \in R, y \in R$ 分别表示状态向量、控制输入和系统输出; f, g, h 均为光滑的向量函数. 假设非线性系统(1) 在平衡点 x_e 处有 $f(x_e) = 0, g(x_e) \neq 0$, 这意味着系统稳态时在平衡点 x_e 附近, 容许的控制输入 $u = 0$. 关系度的定义如下:

定义 1^[1] SISO 非线性系统(1) 称为在 x_0 处具有关系度 r , 对于正整数 $k(k = 0, 1, \dots)$, 如果满足:

- 1) $L_g L_f^k h(x) = 0$, 对于 x_0 的一个邻域内的所有 x , 以及所有 $k < r - 1$;
- 2) $L_g L_f^{r-1} h(x_0) \neq 0$.

则称非线性系统(1) 的关系度是确定的. 否则, 称非线性系统(1) 的关系度是不确定的, 此时 x_0 称为奇异点.

对于关系度不确定的非线性系统, Hauser^[2] 提出了鲁棒关系度的概念.

定义 2 非线性系统具有鲁棒关系度 ρ , 如果存在一组光滑函数 $\varphi_i(x), i = 1, \dots, \rho$, 满足条件

$$\begin{cases} h(x) = \phi_1(x); \\ L_{f+gu} \phi_i(x) = \phi_{i+1}(x) + \varphi_i(x, u), \\ \quad i = 1, \dots, \rho - 1; \\ L_{f+gu} \phi_\rho(x) = b(x) + a(x)u + \varphi_\rho(x, u). \end{cases} \quad (2)$$

其中: 函数 $a(x) = O(1), \varphi_i(x, u) = O(x, u)^2, i = 1, \dots, \rho$.

3 基于非线性模型控制的次优控制算法

3.1 性能指标的选取

性能指标的选取关系到能否全面反映控制系统的总体性能. 考虑到终端约束条件对有限时域滚动优化的稳定性有较大影响, 仿模型预测输出的概念, 选取带有输出终端约束项和输出误差积分项的比较全面的二次型性能指标

$$J = \frac{1}{2} \mu_1 (y(t+T) - y^*(t+T))^2 + \frac{\mu_2}{2} \int_0^T (y(t+\tau) - y^*(t+\tau))^2 d\tau. \quad (3)$$

其中: T 为终端时间; μ_1 和 μ_2 为正数, 分别反映了在性能指标中输出终端约束和输出误差所占的权重; $y(t+\tau)$ 和 $y^*(t+\tau)$ 分别为系统的输出值和期望

值.

非线性模型预测控制中, 最优控制问题就是寻找滚动时域 $[t, t+T]$ 内的最优控制率 $u^*(t)$, 使得性能指标 J 取极小值. 根据极值原理可得最优控制解的必要条件为

$$\left. \frac{\partial J}{\partial u} \right|_{u=u^*} = 0. \quad (4)$$

考虑到在非线性模型预测控制中, 最终得到的只是滚动时域 $[t, t+T]$ 内控制输入的初值, 控制量可采用数字控制系统中的零阶保持器的概念, 相当于取分段常值的形式^[6,10], 即

$$u(t+\tau) \equiv u(t), \tau \in [0, T]. \quad (5)$$

3.2 非切换的解析次优控制器设计

本文所研究的是一类关系度不确定、鲁棒关系度为 ρ , 并且零动态稳定的非线性系统. 首先将非线性系统的输出模型 $y(t+\tau)$ 在 t 附近进行 ρ 阶泰勒级数展开, 从而可得

$$y(t+\tau) = y(t) + \dot{y}(t)\tau + \dots + y^{(\rho)}(t) \frac{\tau^\rho}{\rho!} + o(\tau^\rho) = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \dots & \frac{\tau^\rho}{\rho!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \vdots \\ y^{(\rho)}(t) \end{bmatrix} + o(\tau^\rho). \quad (6)$$

忽略 ρ 次以上的高阶项, 得

$$y(t+\tau) \approx \tau^T y(t). \quad (7)$$

其中

$$y(t) = [y(t) \quad \dot{y}(t) \quad \dots \quad y^{(\rho)}(t)]^T, \quad \tau = [1 \quad \tau \quad \dots \quad \tau^\rho/\rho!]^T.$$

考虑到式(5), 此时将式(1) 中的输出 $y(t)$ 对时间变量 t 持续求导, 直到 ρ 次导数项, 分别可得

$$\begin{aligned} y(t+\tau) &= h(x) \hat{=} q_{0,0}(x), \\ \dot{y}(t+\tau) &= L_f h(x) + L_g h(x)u = L_f h(x) \hat{=} q_{1,0}(x), \\ \ddot{y}(t+\tau) &= L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x)u = L_f^2 h(x) \hat{=} q_{2,0}(x), \\ &\vdots \\ y^{(\rho-2)}(t+\tau) &= L_f^{\rho-2} h(x) + L_g L_f^{\rho-3} h(x)u = L_f^{\rho-2} h(x) \hat{=} q_{\rho-3,0}(x), \\ y^{(\rho-1)}(t+\tau) &= L_f^{\rho-1} h(x) + L_g L_f^{\rho-2} h(x)u \hat{=} q_{\rho-1,0}(x) + q_{\rho-1,1}(x)u, \end{aligned}$$

$$y^{(\rho)}(t + \tau) = L_g^\rho L_f^{\sigma-1} h(x) + L_f L_g L_f^{\sigma-2} h(x) u + L_g^2 L_f^{\sigma-2} h(x) u^2 \hat{=} q_{\rho,0}(x) + q_{\rho,1}(x)u + q_{\rho,2}(x)u^2. \quad (8)$$

其中：“ $\hat{=}$ ”为定义符号；为了表示方便，定义 $q_{i,j}(x)$ 分别为输出 $y(t)$ 的第 i 次导数项中控制量 u^j 前的系数， $i = 1, \dots, \rho, j = 0, 1, 2$ 。即输出 $y(t)$ 对时间变量 t 的各阶导数项均可表示为控制输入 u 的多项式，因此式(8)可以简单表示为

$$y(t) = Q(x)p. \quad (9)$$

其中： $Q(x)_{(\rho+1) \times 3} = [q_{\cdot,0}(x) \ q_{\cdot,1}(x) \ q_{\cdot,2}(x)]$ ； $p = [1 \ u \ u^2]^T$ ； $q_{\cdot,0}(x), q_{\cdot,1}(x), q_{\cdot,2}(x)$ 分别为 $\rho+1$ 维列向量。根据式(8)和(9)，可得

$$\begin{aligned} q_{\cdot,0}(x) &= [q_{0,0}(x) \ \dots \ q_{\rho-1,0}(x) \ q_{\rho,0}(x)]^T, \\ q_{\cdot,1}(x) &= [0 \ \dots \ 0 \ q_{\rho-1,1}(x) \ q_{\rho,1}(x)]^T, \\ q_{\cdot,2}(x) &= [0 \ \dots \ 0 \ q_{\rho,2}(x)]^T. \end{aligned}$$

结合式(9)，将(7)代入性能指标(3)中，可得

$$J = \frac{1}{2}(y - y^*)^T M (y - y^*). \quad (10)$$

其中： $y^* = [y^*(t) \ \dot{y}^*(t) \ \dots \ y^{*(\rho)}(t)]^T$ ，矩阵 M 为 $(\rho+1) \times (\rho+1)$ 的正定实对称矩阵，即

$$M = \mu_1 \tau \tau^T |_{\tau=T} + \mu_2 \int_0^T \tau \tau^T d\tau. \quad (11)$$

将式(10)代入极值必要条件(4)，有

$$\left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^T M (y - y^*) = 0. \quad (12)$$

再用式(9)对 u 求导可得

$$\frac{\partial y}{\partial u} = Q(x) \frac{\partial p}{\partial u}. \quad (13)$$

将式(9)和(13)代入(12)，可以得到次优控制方程为

$$\left(Q(x) \frac{\partial p}{\partial u}\right)^T M (Q(x)p - y^*) = 0. \quad (14)$$

考虑到非线性系统(1)稳态时，在平衡点 x_e 附近容许的控制输入 $u = 0$ ，可将 u 的2阶高次项忽略不计，于是 $p = [1 \ u \ 0]^T$ 。将有关参数代入式(14)，可得

$$\begin{aligned} q_{\cdot,1}(x)^T M (q_{\cdot,0}(x) - y^*) + \\ q_{\cdot,1}(x)^T M q_{\cdot,1}(x)u = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

从中解得该系统的解析次优控制律为

$$u(t) = -\frac{q_{\cdot,1}(x)^T M (q_{\cdot,0}(x) - y^*)}{q_{\cdot,1}(x)^T M q_{\cdot,1}(x)}. \quad (16)$$

式(16)是一个非线性状态反馈控制律，与文献[6]中的控制律不同的是：该控制律不需要考虑在不同状态空间进行切换控制的问题，因此在整个状态空间相当于使用统一的控制律。

现将本文算法归纳如下：

Step1: 根据式(8)对非线性系统(1)的输出连

续求 ρ 次导数，并由式(8)和(9)计算出控制律(16)中的向量 $q_{\cdot,0}(x)$ 和 $q_{\cdot,1}(x)$ 。

Step2: 通过选择合适的终端时间 T 及性能指标权值 μ_1 和 μ_2 ，代入式(11)，从而求得矩阵 M 。

Step3: 将 Step1 和 Step2 中的计算结果 $q_{\cdot,0}(x), q_{\cdot,1}(x)$ ，矩阵 M 及期望输出 y^* 代入式(16)，从而得到所需的非切换的解析次优控制律。

4 关系度不确定非线性系统的稳定性分析

对于关系度不确定且鲁棒关系度为 ρ 的非线性系统(1)，根据鲁棒关系度定义选择新的坐标变换 $T(x) = (\varepsilon, \eta)^T$ ，即

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = h(x), \\ \varepsilon_2 = L_f h(x), \\ \vdots \\ \varepsilon_{\rho-1} = L_f^{\rho-2} h(x), \\ \varepsilon_\rho = L_f^{\rho-1} h(x), \\ \eta = \eta(x). \end{cases} \quad (17)$$

其中： $\varepsilon = (\varepsilon_1 \ \dots \ \varepsilon_\rho)^T$ ； $\eta = (\eta_1 \ \dots \ \eta_{n-\rho})^T$ ，选择 $\eta_j(x)$ 使其满足 $L_g \eta_j(x) = 0, j = 1, \dots, n - \rho$ 。则在新坐标系 $T(x)$ 下，非线性系统(1)可以变换为如下状态方程：

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 = \varepsilon_3, \\ \vdots \\ \dot{\varepsilon}_{\rho-1} = L_f^{\rho-1} h(x) + L_g L_f^{\rho-2} h(x)u, \\ \dot{\varepsilon}_\rho = L_f^\rho h(x) + L_g L_f^{\rho-1} h(x)u, \\ \dot{\eta} = q(\varepsilon, \eta). \end{cases} \quad (18)$$

为了考察在次优控制律(16)的作用下闭环系统的稳定性，根据鲁棒关系度定义，可将整个状态空间划分为两部分：奇异空间 N_s 和非奇异空间 \bar{N}_s 。为了定量描述，定义奇异空间为

$$N_s = \{x \in R^n \mid |L_g L_f^{\rho-2} h(x)| = 0\};$$

则非奇异空间为

$$\bar{N}_s = \{x \in R^n \mid |L_g L_f^{\rho-2} h(x)| \neq 0\}.$$

4.1 奇异空间 N_s 内系统稳定性分析

当系统运行到奇异空间 N_s 内时，可以得到如下定理：

定理 1 在非切换解析次优控制律(16)的作用下，非线性系统(1)在奇异空间 N_s 内平衡点 x_e 附近渐近稳定的充分条件为矩阵 A_{N_s} 的全部特征根均具有负实部，即

$$\text{Re}(\lambda_i(A_{N_s})) < 0, i = 1, \dots, \rho, \quad (19)$$

其中 $(\rho \times \rho)$ 阶矩阵 A_{N_s} 为

$$A_{N_s} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\frac{M_{\rho+1,1}}{M_{\rho+1,\rho+1}} & -\frac{M_{\rho+1,2}}{M_{\rho+1,\rho+1}} & -\frac{M_{\rho+1,3}}{M_{\rho+1,\rho+1}} & \cdots & -\frac{M_{\rho+1,\rho}}{M_{\rho+1,\rho+1}} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

证明 在奇异空间 N_s 内, $L_g L_f^{\rho-2} h(\mathbf{x}) = 0$, 则非线性系统(1)的状态方程可表示为

$$\Sigma_{N_s} : \begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1 = \boldsymbol{\varepsilon}_2, \\ \vdots \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\rho-1} = \boldsymbol{\varepsilon}_\rho, \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\rho = L_f^\rho h(\mathbf{x}) + L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}) u, \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{q}(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\eta}). \end{cases} \quad (21)$$

首先在控制律(16)的作用下, 推导状态方程(21)下非线性系统的控制律. 经过计算, 解析次优控制律(16)可简化为

$$u(t) = -\left(\sum_{i=1}^{\rho} \boldsymbol{\varepsilon}_i M_{\rho+1,i} + L_f^\rho h(\mathbf{x}) M_{\rho+1,\rho+1} + \mathbf{y}^* M_{\rho+1,1} + \dot{\mathbf{y}}^* M_{\rho+1,2}\right) / M_{\rho+1,\rho+1} L_g L_f^{\rho-1} h(\mathbf{x}). \quad (22)$$

将式(22)代入状态方程(21)中第 ρ 个方程, 可得

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_\rho \approx -\sum_{i=1}^{\rho} \frac{M_{\rho+1,i}}{M_{\rho+1,\rho+1}} \boldsymbol{\varepsilon}_i + c_1. \quad (23)$$

其中常数

$$c_1 = -\frac{\mathbf{y}^* M_{\rho+1,1} + \dot{\mathbf{y}}^* M_{\rho+1,2}}{M_{\rho+1,\rho+1}},$$

令 $\mathbf{C} = [0 \ \cdots \ c_1]^T$. 将式(23)代入(21)中第 ρ 个方程, 从而闭环控制系统 Σ_{N_s} 的前 ρ 个方程可近似为一个线性系统 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{A}_{N_s} \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{C}$.

推论 1 如果非线性系统(1)的零动态在平衡点 \mathbf{x}_e 附近是渐近稳定的, 只要近似线性化的系统矩阵 \mathbf{A}_{N_s} 的全部特征根均具有负实部, 则系统(1)在平衡点 \mathbf{x}_e 附近是渐近稳定的, 定理 1 即可得证. \square

4.2 非奇异空间 \bar{N}_s 内系统稳定性分析

当系统状态运行到非奇异空间 \bar{N}_s 内时, 类似于定理 1 的证明过程, 可得到定理 2.

定理 2 在非切换的解析次优控制律(16)的作用下, 关系度不确定且零动态稳定的非线性系统(1)在非奇异空间 \bar{N}_s 内平衡点 \mathbf{x}_e 附近局部渐近稳定的充分条件为

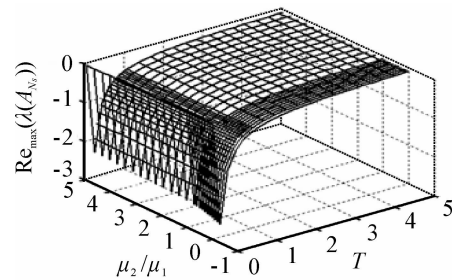
$$\operatorname{Re}(\lambda_i(\mathbf{A}_{\bar{N}_s})) < 0, \quad i = 1, \dots, \rho - 1, \quad (24)$$

其中线性化的 $(\rho - 1) \times (\rho - 1)$ 阶矩阵 $\mathbf{A}_{\bar{N}_s}$ 为

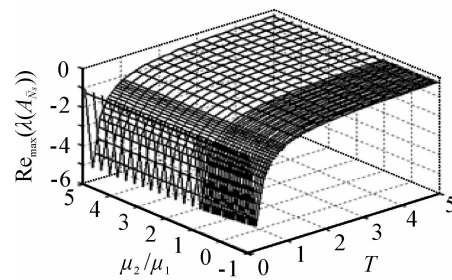
$$\mathbf{A}_{\bar{N}_s} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\frac{M_{\rho,1}}{M_{\rho,\rho}} & -\frac{M_{\rho,2}}{M_{\rho,\rho}} & -\frac{M_{\rho,3}}{M_{\rho,\rho}} & \cdots & -\frac{M_{\rho,\rho-1}}{M_{\rho,\rho}} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

4.3 终端时间和性能指标权值选择

为了进一步考察性能指标权系数 μ_1, μ_2 和终端时间 T 对系统稳定性的影响, 这里取参数 $\rho = 4$, 计算线性化系统矩阵 \mathbf{A}_{N_s} 和 $\mathbf{A}_{\bar{N}_s}$ 中最大特征根的实部 $\operatorname{Re}_{\max}(\lambda(\mathbf{A}_{N_s}))$ 和 $\operatorname{Re}_{\max}(\lambda(\mathbf{A}_{\bar{N}_s}))$ 与性能指标权值比 μ_2/μ_1 和终端时间 T 的关系, 如图 1 所示.



(a) $\operatorname{Re}_{\max}(\lambda(\mathbf{A}_{N_s}))$ 与 μ_2/μ_1 和 T 的关系



(b) $\operatorname{Re}_{\max}(\lambda(\mathbf{A}_{\bar{N}_s}))$ 与 μ_2/μ_1 和 T 的关系

图 1 $\operatorname{Re}_{\max}(\lambda(\mathbf{A}_{N_s}))$ 和 $\operatorname{Re}_{\max}(\lambda(\mathbf{A}_{\bar{N}_s}))$ 与 μ_2/μ_1 和 T 的关系

从图 1 可以看出, 矩阵 \mathbf{A}_{N_s} 和 $\mathbf{A}_{\bar{N}_s}$ 中最大特征根的实部均小于零; 然而当终端时间 T 很小或很大时, 系统矩阵 \mathbf{A}_{N_s} 和 $\mathbf{A}_{\bar{N}_s}$ 最大特征根的实部均有靠近零的趋势, 此时尽管线性化的两个子系统均是稳定的, 却可能给实际非线性系统带来紊乱而使系统不稳定. 因此对于关系度不确定且零动态稳定的非线性系统, 为了保证闭环系统稳定, 必须选择合适的终端时间 T .

5 仿真实验

考虑如下三阶非线性系统^[9]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_1^2 u, \\ \dot{x}_3 = x_2, \\ y = x_3. \end{cases}$$

由于 $L_g L_f h(x) = x_1^2$, 可知 $x_1 = 0$ 是奇异点, 该非线性系统的关系度是不确定的; 由定义 2 可得该非线性系统的鲁棒关系度为 3. 容易验证该非线性系统的零动态是渐近稳定的.

假设系统输出的期望值为 1, 初始状态为原点. 当 $\mu_1 = \mu_2 = 1$, 而终端时间 T 分别取 1s, 3s, 10s 时, 系统输出 x_3 的仿真结果如图 2 所示.

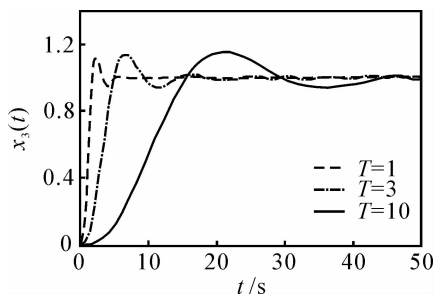


图 2 在不同终端时间下系统的阶跃响应

在相同期望位置和初始条件下, 当参数 $T = 1$ 且 $\mu_1 = 1, \mu_2$ 分别取 0.1, 10, 100 时, 系统输出 x_3 的仿真结果如图 3 所示.

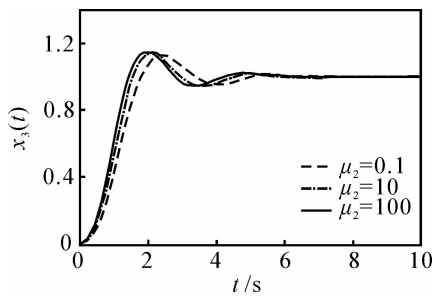


图 3 μ_2 不同时系统的阶跃响应

由图 2 可知, 当性能指标权值 μ_1 和 μ_2 固定时, 终端时间 T 越小, 系统的阶跃响应速度就越快. 图 3 的仿真结果表明, 当 μ_1 和终端时间 T 固定时, 随着 μ_2 的增加, 系统输出响应速度加快.

为了进一步考察本文控制算法的性能, 采用 Hauser 等^[2] 提出的输入输出近似线性化方法对非线性控制系统进行仿真, 并与本文方法进行对比. 采用近似线性化方法时, 构造的控制器为

$$u = x_2 + v/4.$$

其中

$$v = y^{*(3)} + \beta_3(y^{*(2)} - 4x_1) + \beta_2(\dot{y}^* - x_2) + \beta_1(y^* - x_3),$$

β_1, β_2 和 β_3 为近似线性化极点配置参数. 这里选择极点位置分别为 $-0.8, -0.2 + i, -0.2 - i$.

采用本文非切换解析次优控制算法选取参数 $T = 1, \mu_1 = \mu_2 = 1$. 按照 3.2 节算法设计出非切换的解析次优控制律, 其中矩阵 M 为

$$M = \begin{bmatrix} 2.0000 & 1.5000 & 0.6667 & 0.2083 \\ 1.5000 & 1.3333 & 0.6250 & 0.2000 \\ 0.6667 & 0.6250 & 0.3000 & 0.0972 \\ 0.2083 & 0.2000 & 0.0972 & 0.0317 \end{bmatrix}.$$

图 4 为在近似线性化方法和本文次优控制方法下, 系统输出 x_3 的阶跃响应仿真结果.

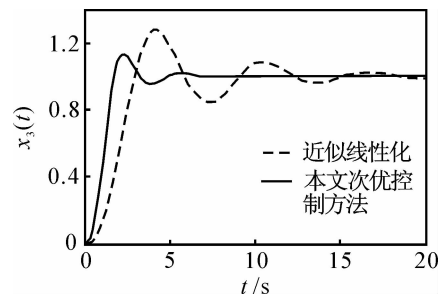


图 4 本文算法与近似线性化算法对比结果

由图 4 可以看出, 本文所设计的非切换解析次优控制方法的闭环系统动态响应性能优于近似线性化方法.

6 结 论

本文基于非线性模型预测控制理论, 针对一类关系度不确定且零动态稳定的非线性系统, 通过设计比较全面的二次型性能指标, 对输出进行高阶泰勒级数展开, 从而推导出非切换的解析次优控制律, 并且进一步得出在该控制律下闭环系统局部稳定的充分条件. 本文设计的控制律与传统的近似线性化方法相比, 不需要依赖人为的经验来选择极点配置的位置, 在平衡点附近能够保证闭环系统的稳定性.

参考文献 (References)

- [1] Isidori A. Nonlinear control systems[M]. New York: Springer-Verlag, 1995.
- [2] Hauser J, Sastry S, Kokotovic P. Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(3): 392-398.
- [3] 胡跃明, 胡终须, 毛宗源. 非线性控制系统的近似化方法[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(2): 160-165. (Hu Y M, Hu Z X, Mao Z Y. Approximation methods of nonlinear control systems[J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(2): 160-165.)
- [4] Chen W H, Ballance D J, Reilly J O. Model predictive control of nonlinear system: Computational burden and stability [J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 2000, 147(4): 387-394.