

文章编号: 1001-0920(2009)12-1856-05

冲突再分配 DS_mT 及解决证据间矛盾的新方法

曲圣杰, 程咏梅, 潘 泉, 梁 彦, 张绍武

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘 要: DS_mT 在处理多证据信源融合时, 存在冲突焦元置信指派不合理增长, 主焦元基本置信指派不合理收敛的问题, 使决策困难. 首先分析问题产生的原因, 对 DS_mT 组合公式给出了改进意见, 提出一种冲突再分配的 DS_mT 组合公式; 然后针对多证据融合时证据间存在矛盾的问题, 提出一种基于冲突率的折扣算法, 修正置信指派. 算例分析表明, 采用上述算法可使主焦元基本置信指派得到合理收敛, 冲突焦元得到合理处置, 融合结果有利于决策.

关键词: Dezert-Smarandache; 证据推理; 冲突再分配; 多证据融合

中图分类号: TP212.9

文献标识码: A

Conflict-redistribution DS_mT and new methods dealing with conflict among evidences

QU Sheng-jie, CHENG Yong-mei, PAN Quan, LIANG Yan, ZHANG Shao-wu

(Institute of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China. Correspondent: QU Sheng-jie, E-mail: qushengjie@163.com)

Abstract: There is something illogical in dealing with multi evidences' fusion using DS_mT. The conflicting focal elements rise illogically and the main focal element can't converges for making decision. The reason is analyzed firstly, methods are given to improve DS_mT, and a combining formula of conflict-redistribution DS_mT is proposed. A method of discount genes construction based on conflict rate of evidence for modifying evidence is also presented to solve the conflict among evidences. Simulation examples show the effectiveness of the methods.

Key words: Dezert-Smarandache; Evidence reasoning; Conflict redistribution; Multi evidences fusion

1 引 言

证据推理是一种对包含不确定信息的多个信源进行融合的理论, 在处理不确定信息方面的优势已得到了广泛认可. 但在处理某些特别问题时呈现出悖论结果, 对此, 很多学者提出了解决方案. 2002 年 Dezert^[1] 通过保留冲突焦元置信指派值, 得到了一种有效的证据冲突组合方法——Dezert-Smarandache Theory (DS_mT), 在一定程度上有效地处理了高冲突问题, 近年来受到很大关注. 但本文在实验中发现, DS_mT 在处理多证据融合问题时, 即使对于冲突很低的证据, 也存在冲突焦元基本置信指派不合理增长, 主焦元基本置信指派不合理减少甚至趋于零的问题, 使得采用融合后的基本置信指派作为依据进行决策变得非常困难. 分析认为,

DS_mT 组合公式中尽管保留了冲突焦元, 但在组合过程中对冲突焦元处理不当, 就会导致问题出现; 另外, 由于传感器的不精确性或是噪声干扰, 使证据之间也存在矛盾, 导致融合过程中主焦元基本置信指派剧烈波动, 冲突焦元基本置信指派增大.

早在 Dempster 理论^[2] 暴露出某些悖论问题时, 很多学者就提出了对冲突的解决思想. Yager^[3] 认为辨识框架是完备的 (闭世界), 冲突部分表示了不可靠信息, 因此他把冲突部分加入未知不确定中. Dubois 等^[4] 则认为, 由两个焦元之间产生的冲突应归属于二者之间的不确定焦元, 而不应归属于未知不确定. 近年来逐渐完善的比例冲突再分配理论^[5] 认为, 冲突产生于确定焦元之间, 不确定信息不参与产生冲突. 张山鹰^[6] 等学者提出一种吸收法的改进方法, 认为基本置信指派较大的焦元对冲突的产生

收稿日期: 2009-01-09; 修回日期: 2009-04-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60634030); 航空科学基金项目 (2006ZC53037, 2007ZC53037); 高等学校博士学科专项科研基金项目 (20060699032).

作者简介: 曲圣杰 (1982—), 男, 山东烟台人, 博士生, 从事证据推理、景象匹配的研究; 程咏梅 (1960—), 女, 西安人, 教授, 博士生导师, 从事信息融合、多目标跟踪等研究.

起决定性的作用,按一定的规则将冲突分配到有较大基本置信指派的焦元中.在对证据间矛盾的处理问题上,Murphy^[7]首先将证据的基本置信指派进行平均得到平均证据,然后再融合.邓勇等^[8]在 Murphy 方法的基础上,给出了度量系统中各个证据间的相似性程度的公式用以构造折扣因子.

本文首先深入分析了 DSMT 框架下冲突焦元基本置信指派不合理增长的原因;然后结合 Yager 和 Dubois 以及比例冲突再分配理论对冲突处理的思想,对 DSMT 组合公式进行了改进,提出一种冲突再分配的 DSMT 组合公式;同时针对证据间矛盾的问题,提出一种基于冲突率的折扣算法,在融合前对证据的基本置信指派进行修正;最后通过算例对算法的有效性进行了验证.

2 一种冲突再分配的 DSMT 组合公式

2.1 问题的提出

一种似真和冲突推理理论,也被称为 Dezert-Smarandache 理论(DSMT),是由 Dezert^[1]提出并由 Dezert 和 Smarandache 等学者共同发展起来的.它在辨识框架中保留了冲突焦元的基本置信指派,并引入了超平方集,已经证明可以更好地处理高冲突信息.组合公式如下:

$$m(A) = \begin{cases} 0, & A = \emptyset; \\ \sum_{B_i, C_j \in D^\theta, B_i \cap C_j = A} m_1(B_i)m_2(C_j), & A \neq \emptyset. \end{cases} \quad (1)$$

其中 $m(A)$ 表示焦元 A 的基本置信指派.

这里首先通过一个算例来指出 DSMT 在处理多证据融合问题时存在的问题.给出如下一个证据: $m(A) = 0.9, m(B) = 0.05, m(\Theta) = 0.05$ ($m(\Theta)$ 表示未知信息的基本置信指派).可以看出,这个证据很明显地支持焦元 A ,让相同证据多次进行融合.按照正常的逻辑,这些明显支持焦元 A 的证据融合后,冲突焦元和不确定信息的基本置信指派都不断减小,焦元 A 的基本置信指派应逐渐增大并收敛.但实验结果却与之不同,焦元 A 的置信指派非但没有上升,反而逐渐减小直到趋于 0;而冲突焦元则呈现不合理的增长,经过 50 次融合后竟达到 0.9231,如表

表 1 多次支持焦元 A 证据 DSMT 融合结果

	融合前	5 次融合	10 次融合	20 次融合	50 次融合
$m(A)$	0.9000	0.7738	0.5987	0.3585	0.0769
$m(B)$	0.0500	0.0001	9.9e-11	e-20	e-50
$m(A \cap B)$	0.0000	0.2259	0.4013	0.6415	0.9231
$m(A \cup B)$	0.0500	0.0002	9.8e-14	9.5e-27	8.9e-66

1 所示.根据这样的融合结果已不利于做出任何决策.

针对上面提出的问题,从 DSMT 组合公式中冲突焦元产生的原理出发,进行如下分析.从式(1)可以看出,DSMT 组合规则认为,任何两个焦元都是以相交的形式进行组合,如果组合后产生的是含有交集的焦元,例如 $(A \cap B) \cup C$,则认为得到的是冲突焦元.事实上只要不包含空集,相交运算只能使交集一直保留,而不会消失,这就意味着冲突焦元一经产生,便不会进行任何再次分配,只能进行重组、传递和累积.这种对冲突的处理方式导致的直接结果是,只要多个证据进行融合,冲突焦元的基本置信指派便会持续不合理增加.例如两个 2 维证据采用 DSMT 组合方式进行组合时,除去空集后的 16 个组合里,有 7 个组合产生的是冲突焦元;而两个 3 维证据在进行组合时,324 个组合中竟有 299 个组合产生的是冲突焦元.

通过上述分析可知,DSMT 对冲突的不合理处理主要体现在以下几个方面:1) 冲突信息不仅来源于明确表达信息的单焦元之间,而且还可能来自于不同的冲突之间;2) 冲突与未知信息之间也可能产生冲突;3) 在组合过程中,冲突焦元一经产生,便不会再次分配.例如, $A \cap B$ 焦元和 $B \cap C$ 焦元组合会产生 $A \cap B \cap C$ 的冲突焦元;而 $(A \cap B) \cup C$ 焦元和 $A \cup B$ 焦元组合则会产生 $[(A \cap B) \cup C] \cap (A \cup B)$ 的冲突焦元.

2.2 冲突再分配 DSMT 组合公式(CR-DSMT)

本文结合 Yager^[2] 和 Dubois^[3] 以及比例冲突再分配理论^[5] 对冲突处理的思想,对 DSMT 组合公式中冲突焦元的处理方式进行了改进,提出一种冲突再分配 DSMT 组合公式(CR-DSMT).新的组合公式基于如下思想:1) 冲突信息仅由确定焦元信息之间的冲突产生,不确定信息不参与冲突的产生;2) 当冲突信息与不确定信息以及冲突信息之间组合时,会加深系统的不确定性;3) 当冲突信息与涉及产生该冲突的确定单焦元组合时,将冲突信息根据组合结果分配给相应的单焦元.

例如 $A \cap B$ 和 $B \cap C$ 两个冲突信息组合会产生 $A \cup B \cup C$ 的不确定信息, $(A \cap B) \cup C$ 和 $B \cup C$ 组合产生 $A \cup B \cup C$ 的不确定信息,而 $B \cap C$ 和 B 组合会将组合后的基本置信指派分配给单焦元 B ;另外 $B \cap C$ 和 A 的组合仍会产生 $A \cup B \cup C$ 的不确定信息,因为焦元 A 没有参与冲突 $B \cap C$ 的生成.

由此可得到 CR-DSMT 组合公式,定义如下:

假设辨识框架为 $2^\theta, \{\theta_1, \theta_2, \dots\}$ 为证据中的焦元,则有

$$\left\{ \begin{aligned}
 &m(\phi) = 0; \\
 &m(A) = \sum_{\substack{X_1, \dots, X_k \in D^\theta, \\ X_1 \cap \dots \cap X_k = A}} \prod_{i=1}^k m_i(X_i), \\
 &\text{当组合的焦元中不包含冲突焦元时;} \\
 &m(U) = \sum_{\substack{X_1, \dots, X_k \in D^\theta, \\ U \triangleq u(X_1) \cup \dots \cup u(X_k)}} \prod_{i=1}^k m_i(X_i), \\
 &(u(X) \text{ 是组成 } X \text{ 的所有 } \theta_i \text{ 的并集}) \\
 &\text{当冲突焦元之间相互组合以及冲突焦元} \\
 &\text{与不确定信息焦元组合时;} \\
 &m(U) = \sum_{\substack{X_1, \dots, X_k \in D^\theta, \\ U \triangleq X_1 \cup \dots \cup X_k}} \prod_{i=1}^k m_i(X_i), \\
 &\text{当冲突焦元与涉及产生该冲突单焦元组合时.}
 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

CR-DSmT 组合公式没有改变 DSmT 组合公式的辨识框架, 是对 DSmT 在工程应用环境中多证据融合时冲突的来源与再分配进行的改进和处理, 所以保留了其对高冲突证据处理时的优势. 以 Zadeh^[9] 问题为例, 假设两个医生对同一个病人进行诊断都认为病人可能患病是脑膜炎(M), 脑震荡(C), 或者是脑肿瘤(T)中的一种疾病, 因此辨识框架为 $\Theta = \{M, C, T\}$. 假设两位医生都认为病人患肿瘤的可能性很低, 但分别认为患其他两种疾病的可能性很高, 诊断结果可表示为: $m_1(M) = 0.99, m_1(T) = 0.01, m_2(C) = 0.99, m_2(T) = 0.01$. 如果采用 Dempster^[2] 的组合公式进行组合, 则会得到 $m_1(T) = 1$, 即患者 100% 得脑肿瘤这样不合理的结果; 如果采用 DSmT 组合公式进行组合, 则会得到 $m(M \cap C) = 0.9801, m(M \cap T) = 0.0099, m(C \cap T) = 0.0099, m(T) = 0.0001$ 这样合理的结果; 而采用冲突再分配 DSmT 组合公式进行组合后, 得到的结果与 DSmT 完全相同.

另外值得一提的是, 采用冲突再分配 DSmT 组合公式对 2 维证据进行融合时, 与 DSmT 计算量相同; 而对 3 维证据进行融合时, 由于在组合过程中减少了 $A \cap B \cap C$ 和 $[(A \cap B) \cup C] \cap (A \cup B)$ 两个焦元, 计算量略有下降; 依此类推, 当证据维数 ≥ 3 时, 由于组合过程中会相应地减少部分组合焦元, 计算量都会有所下降.

3 一种基于冲突率的折扣算法

DSmT 在对多个证据进行融合时, 忽略了证据之间的相互冲突. 在现实问题中, 由于传感器的不精确性或是噪声干扰, 有可能造成多证据中的某一个或几个证据不准确甚至错误, 明显与其他证据矛盾

的情况; 还会导致在融合过程中主焦元基本置信指派剧烈波动以及冲突焦元基本置信指派的大幅增加. 为了进一步提高 DSmT 在多证据融合时的效果, 从处理证据之间相互矛盾的角度出发, 本文在 DSmT 框架下提出了一种基于冲突率构造折扣算法, 在融合之前对基本置信指派进行折扣修正.

3.1 算法描述

基于冲突率的折扣算法描述如下. 首先, 分别衡量所要融合的证据与其他证据之间的冲突率; 然后分别计算每个证据的平均冲突率, 对所有证据的平均冲突率从小到大进行排序后, 采用 K 最近邻法构造折扣因子, 并通过折扣运算对基本置信指派进行修正. 当其中一个证据的平均冲突率最大时, 表明该证据与其他证据的矛盾最大, 可能是不精确或收到噪声干扰后得到的证据, 折扣运算后变成了未知信息为 1 的元, 所以融合过程中应予以剔除. 算法流程如图 1 所示.

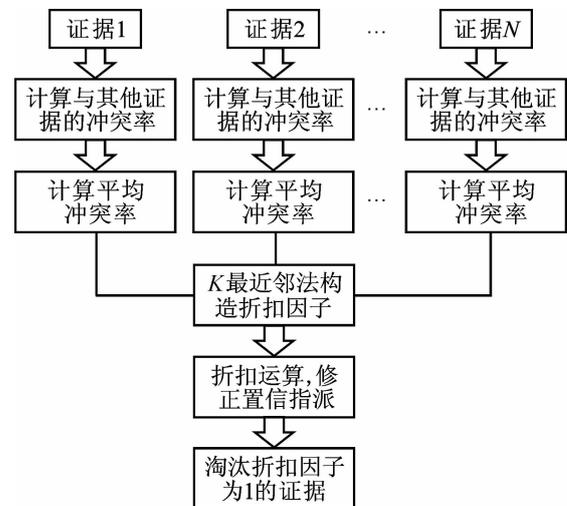


图 1 基于冲突率的折扣算法流程图

3.2 冲突率的定义

在证据推理中, 矛盾因子可以表示证据冲突的大小, 但不一定能说明两证据命题是否矛盾. 当矛盾因子很小时, 证据仍然可能是矛盾命题. 如 $m_1(a) = 0.1, m_1(b) = 0.2$ 和 $m_2(a) = 0.2, m_2(b) = 0.1$ 的两个证据, 其矛盾因子虽仅为 0.05, 但证据是矛盾命题. 因此引入冲突率的概念, 定义冲突率为用于衡量两个证据之间相互冲突程度的量, 计算公式如下:

$$\lambda = \frac{\sum_{B_i \cap C_j = \emptyset} m_1(B_i) m_2(C_j)}{\sum_{A \subseteq U} m_1(A) m_2(A) + \sum_{B_i \cap C_j = \emptyset} m_1(B_i) m_2(C_j)}, \quad (3)$$

其中 A 为辨识框架中的单焦元. 有如下结论:

- 1) 当 $\lambda = 0$ 时, 两证据没有冲突;

2) 当 $0 < \lambda \leq 0.5$ 时,两证据为冲突但不矛盾的命题;

3) 当 $0.5 < \lambda < 1$ 时,两证据为相互矛盾命题(如 $m_1(a) > m_1(b)$ 和 $m_2(a) < m_2(b)$ 矛盾);

4) 当 $\lambda = 1$ 时,两证据为完全矛盾命题.

由此可知,上述例子中组合后的冲突焦点基本置信指派虽为 0.05,但是 $\lambda = 0.56 > 0.5$,所以两证据为相互矛盾命题,与人们的直观感觉相符合.

3.3 算法步骤

Step1: 计算平均冲突率. 首先衡量所要融合的证据与其他各证据之间的冲突率,然后计算每个证据的平均冲突率. 某个证据与其他所有证据的平均冲突率计算公式如下:

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n \lambda_{ij}, \quad (4)$$

其中 n 为证据个数.

Step2: 利用 K 最近邻法计算折扣因子. 在折扣因子计算中,假定平均冲突率最小的证据折扣因子为 0,平均冲突率最大的证据折扣因子为 1,由 K 最近邻法得到各个证据的折扣因子. 首先对所有 $\bar{\lambda}_i$ 排序,得到最大值 $\bar{\lambda}_{\max}$ 和最小值 $\bar{\lambda}_{\min}$,则第 i 个证据的折扣因子 α_i 定义为

$$\alpha_i = \frac{|\bar{\lambda}_i - \bar{\lambda}_{\min}|}{|\bar{\lambda}_{\max} - \bar{\lambda}_{\min}|}. \quad (5)$$

Step3: 折扣运算,对基本置信指派进行修正. 假设辨识框架为 Θ ,第 i 个证据的基本置信指派函数为 $m_i, 0 < \alpha_i < 1$,则有折扣运算公式如下:

$$m_i^{\alpha_i}(a) = \begin{cases} (1 - \alpha_i)m_i(a), & a \neq \Theta; \\ \alpha_i + (1 - \alpha_i)m_i(a), & a = \Theta. \end{cases} \quad (6)$$

Step4: 剔除折扣因子为 1 的证据.

4 算例仿真分析

首先对第 2.1 节中提出的算例采用 CR-DS_mT 组合公式进行仿真实验,结果如表 2 所示. 可以看出,主焦点 A 的基本置信指派 $m(A)$ 得到了合理的增长,经过 10 次融合之后,稳定地收敛于 0.9446;冲突焦点和不确定信息基本置信指派都得到了合理的抑制,根据融合结果可以很好地做出决策.

表 2 多次支持焦点 A 证据 CR-DS_mT 融合结果

	融合前	3 次融合	5 次融合	10 次融合	20 次融合
$m(A)$	0.9000	0.9382	0.9441	0.9446	0.9446
$m(B)$	0.0500	0.0054	0.0031	0.0029	0.0029
$m(A \cap B)$	0.0000	0.0518	0.0501	0.0499	0.0499
$m(A \cup B)$	0.0500	0.0046	0.0027	0.0026	0.0026

下面再对一组冲突相对较大的 3 维证据,分别采用 DS_mT 组合公式,CR-DS_mT 组合公式,基于冲

突率的折扣运算后采用 DS_mT 组合公式,基于冲突率的折扣运算后采用 CR-DS_mT 组合公式融合,对实验结果进行横向对比. 实验中采用的算例为表 3 所示的 10 个证据,算例中所有证据均在一定程度上倾向于支持焦点 A .

表 3 折扣运算前的 3 维证据

	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
证据 1	0.60	0.20	0.10	0.10
证据 2	0.70	0.10	0.10	0.10
证据 3	0.55	0.20	0.15	0.10
证据 4	0.65	0.30	0.00	0.05
证据 5	0.66	0.15	0.14	0.05
证据 6	0.75	0.05	0.15	0.05
证据 7	0.70	0.20	0.05	0.05
证据 8	0.50	0.40	0.05	0.05
证据 9	0.60	0.05	0.30	0.05
证据 10	0.70	0.01	0.25	0.04

按照式(3)和(4)计算 10 个证据的平均冲突率为: 0.4881, 0.4393, 0.5158, 0.4802, 0.4765, 0.4371, 0.4553, 0.5592, 0.5165, 0.47. 从平均冲突率可以看出,第 3 个,第 8 个,第 9 个证据与其他证据之间冲突相对较大. 按照式(5)构造 10 个证据的折扣因子为: 0.4181, 0.0175, 0.6443, 0.3527, 0.3228, 0, 0.1491, 1, 0.6504, 0.2691. 折扣运算后的基本置信指派如表 4 所示,第 8 个证据由于折扣因子为 1 而被修正成未知信息为 1 的么元,因此在融合过程中予以剔除,只融合其余 9 个证据.

表 4 折扣运算后的 3 维证据

	$m(A)$	$m(B)$	$m(C)$	$m(\Theta)$
证据 1	0.3492	0.1164	0.0582	0.4763
证据 2	0.6878	0.0983	0.0983	0.1157
证据 3	0.1957	0.0711	0.0534	0.6798
证据 4	0.4207	0.1942	0.0000	0.3851
证据 5	0.4470	0.1016	0.0948	0.3566
证据 6	0.7500	0.0500	0.1500	0.0500
证据 7	0.5956	0.1702	0.0425	0.1916
证据 8	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000
证据 9	0.2098	0.0175	0.1049	0.6679
证据 10	0.5116	0.0073	0.1827	0.2983

融合结果如图 2 ~ 图 5 所示.

从仿真结果可以看出,采用 DS_mT 组合公式,冲突焦点会急剧增长并趋于 1,主焦点指派值降到了 0.02 以下,很难做出决策,见图 2;采用 CR-DS_mT 组合公式后,主焦点基本置信指派接近于 0.7,冲突焦点基本置信指派得到了相应抑制,达

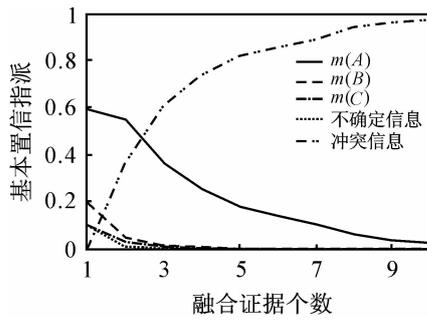


图 2 DSmT 融合结果

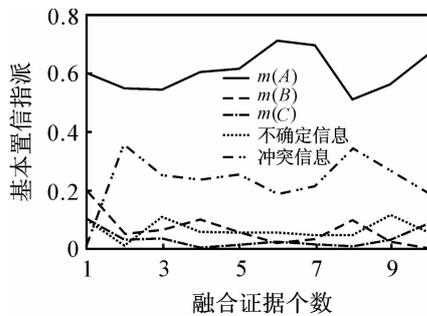


图 3 CR-DSmT 融合结果

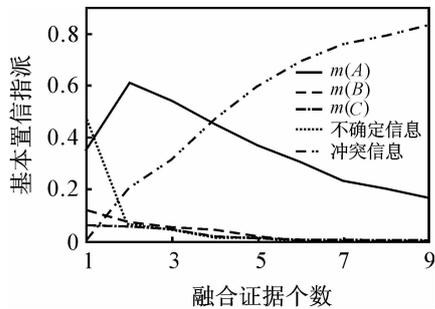


图 4 折扣运算 + DSmT 融合结果

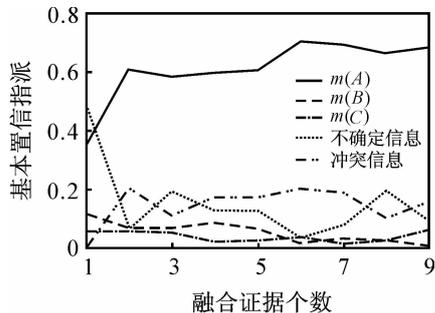


图 5 折扣运算 + CR-DSmT 融合结果

到了预期的效果,但由于证据间存在矛盾冲突,主焦点置信指派出现了波动情况,见图 3;先采用基于冲突率的折扣运算再用 DSmT 组合公式融合时,尽管对证据相互之间的矛盾进行了预处理,但由于 DSmT 对冲突焦点处理不当,冲突焦点基本置信指派虽然相对图 2 有所抑制,主焦点基本置信指派有所增加,但仍然达不到决策的要求,见图 4;先采用基于冲突率的折扣运算再用 CR-DSmT 组合公式融合时,对证据间矛盾和冲突焦点都进行了合理的处理,所以得到了最好的效果,主焦点基本置信指派平稳收敛于 0.7,冲突焦点指派得到了进一步的抑制,

见图 5.

5 结 论

首先通过分析指出,DSmT 在处理多证据融合问题时存在冲突焦点基本置信指派不合理增长,主焦点基本置信指派不合理收敛甚至趋于零,融合结果不利于作为决策依据的问题;然后从 DSmT 对冲突焦点的来源和处理的角度的角度进行分析,对 DSmT 组合公式进行改进,提出了 CR-DSmT 组合公式;同时为了处理证据之间的相互矛盾,解决融合过程中主焦点基本置信指派剧烈波动的问题,提出了一种基于冲突率的折扣算法,在融合前对证据进行折扣修正.算例仿真表明,采用 CR-DSmT 组合公式后,主焦点基本置信指派得到了合理增加,同时采用基于冲突率的折扣运算后,主焦点基本置信指派平稳收敛,融合结果可以为决策提供很好的依据.

参考文献 (References)

- [1] Dezert J, Smarandache F. On the generation of hyperpowersets for the DSmT[C]. Proc of Fusion 2003 Conf. Cairns, 2003: 1118-1125.
- [2] Shafer G. A mathematical theory of evidence [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [3] Yager R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. Information Sciences, 1987, 41 (2): 93-138.
- [4] Dubois D, Prade H. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures[J]. Computational Intelligence, 1998, 4(3): 244-264.
- [5] Floretin Smarandache, Jean Dezert. Advances and applications of DSmT for information fusion (collected works) [M]. New York: American Research Press Rehoboth, 2006.
- [6] 张山鹰, 潘泉, 张洪才. 一种新的证据推理组合规则 [J]. 控制与决策, 2000, 15(5): 540-544. (Zhang S Y, Pan Q, Zhang H C. A new kind of combination rule of evidence theory[J]. Control and Decision, 2000, 15(5): 540-544.)
- [7] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision Support Systems, 2000, 29(1): 1-9.
- [8] 邓勇, 施文康, 朱振福. 一种有效处理冲突证据的组合方法[J]. 红外与毫米波学报, 2005, 23(1): 27-32. (Deng Y, Shi W K, Zhu Z F. Efficient combination approach of conflict evidence [J]. J of Infrared Millimeter and Waves, 2005, 23(1): 27-32.)
- [9] Zadeh L. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. AI Magazine, 1986, 7(2): 85-90.