

文章编号: 1001-0920(2009)12-1786-05

不确定离散时间系统积分滑模保性能控制

刘 涛, 刘贺平, 杨 旭

(北京科技大学 信息工程学院, 北京 100083)

摘 要: 针对不确定离散时间系统, 研究其积分滑模 (ISM) 保性能控制的设计问题. 将最优保性能积分滑模面设计问题, 转化为一个具有线性矩阵不等式 (LMI) 约束的目标函数凸优化问题, 给出了最优保性能积分滑模面存在的充分条件, 并结合干扰估计器设计相应的保性能控制器. 与传统滑模控制相比较, 积分滑模保性能控制系统具有全阶滑动模态, 系统的鲁棒性得到加强, 消除了控制抖振和稳态抖振. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 离散时间系统; 积分滑模; 线性矩阵不等式; 保性能控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Integral-sliding-mode guaranteed cost control for discrete-time system with uncertainty

LIU Tao, LIU He-ping, YANG Xu

(School of Information Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China.

Correspondent: LIU Tao, E-mail: liutao19832001@163.com)

Abstract: The integral-sliding-mode (ISM) guaranteed cost control is studied for a class of uncertain discrete-time linear systems. The optimal guaranteed cost integral-sliding-mode surface can be formulated as a convex optimization problem with linear matrix inequalities (LMI). A sufficient condition for a existence of optimal guaranteed cost integral-sliding-mode is derived. Furthermore, guaranteed cost controllers are provided with disturbance estimator. Compared with traditional sliding-mode control, integral-sliding-mode guaranteed cost control systems have full-order sliding-mode, which can improve the robustness, and chattering is eliminated. Finally, a simulation example shows effectiveness of the proposed method.

Key words: Discrete-time systems; Integral-sliding-mode; Linear matrix inequalities; Guaranteed cost control

1 引 言

滑模控制是一种鲁棒控制方法, 其滑动模态对满足匹配条件的参数摄动以及外部干扰具有不变性, 因而受到控制界众多学者的关注. 以趋近率为基础的滑模控制, 由于惯性或有限采样频率的存在, 使得系统产生控制抖振和稳态抖振, 系统仅在滑动模态阶段才具有鲁棒性^[1-4].

传统滑模控制在跟踪任意轨迹时, 若存在一定的外部扰动, 则可能会带来稳态误差, 不能达到要求的性能指标^[5]. 为此, Chern 等^[6,7]提出了一种积分滑模控制 (ISMC) 方案, 但要求系统模型是可控标准型, 不包括任何零点. 文献^[8]提出一种在满足匹配条件下, 对于最小相位系统及非最小相位系统均适用的积分滑模控制方法. ^[9]针对带有时变时滞不确

定随机系统, 利用线性矩阵不等式 (LMI) 方法设计积分滑模面和滑模控制器. ^[10]在未知不确定界的情况下, 对非匹配时变线性系统采用模糊积分滑模控制策略, 保证了滑动模态的可达性和闭环系统的稳定性. ^[11]提出一种基于输出反馈的积分滑模控制器设计方法. ^[12]基于奇异扰动技术, 设计了一种针对不确定状态时滞系统的积分滑模次优控制器. ^[13]利用 LMI 方法对非匹配不确定系统进行积分滑模面和控制设计, 得到了满足全阶滑动模态渐近稳定和 α -稳定约束的积分滑模面存在条件. 然而, 上述方法均是关于连续时间积分滑模控制进行研究的.

随着计算机技术的发展和广泛应用, 控制算法越来越多地利用数字计算机来实现, 因而对离散系

收稿日期: 2009-01-20; 修回日期: 2009-03-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60374032).

作者简介: 刘涛 (1983—), 男, 河北河间人, 博士生, 从事滑模变结构控制、自适应控制等研究; 刘贺平 (1951—), 男, 沈阳人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模与控制、自适应控制等研究.

统滑模控制的研究也越来越深入. 其中, 离散时间积分滑模控制也取得一些研究成果, 如文献 [14] 和 [15] 分别提出了离散积分滑模控制器和输出跟踪滑模控制器的设计方法, 但均没有考虑系统的过程控制性能指标.

本文针对一类不确定性离散时间系统, 结合保性能指标, 提出一种基于 LMI 方法的最优保性能积分滑模面和保性能滑模控制器的设计方法. 将最优保性能积分滑模面的存在问题等价成一个具有 LMI 约束的目标函数凸优化问题, 得出了最优保性能积分滑模面的充分条件, 并利用干扰估计器设计相应的保性能控制器. 系统状态一开始就位于滑模面上, 消除了系统的趋近运动; 系统具有全程鲁棒性, 消除了控制抖振和系统稳态抖振.

2 问题描述

考虑不确定连续时间系统

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + (B + \Delta B(t))u(t) + Bd(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n, u(t) \in R^r, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times r}, d(t) \in R^{n \times 1}$.

假设 1 系统(1)具有完全能控性, $d(t)$ 为有界光滑外部扰动.

假设 2 ΔA 和 ΔB 满足匹配条件, 即

$$\Delta A(t) = B\Delta D(t), \Delta B = B\Delta E(t),$$

其中 $\Delta D(t)$ 和 $\Delta E(t)$ 是具有适当维数的时变矩阵.

系统(1)可写成如下形式:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Bf(t), \quad (2)$$

其中 $f(t) = \Delta D(t)x(t) + \Delta E(t)u(t) + d(t)$ 称为等效干扰.

对系统(2)加入保持过程与采样过程, 对应的采样周期为 T 的离散时间系统表达式为

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + \Gamma f(k). \quad (3)$$

其中 $\Phi = e^{AT}, \Gamma = \int_0^T e^{A\tau} d\tau B$.

注 1 确定离散时间模型(3)并不是系统(2)离散化后的准确模型, 而是一个具有 $O(T^2)$ 阶次的估计模型 [16].

对系统(3)定义一个性能指标函数

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} x^T(k)Qx(k), \quad (4)$$

其中 Q 为一个给定的加权矩阵.

定义 1 对于不确定离散系统(3)和给定的性能指标函数(4), 若存在控制律 $u^*(k)$ 和正实数 J^* , 使得在控制律 $u^*(k)$ 的作用下系统(3)保持在积分滑模面 $\sigma(k) = 0$ 上作理想准滑动模态运动, 闭环系统渐近稳定且性能指标 J 满足 $J \leq J^*$, 则称 J^* 为闭

环系统的保性能, $\sigma(k) = 0$ 为保性能积分滑模面, $u^*(k)$ 为保性能积分滑模控制律.

本文的目的是针对不确定离散时间系统(3)和性能指标函数(4), 给出使保性能 J^* 最小化的最优保性能积分滑模面的存在条件和设计方法, 并进一步探讨在不确定界未知的情况下, 如何设计相应的保性能控制器.

3 主要结论

3.1 积分滑模面的设计

定义如下积分滑模面 [14]:

$$\begin{aligned} \sigma(k) &= Gx(k) - Gx(0) + \epsilon(k) = 0, \\ \epsilon(k) &= \epsilon(k-1) + Hx(k-1), \\ \epsilon(0) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $\sigma(k) \in R^r, \epsilon(k) \in R^r, G$ 和 H 为待设计的具有适当维数的常数矩阵, 选取增益矩阵 G 保证 $G\Gamma$ 是非奇异矩阵.

注 2 由积分滑模函数(5)可以看出, 系统从初始状态开始就位于滑模面上, 即 $\sigma(0) = 0$, 说明积分滑模面消除了系统的到达过程.

引理 1 [17] (Schur 补引理) 对于给定的对称矩阵

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix},$$

其中 S_{11} 是 $m \times m$ 维的矩阵. 以下 3 个条件是等价的:

- 1) $S < 0$;
- 2) $S_{11} < 0, S_{22} - S_{21}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$;
- 3) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{21}^T < 0$.

定理 1 对于不确定离散时间系统(3), 性能指标(4)和积分滑模面(5), 若存在一个 $n \times n$ 对称正定矩阵 $P > 0$, 使得下列不等式成立:

$$\Phi_c^T P \Phi_c - P + Q < 0, \quad (6)$$

其中 $\Phi_c = \Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G + H)$. 则系统(3)的理想准滑动模态是渐近稳定的, 并且性能指标函数满足

$$J < J^*, \quad (7)$$

其中 $J^* = x^T(0)Px(0)$.

证明 设 $\sigma(k+1) = \sigma(k) = 0$, 结合系统动态方程(3)和积分滑模函数(5), 可得

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) &= \\ Gx(k+1) - Gx(0) + \epsilon(k+1) &= \\ (G\Phi - G + H)x(k) + G\Gamma u(k) + \\ G\Gamma f(k) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

由式(8)可得到系统(3)的等效控制

$$u^{eq}(k) = -(G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G + H)x(k) - f(k). \quad (9)$$

将等效控制(9)代入式(3),可得系统的理想准滑动模态动态方程

$$x(k+1) = \Phi_c x(k). \quad (10)$$

对闭环系统(10)定义 Lyapunov 函数

$$V(k) = x^T(k)Px(k), \quad (11)$$

其中 P 为对称正定矩阵. 则沿理想准滑动模态动态方程(10)的 Lyapunov 差分方程为

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= V(k+1) - V(k) = \\ & x^T(k)(\Phi_c^T P \Phi_c - P)x(k). \end{aligned} \quad (12)$$

如果式(6)成立,即 $\Phi_c^T P \Phi_c - P < -Q < 0$,则 $\Delta V(k) < 0$,不确定离散时间系统(3)在积分滑模面(5)上的理想准滑动模态运动是渐近稳定的. 此时有 $\lim_{k \rightarrow \infty} V(k) = 0$ 成立. 同时

$$\begin{aligned} x^T(k)Qx(k) < \\ -x^T(k)(\Phi_c^T P \Phi_c - P)x(k) = -\Delta V(k). \end{aligned} \quad (13)$$

对不等式(13)两侧取无穷项连加和的形式,有

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} x(i)Qx(i) < -\sum_{i=0}^{\infty} \Delta V(i) = \\ -V(\infty) + V(0) = x^T(0)Px(0), \end{aligned} \quad (14)$$

即

$$J < J^*, \quad (15)$$

其中 $J^* = x^T(0)Px(0)$. \square

注 3 由定理 1 可知,只要找到满足式(6)的正定对称矩阵 P ,则不确定系统(3)的理想准滑动模态就是渐近稳定的,并且性能指标函数 J 的上界值与系统初始状态和 P 的选取有关.

如何选择适当的矩阵 P 和积分滑模面增益矩阵 H ,使得性能指标 J 的上界值 J^* 在式(6)的约束下取得最优值,是下面定理 2 所要阐述的问题.

定理 2 对于不确定离散时间系统(3),性能指标(4)和积分滑模面(5),最优保性能积分滑模面增益矩阵 $H = X^T P$,其中矩阵 X 和 P 通过下面一个带有 LMI 约束的目标函数凸优化问题求解得到:

$$\begin{aligned} \min_{W, X} x^T(0)Px(0), \\ \text{s. t. } \begin{bmatrix} -W & W\Delta^T - X(G\Gamma)^{-T}\Gamma^T & W \\ * & -W & 0 \\ * & * & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (16)$$

其中: $n \times n$ 矩阵 $W (> 0)$ 和 $n \times r$ 矩阵 X 均为待定矩阵, $P = W^{-1}$, $\Delta = \Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G)$,保性能 J 最优值 $J^{**} = \min_{W, X} x^T(0)Px(0)$.

证明 根据 Schur 补引理,定理 1 中的式(6)等价于

$$\begin{bmatrix} -P + Q & \Phi_c^T \\ * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (17)$$

将式(17)左右同乘以 $\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0$,并根据 Schur 补引理得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P^{-1} + P^{-1}QP^{-1} & P^{-1}\Phi_c^T \\ * & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} -P^{-1} & P^{-1}\Phi_c^T \\ * & -P^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} -P^{-1} & P^{-1}\Phi_c^T & P^{-1} \\ * & -P^{-1} & 0 \\ * & * & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (18)$$

设 $W = P^{-1}$, $X = WH^T$, $\Delta = \Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}G(\Phi - I)$, 则式(18)等价于

$$\begin{bmatrix} -W & W\Delta^T - X(G\Gamma)^{-T}\Gamma^T & W \\ * & -W & 0 \\ * & * & -Q^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

结合定理 1 知,性能指标函数 J 的上界值 J^* 优化问题变成了一个具有线性矩阵不等式(19)约束的目标函数 $x^T(0)Px(0)$ 最小化问题. 由此,可以得到最优保性能积分滑模面增益矩阵 $H = X^T P$. \square

注 4 由定理 2 可知,最优保性能积分滑模面的设计问题可以转化为一个具有 LMI 约束的目标函数凸优化问题,最优保性能积分滑模面可以利用 Matlab LMI 工具箱求解得到.

3.2 保性能控制器的设计

在设计完最优保性能积分滑模面之后,下一步要设计相应的保性能控制器.

由 3.1 节可知,要使系统在滑模面上做理想准滑模运动,需要知道当前时刻扰动信息 $f(k)$,而 $f(k)$ 是不确定未知的,故最优保性能控制器无法实现. 因此取实际保性能控制律

$$\begin{aligned} u(k) = -(G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G + H)x(k) - \\ (G\Gamma)^{-1}G\hat{f}(k), \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$\hat{f}(k) = x(k) - \Phi x(k-1) - \Gamma u(k-1) \quad (21)$$

称为一步时延扰动估计^[16].

由系统(3)和式(20)得控制律的动态方程

$$\begin{aligned} u(k+1) = \\ -(G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G + H)\Phi x(k) - \\ (G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G + H)\Gamma u(k) - \\ (G\Gamma)^{-1}(G\Phi + H)\Gamma f(k). \end{aligned} \quad (22)$$

系统(3)和控制律动态方程(22)组成增广系统

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix} = \tilde{\Phi} \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} + \tilde{\Gamma} f(k), \quad (23) \\ \tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi & \\ - (G\Gamma)^{-1}(G\Phi - G + H)\Phi & \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Gamma \\ - (G\Gamma)^{-1} (G\Phi - G + H)\Gamma \\ - (G\Gamma)^{-1} (G\Phi + H)\Gamma \end{bmatrix}$$

引理 2 增广系统(23)的系统矩阵 $\tilde{\Phi}$ 的特征值由 Φ_c 的特征值和 r 个零特征值组成。

限于篇幅证明略。

引理 2 表明,系统(3)在保性能控制律(20)的作用下,闭环系统稳定。

由系统(3),式(8)和(20)可得

$$\Delta\sigma(k) = \sigma(k+1) - \sigma(k) = G\Gamma(f(k) - f(k-1)). \quad (24)$$

注 5 由文献[14]可知,当等效扰动 $f(t)$ 是有界光滑时, $f(k) - f(k-1)$ 是 $O(T)$ 阶次的, $G\Gamma$ 是 $O(T)$ 阶的. 因此, $\Delta\sigma(k)$ 是 $O(T^2)$ 阶次的. 通过式(24)可以推断,闭环系统在最优保性能积分滑模面的某一个领域内做准滑动模态运动。

4 仿真算例

考虑以下一个多变量离散时间系统:

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + \Gamma f(k), \quad (25)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ 7 & -8 & 9 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

保性能指标函数 $J = \sum_{k=0}^{\infty} x^T(k)Qx(k)$, $Q = I$, 系统初始状态 $x^T(0) = [3 \ 2 \ -2]$, 未知有界干扰

$$f(k) = \begin{bmatrix} 0.02\sin(0.02k) \\ 0.01\sin(0.01k) + 5 \end{bmatrix}.$$

选取 $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 使得 $G\Gamma$ 是非奇异矩阵。

根据定理 2, 利用 Matlab 中的 LMI 工具箱解得

$$H = \begin{bmatrix} 1.3323 & 0.3322 & 0.0036 \\ 0.0635 & 0.0634 & 0.8098 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 1.1324 & 0.0008 & -0.2962 \\ 0.0008 & 1.2846 & -0.2107 \\ -0.2962 & -0.2107 & 1.8358 \end{bmatrix}.$$

保性能指标函数上界值的最优解为

$$J^{**} = x^T(0)Px(0) = 27.93.$$

取采样周期 $T = 1\text{ms}$, 按式(20)取系统(25)的保性能控制律

$$u(k) = - (G\Gamma)^{-1} (G\Gamma - G + H)x(k) - (G\Gamma)^{-1} G\hat{f}(k). \quad (26)$$

仿真结果如图 1~图 3 所示。

利用文献[14]设计的离散积分滑模控制方法, 取积分滑模面和期望极点

$$\sigma(k) = \hat{G}x(k) - \hat{G}x(0) + \epsilon(k) = 0,$$

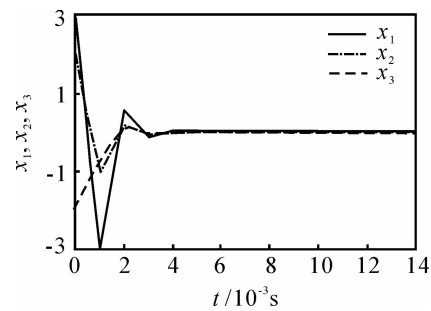


图 1 本文方法状态的动态轨迹

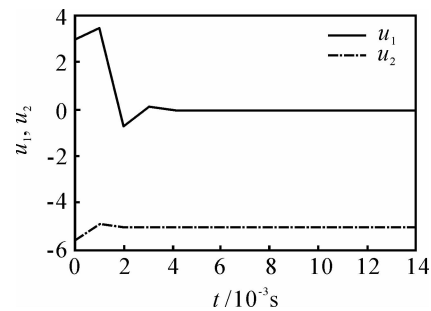


图 2 本文方法控制输入的动态轨迹

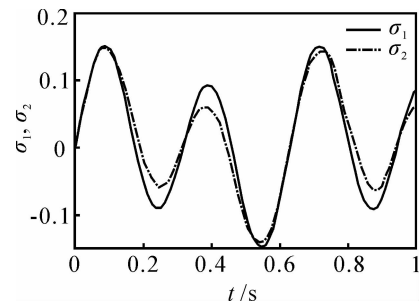


图 3 本文方法积分滑模函数的动态轨迹

$$\epsilon(k) = \epsilon(k-1) + \tilde{H}x(k-1),$$

$$\epsilon(0) = 0,$$

$$K = [0.6 \ 0 \ 0.5].$$

相应的积分滑模面增益矩阵和积分滑模控制律为

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} 1.5431 & 0.68437 & -0.73824 \\ 0.34477 & 0.23361 & 0.051455 \end{bmatrix},$$

$$u(k) = (D\Gamma)^{-1} Dx(0) - (D\Gamma)^{-1} ((D\Phi + E)x(k) + D(G\Gamma)^{-1} G\hat{f}(k) + \epsilon(k)).$$

得到如图 4, 图 5 所示的系统状态运动和控制输入变

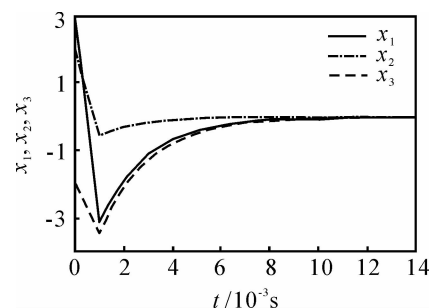


图 4 文献[14]方法状态的动态轨迹

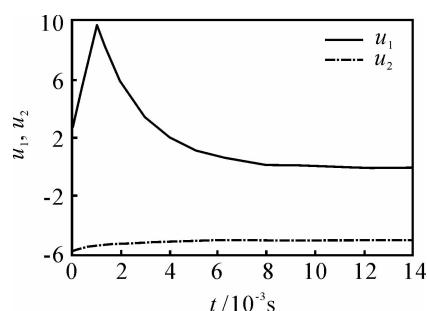


图 5 文献[14]方法控制输入的动态轨迹

化的仿真曲线。

通过对图 1 ~ 图 5 的比较可以看出,本文设计的基于最优保性能积分滑模面的滑模控制系统,其状态 $x(k)$ 较文献[14]具有更快的收敛速度,控制输入能量总体消耗较小;同时,该方法与传统基于高氏离散指数趋近律的滑模控制方法^[4]相比较,系统没有出现控制抖振和稳态抖振,动态性能良好。

5 结 论

本文针对不确定离散时间系统,提出了一种最优保性能积分滑模面和保性能积分滑模控制器的设计方法,给出了最优保性能积分滑模面存在的充分条件,既保证了系统状态的渐近稳定,控制过程保性能指标函数具有最优上界值,又使得系统从初始状态就位于积分滑模面上,具有全阶滑动模态,增强了系统的鲁棒性,并且无控制抖振和稳态抖振产生。仿真结果表明,所设计的离散积分滑模控制系统得到了满意的控制效果。

参考文献 (References)

- [1] Gao W B, Wang G F, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1995, 42(2): 117-122.
- [2] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
(Gao W B. Theory and design methods of variable structure control[M]. Beijing: Science Press, 1998.)
- [3] 宋立忠, 陈少昌, 姚琼荃. 不确定系统离散变结构控制及在位置伺服系统中的应用[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(6): 959-962.
(Song L Z, Chen S C, Yao Q H. Discrete variable structure control for uncertain systems and its application to position servo system[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(6): 959-962.)
- [4] 米阳, 李文林, 井元伟, 等. 线性多变量离散系统全程滑模变结构控制[J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 460-463.
(Mi Y, Li W L, Jing Y W, et al. Global sliding mode control for uncertain discrete time systems[J]. Control and Decision, 2003, 18(4): 460-463.)
- [5] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407-418.
(Liu J K, Sun F C. Research and development on theory and algorithm of sliding mode control [J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(3): 407-418.)
- [6] Chern T L, Wu Y C. Integral variable structure control approach for robot manipulators[J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 1992, 139(2): 161-166.
- [7] Chern T L, Wong J S. DSP based integral variable structure control for DC motor servo drives[J]. IEE Proc: Control Theory and Applications, 1995, 142(5): 444-450.
- [8] Wang J D, Lee T L, Juang Y T. New methods to design an integral variable structure controller[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(1): 140-143.
- [9] Yu G N, Ho D W C, Lam J. Robust integral sliding mode control for uncertain stochastic systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2005, 41(5): 873-880.
- [10] Tao C W, Taur J S. Robust fuzzy integral sliding mode control of the linear mismatches systems [J]. Engineering Intelligent Systems for Electrical Engineering and Communications, 2006, 14(4): 203-211.
- [11] Bejarano F J, Fridman L, Poznyak A. Output integral sliding mode control based on algebraic hierarchical observer[J]. Int J of Control, 2007, 80(3): 443-453.
- [12] Glizer V Y, Fridman L M, Turetsky V. Cheap suboptimal control of an integral sliding mode for uncertain systems with delays [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(10): 1892-1898.
- [13] Han H C. LMI-based sliding surface design for Integral sliding mode control of mismatched uncertain system[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(4): 736-742.
- [14] Abidi K, Xu J X, Yu X H. On the discrete-time integral sliding-mode control [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(4): 709-715.
- [15] Bartolini G, Fridman L, Pisano A, et al. Modern sliding mode control theory: New perspectives and applications[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- [16] Young K D, Utkin V I, Ozguner U. A control engineer's guide to sliding mode control[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1999, 7(3): 328-342.
- [17] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Yu L. Robust control — Linear matrix inequalities method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)