

文章编号: 1001-0920(2009)12-1791-04

基于拉格朗日松弛的供应链合作生产计划模型研究

朱宝琳¹, 于海斌², 黄小原¹, 史海波²

(1. 东北大学 工商管理学院, 沈阳 110004; 2. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 沈阳 110016)

摘要: 为解决供应链生产计划协调问题, 通过市场价格和中间库存因素使供应链上下游企业结合成一个整体, 建立一种供应链上下游一体化计划模型, 从整体考虑供应链合作计划问题, 为获取问题的可行解, 采用拉格朗日松弛技术进行优化, 为供应链上下游企业在信息共享条件下实现“多赢”目标, 提供了理论依据. 仿真结果验证了模型和算法的有效性.

关键词: 供应链管理; 合作计划; 拉格朗日松弛

中图分类号: F274 **文献标识码:** A

Cooperation production planning model for supply chain based on Lagrangian relaxation technology

ZHU Bao-lin¹, YU Hai-bin², HUANG Xiao-yuan¹, SHI Hai-bo²

(1. School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China. Correspondent: ZHU Bao-lin, E-mail: blzhu@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The upstream and downstream enterprises are integrated by factors as market price and inventory to establish supply chain upstream and downstream integrated planning model. Thus, supply chain collaboration planning problem is taken into account from a whole. Lagrangian technology is used to optimize the supply chain integrated planning model, which provides theoretical ground for supply chain upstream and downstream to realize multi-win goal in the condition of information sharing. The simulation results show the effectiveness of the model and algorithm.

Key words: Supply chain management; Cooperation planning; Lagrangian relaxation

1 引言

近年来, 供应链管理的建模与分析, 特别是关于供应链优化和控制问题的研究一直是供应链管理研究的重点. 其中关于供应链优化问题的研究已引起控制与决策领域的极大关注, 主要集中在生产运作管理模型与优化, 以及供应链集成化、信息、产品管理、电子供应链等问题的模型分析方面^[1,2].

供应链计划管理是供应链管理的重要内容, 如何建立有效的供应链计划模型是供应链企业亟需解决的关键问题之一. 与传统企业生产计划相比, 供应链管理模式下生产计划与控制, 在计划信息、决策、运行环境和生产控制等方面都有显著不同. 近年来, 国内外许多学者对供应链计划协调问题进行研

究, 取得了一定的成果. 研究方法大致可划分为 3 类, 包括通过合同对供应链进行协调^[3], 供应链计划数学规划模型^[4], 以及把数学规划方法和配送决策结合进行整体研究^[5]. 但这些方法对供应链合作方的信息量依赖过大, 仅适于具有特殊生产背景的计划问题, 具有一定的局限性. 因此, 只有建立面向供应链管理的生产计划与控制系统, 企业才能真正从传统的管理模式转向供应链管理^[6].

本文针对供应链中分散独立的实体, 利用市场价格和中间库存因素, 使供应链上下游企业结合成一个整体, 通过建立一个供应链一体化计划模型协调供应链中分散独立的计划, 并采用拉格朗日松弛技术(LR)对模型进行求解. 为供应链上下游企业在

收稿日期: 2008-12-08; 修回日期: 2009-03-20.

基金项目: 国家 863 计划项目(2006AA04Z164); 国家自然科学基金项目(70572088).

作者简介: 朱宝琳(1972—), 男, 辽宁海城人, 博士, 从事供应链建模与优化等研究; 黄小原(1947—), 男, 河南罗山人, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、电子商务等研究.

信息共享条件下实现“多赢”目标,提供理论依据.最后,通过实例表明模型和算法的有效性.

2 问题描述

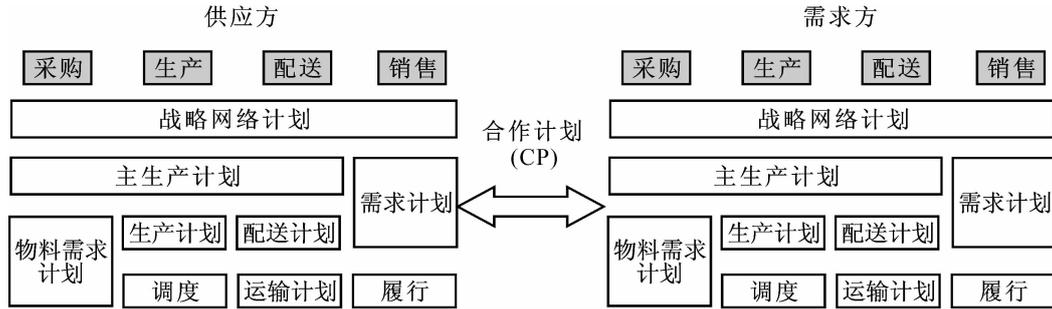


图 1 供应链上下游合作计划示意

一般来说,集中式的供应链计划实现要求参与的组织单元之间达到高度的集成,并在隶属于一个独立的实体中实现.针对供应链中分散的实体,需要建立一个一致、整体的计划连接,并协调供应链中分散独立的计划.国外一些学者利用合作计划协调独立而相互联系的主生产计划^[7],并提出了基于协商的计划模型以协调供应链中的合作伙伴,通过协商使供应链中的合作伙伴获得满意的结果^[8].

在实际生产中,供应链管理中合作伙伴一般通过上下游进行表示.从供应链的角度看,上游工厂相对于下游起到供应商的作用,而下游工厂则是上游的主要买方,二者关联紧密,体现了一种主要合作伙伴关系^[9,10].上游工厂向下游工厂提供产品的同时也向市场提供产品,存在着多种选择.目前,供应链计划协调的研究主要是考虑合作伙伴之间的关系,很少考虑到市场因素对于参与者决策的影响.

在实际的供应链管理中,伙伴选择的原则较多,其中价格与库存因素具有代表性.价格是企业获得利润的关键因素,对市场变化较为敏感;而库存在上下游间具有很大的协调作用.通过价格和中间库存可以将上游与下游计划有机地结合起来.目前在计划模型研究中大多没有充分体现价格和中间库存的影响.以下所建立的供应链上下游计划模型,综合了上下游各自的计划模型,并考虑到多种资源及上下游之间库存等约束.

2.1 供应链上游生产计划模型

对于上游工厂,以 $x_u(t), y_u(t)$ 为决策变量的优化模型可描述如下:

$$\max Z_{up}. \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } Z_{up} = & \sum_{t=1}^T \{ (a_u - b_u - c_u)x_u(t) + \\ & (a_u^{\text{mark}}(t) - b_u - c_u)y_u(t) - \\ & hI_u(t) \}; \end{aligned} \tag{2}$$

供应链参与者的计划一般以计划矩阵形式进行描述.图 1 给出了供应链参与者的计划层次和对应的计划过程.

$$I_u(t) \leq W, t = 1, 2, \dots, T; \tag{3}$$

$$\begin{aligned} r_w(x_u(t) + y_u(t)) & \leq R_w(t), \\ t = 1, 2, \dots, T, i = 1, 2, \dots, m; \end{aligned} \tag{4}$$

$$\epsilon_u^1 \leq x_u(t) - \hat{x}_d(t) \leq \epsilon_u^2, \tag{5}$$

$$x_u(t) \geq 0, y_u(t) \geq 0. \tag{6}$$

上述模型中

$$I_u(t) = \sum_{\tau=1}^t [x_u(\tau) - \hat{x}_d(\tau)] + I(0). \tag{7}$$

式中: $x_u(t)$ 是上游对下游工厂的供应量; $\hat{x}_d(t)$ 是上游对下游工厂供应量的预估值; $y_u(t)$ 是上游销往市场的产品量; $\hat{y}_u(t)$ 是上游销往市场的产品量的预估值; a_u 是上游与下游企业的交易价格; $a_u^{\text{mark}}(t)$ 是 t 时刻上游销售到市场价格; $\epsilon_u^1, \epsilon_u^2$ 分别表示上游与下游交易量的允许范围; b_u, c_u, h 分别表示上游单位成本、单位纳税值和单位库存费用; $I(0)$ 是中间库存初始值; W 是中间库存的最大容量.

目标函数(1)和(2)表示从利润的角度进行优化,上游利润可表示为上游销售到下游和市场的净剩利润,并去除成本、纳税及库存费用;约束(3)表示上游库存限制;约束(4)表示资源限制(如原材料、能源等);约束(5)表示上下游间交易量限制,它体现了一种长期合作伙伴关系;约束(6)是上游中间库存表达式.

2.2 供应链下游生产计划模型

对于下游工厂,以 $x_d(t), y_d(t)$ 为决策变量的下游优化模型描述如下:

$$\max Z_{down}. \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \text{s. t. } Z_{down} = & \sum_{t=1}^T \{ (a_d - b_d - c_d)\alpha(x_d(t) + \\ & y_d(t)) - a_u x_d(t) - \\ & a_d^{\text{mark}}(t)y_d(t) - hI_d(t) \}; \end{aligned} \tag{9}$$

$$I_d(t) \leq W, t = 1, 2, \dots, T; \tag{10}$$

$$r_{di}(x_d(t) + y_d(t)) \leq R_{di}(t),$$

$$t = 1, 2, \dots, T, i = 1, 2, \dots, m; \quad (11)$$

$$\epsilon_d^1 \leq \hat{x}_u(t) - x_d(t) \leq \epsilon_d^2, \quad (12)$$

$$x_d(t) \geq 0, y_d(t) \geq 0. \quad (13)$$

上述模型中

$$I_d(t) = \sum_{\tau=1}^t [\hat{x}_u(\tau) - x_d(\tau)] + I(0). \quad (14)$$

式中： $x_d(t)$ 是下游对上游工厂的产品需求量； $\hat{x}_u(t)$ 是下游对上游产品需求量的预估值； $y_d(t)$ 是下游从市场采购的产品量； $\hat{y}_d(t)$ 是下游从市场采购产品量的预估值； a_d 是 t 时刻下游产品的市场价； $\epsilon_d^1, \epsilon_d^2$ 分别表示下游与上游交易量的允许范围； $a_d^{\text{mark}}(t)$ 是 t 时刻下游从市场采购的价格； α, b_d, c_d 分别表示成材率、单位成本和单位纳税值。

目标函数(8)和(9)表示从利润的角度进行优化,下游利润可表示为将从上游和市场购得的原料加工成最终产品的净剩利润,并去除成本、税务及库存费用;约束(10)表示下游库存限制;约束(11)表示资源限制;约束(12)与约束(5)相似;约束(14)为下游中间库存表达式。

2.3 基于协商的供应链上下游供需合作计划模型

通过价格和中间库存等手段,将上游和下游计划模型有机地结合在一起.在模型中,上游工厂通过上游计划模型,计算出向下游工厂的产品供应量 $x_u(t)$ 和销往市场的产品量 $y_u(t)$,并将此结果作为预估值传送到下游工厂.下游工厂据此预估值和自身的价格函数,通过下游计划模型,计算出对上游工厂的产品需求量 $x_d(t)$ 和从市场采购的产品量 $y_d(t)$,并将此结果作为预估值传送到上游工厂(见图 2).双方根据各自的计算结果,与计划预估值进行比较.当与预估值结果相同时,表明达到了各自目标;如果不同,则需将此二模型进行反复迭代,直到双方都达到利润最大。

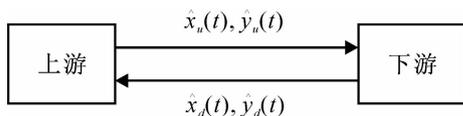


图 2 基于协商的上下游供需合作计划模型
供应链上下游价格函数为

$$a^{\text{mark}}(t) = -k \arctg(\delta y / y_{\text{mark}}) + p^{\text{ave}}, \quad (15)$$

$$k = 2(p^{\text{max}} - p^{\text{min}}) / \pi,$$

$$p^{\text{ave}} = (p^{\text{max}} + p^{\text{min}}) / 2.$$

其中： p^{max} 为上游销售到市场或下游从市场采购的最高价格， p^{min} 为上游销售到市场或下游从市场采购的最低价格， p^{ave} 为上游销售到市场或下游从市场采购的平均价格， y_{mark} 为该产品的市场总量， δy 为上游(或下游)计划值与下游(或上游)预估值的偏差值。对于上下游， δy 可分别表示为

$$\delta y_u = y_u(t) - \hat{y}_d(t), \delta y_d = \hat{y}_u(t) - y_d(t).$$

2.4 供应链上下游一体化生产计划模型

供应链上下游一体化计划问题的实质是在已建立的供应链上下游计划模型的基础上,通过信息共享和计划协调方法,实现供应链上下游伙伴“共赢”目标.其结果是确定供应链上下游之间的交易量及与市场的交易量.供应链上下游一体化计划模型可表示如下:

$$\max Z, \quad (16)$$

$$Z = Z_{\text{up}} + Z_{\text{down}}, \quad (17)$$

$$\text{s. t. 式(3) ~ (7), (10) ~ (14).}$$

这是一个复杂的非线性数学规划模型,下面用拉格朗日松弛技术对问题进行求解。

3 拉格朗日松弛方法及步骤

拉格朗日松弛技术主要是通过引入一组拉氏松弛算子松弛某些约束,以得到一个原问题的对偶问题,再通过对对偶问题的求解,得到原问题的最优或次优解.下面给出拉格朗日松弛技术对供应链一体化生产计划模型的求解步骤。

Step1 将原问题分解,获得一组子问题,使得对原问题的求解变成对一般子问题的求解.在此问题中通过拉格朗日乘子 $(\lambda_u, \pi_u, \lambda_d, \pi_d)$ 松弛约束(3),(4)和约束(10),(11).拉格朗日松弛问题可表示为

$$\min L, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} L = & \sum_{t=1}^T (-Z_{\text{up}}) + \lambda_u (I_u(t) - W) + \\ & \pi_u (r_{ui}(x_u(t) + y_u(t)) - R_{ui}(t)) + \\ & \sum_{t=1}^T (-Z_{\text{down}}) + \lambda_d (I_d(t) - W) + \\ & \pi_d (r_{di}(x_d(t) + y_d(t)) - R_{di}(t)) = \\ & \sum_{t=1}^T \{ - \{ (a_u - b_u - c_u)x_u(t) + \\ & (a_u^{\text{mark}}(t) - b_u - c_u)y_u(t) - \\ & hI_u(t) \} + \lambda_u (I_u(t) - W) + \\ & \pi_u (r_{ui}(x_u(t) + y_u(t)) - R_{ui}(t)) \} + \\ & \sum_{t=1}^T \{ - \{ (a_d - b_d - c_d)\alpha(x_d(t) + \\ & y_d(t)) - a_u x_d(t) - d_d^{\text{mark}}(t)y_d(t) - \\ & hI_d(t) \} + \lambda_d (I_d(t) - W) + \\ & \pi_d (r_{di}(x_d(t) + y_d(t)) - R_{di}(t)) \}. \end{aligned}$$

对于上游企业,优化模型可描述为

$$\begin{aligned} \min & \sum_{t=1}^T \{ - \{ (a_u - b_u - c_u)x_u(t) + \\ & (a_u^{\text{mark}}(t) - b_u - c_u)y_u(t) - \end{aligned}$$

$$hI_u(t) + \lambda_u(I_u(t) - W) + \pi_u(r_{ui}(x_u(t) + y_u(t)) - R_{ui}(t)), \quad (19)$$

s. t. 式(3) ~ (7);

对于下游企业,优化模型可描述为

$$\min \sum_{t=1}^T \{-\{(a_d - b_d - c_d)\alpha(x_d(t) + y_d(t)) - a_u x_d(t) - d_d^{\text{mark}}(t)y_d(t) - hI_d(t)\} + \lambda_d(I_d(t) - W) + \pi_d(r_{di}(x_d(t) + y_d(t)) - R_{di}(t))\}, \quad (20)$$

s. t. 式(10) ~ (14).

Step2 采用枚举法对每一个子问题进行求解.

Step3 构建原问题的对偶问题

$$\max_{\lambda, \pi} q(\{\lambda_u, \pi_u, \lambda_d, \pi_d\}), \quad (21)$$

其中 $q(\{\lambda_u, \pi_u, \lambda_d, \pi_d\}) = \min L$.

Step4 求解原问题的对偶问题,利用次梯度法修正松弛因子,即

$$\lambda^{n+1} = \lambda^n + \gamma^n g(\lambda^n), \quad (22)$$

$$\pi^{n+1} = \pi^n + \alpha^n g(\pi^n). \quad (23)$$

其中: n 为迭代次数; $g(\lambda^n), g(\pi^n)$ 为问题的次梯度; α^n, γ^n 为第 n 代的迭代步长.

Step5 构造可行解.由于对偶问题的解可能不满足约束(3) ~ (7) 和约束(9) ~ (14),即是原问题的不可行解,需要从对偶解构造出原问题的可行解.

可以采用计划列表方法,将每一个子问题的优化结果按一定的顺序排成一个表,确定相应的上下游决策结果.

Step6 可行解评估.一旦求出一个可行解,则相应的目标函数($-Z$) 即为最优值的一个上界,而对偶问题的目标函数($-Z^*$) 为原问题最优目标值的一个下界,利用对偶间隙 $(Z - Z^*)/Z^*$ 作为次优解的一个量度.

4 应用实例和结果分析

本文以钢铁企业中冷轧厂与热轧厂的季度计划为例.对于上游工厂, $p_u^{\text{max}} = 2500, p_u^{\text{min}} = 1500, p_u^{\text{ave}} = (2500 + 1500)/2 = 2000, k_u = 2(2500 + 1500)/3.14 = 2547$. 对于下游工厂, $p_d^{\text{max}} = 3500, p_d^{\text{min}} = 2500, p_d^{\text{ave}} = 3000, k_d = 2(3500 + 2500)/3.14 = 3821$. 资源数 $m = 3, T = 3$, 上下游间交易量的允许范围为 $\epsilon_u^1 = \epsilon_d^1 = 0, \epsilon_u^2 = \epsilon_d^2 = 500$.

利用以上拉格朗日松弛技术对供应链上下游一体化计划模型进行求解,所有松弛算子均初始化为 0. 通过上述一体化优化模型并结合拉格朗日松弛法,对实例进行求解.表 1 给出了基于协商的上下游计划所得产量及利润,协商次数为 57. 表 2 给出了基于拉格朗日松弛技术的上下游计划产量及利润,对偶间隙为 7.2%.

表 1 基于协商的供应链上下游计划产量及利润

	上游销往下游	下游来自上游	上游销往市场	下游来自市场	上游计划利润	下游计划利润
1	6553	6517	3447	2483	5043500	3733560
2	6617	6678	3383	2322	5144370	3837270
3	6601	6612	3399	2388	5194805	3889125

表 2 基于 LR 的供应链上下游计划产量及利润

	上游销往下游	下游来自上游	上游销往市场	下游来自市场	上游计划利润	下游计划利润
1	6572	6568	3428	2432	5144375	3841280
2	6631	6624	3369	2376	5197490	3899272
3	6598	6678	3402	2322	5196875	3897164

根据上述结果可以看到,上下游之间的供需量趋于平衡,交易量有一定的增加,彼此间伙伴关系得到了加强.与独自计划相比,基于拉格朗日松弛技术,上下游间的交易量高于独自计划的交易量,上下游获取的利润也高于独自计划的利润.可见双方最终达成了一致意见,一体化计划的结果对双方都较为有利.

5 结 论

本文基于供应链管理中的上下游合作伙伴关系,建立了一种供应链上下游一体化生产计划模型.在模型中考虑了市场价格和中间库存等因素,通过

计划共享和协商的手段,确定了上下游之间及上下游与市场的计划交易量.同时,利用拉格朗日松弛技术对模型进行了有效的求解.最后,在数值实验中讨论了供应链上下游“双赢”的实现条件及可行性.

参考文献(References)

[1] 刘丽文. 供应链管理思想及其理论和方法的发展过程[J]. 管理科学学报, 2003, 6(2): 81-88.
(Liu L W. Survey on evolution of SCM theory and methods[J]. J of Management Sciences in China, 2003, 6(2): 81-88.)

(下转第 1800 页)