

文章编号: 1001-0920(2009)12-1795-06

多变量控制系统的一种变量配对方法

叶凌箭, 宋执环

(浙江大学 a. 工业控制技术国家重点实验室, b. 控制科学与工程学系, 杭州 310027)

摘要: 在设计分散控制系统时, 输入输出 (IO) 变量配对是一个重要的步骤. 同时考虑系统的稳态增益和动态特性, 提出一种新的关联度量方法进行 IO 配对. 在时域内基于传递函数的阶跃响应, 其物理意义比较明确, 并进一步结合了相对关联阵列 (RIA) 的优点. 通过实例研究和与其他方法的对比表明, 所提出的方法能较好地给出配对方案.

关键词: 分散控制; 变量配对; 相对增益; 关联分析

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Variable pairing method for multivariable control systems

YE Ling-jian, SONG Zhi-huan

(a. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, b. Department of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China. Correspondent: YE Ling-jian, E-mail: ljye@iipc.zju.edu.cn)

Abstract: Input-output pairing is a major concern in the stage of decentralized control system design. Taking both steady-state gain and dynamic property into considerations, a new interaction measure is proposed to pair IO (input-output) sets. The method is based on step response in time domain, whose physical implication is clear and further takes advantages of relative interaction array (RIA). Several cases are studied and the comparisons with existing methods indicate that the proposed method is a useful tool to give the best pairing scheme.

Key words: Decentralized control; Variable pairing; Relative gain; Interaction analysis

1 引言

大型复杂工业过程都是多输入多输出 (MIMO) 系统. 对多变量控制系统的设计已有很多较为成熟并得到成功应用的方法, 如模型预测控制 (MPC) 等. 尽管各种集中式控制策略得到了快速而有效的发展, 分散控制系统仍在实际工业应用中占据着主要地位. 分散策略将 MIMO 系统分解成多个单输入单输出 (SISO) 回路, 对每个回路采用 PID 控制器进行控制. 此种方法与用一个总的 MIMO 控制器相比, 具有以下优点: 1) 调试参数少, 使用更为方便; 2) 系统局部出现震荡或扰动时, 相应的回路即可对其进行镇定; 3) 对于单回路的控制, 在实际过程中有时只关心控制效果, 不必得到精确模型, 而 MIMO 控制器对模型的依赖较强; 4) 效果直观, 现场操作工人不需要很多控制知识就能胜任工作; 5) 价格低廉, 实现容易.

对于多变量系统, 设计多个 SISO 控制回路的主要任务就是进行变量配对, 即建立输入输出之间

的联系. 由于各变量之间存在关联作用, 如何度量输入输出之间的关联程度, 并以此指导配对准则, 达到最佳控制效果, 是设计分散控制系统最主要的困难.

关联程度的度量, 最流行也最受到广泛研究的是 Bristol^[1] 提出的相对增益阵列 (RGA) 概念. RGA 的最大优势在于计算简便, 只需知道开环系统的稳态增益即可, 已成功地应用于大量实际工业过程^[2,3], 如厂级能量循环、精馏过程等. 由于 RGA 只利用了稳态增益, 而没有考虑过程的动态特性, 有时会得出错误的关联分析结果. 为此, 人们提出了不少改进方法, 如动态相对增益阵列 (DRGA)^[4,5], 性能相对增益阵列 (PRGA)^[6], 效能相对增益阵列 (ERGA)^[7] 等. DRGA 的主要思想在于用带拉普拉斯算子 s 的传递函数代替 RGA 公式中的稳态增益, 并假设在所有频率下回路能达到理想控制. Tung 和 Edgar^[8] 对这一方法进行了详细的推导. 近期提出的 ERGA 方法在频域内用传递函数的带宽表征系统的响应速度, 并以此作为权重系数调整增益矩

收稿日期: 2009-01-14; 修回日期: 2009-04-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60736021).

作者简介: 叶凌箭 (1984—), 男, 浙江松阳人, 博士生, 从事厂级过程控制、控制结构设计的研究; 宋执环 (1962—), 男, 安徽六合人, 教授, 博士生导师, 从事工业过程建模与监测等研究.

阵,但其物理意义不明确(后文将进一步分析 ERGA 的其他缺点).

衡量一个输出对一个输入的敏感程度,有两个主要因素:增益和响应速度.传统的 RGA 只考虑了稳态增益,而忽略了响应速度.更合理的方法是将两者相结合,给出一个综合的评估.为使物理意义更加明确,本文在 Gagnepain^[9]方法的基础上采用开环阶跃响应进行时域分析,给出一种新的度量方法,提出用平均相对关联阵列(ARIA)来衡量关联程度,避免了平均相对增益阵列(ARGA)可能出现的由于积分时间选取不当而出现的不连续现象.最后通过几个例子并与其他几种方法相比较,说明此方法的有效性.

2 基本概念

本文考虑系统输入和输出个数相同的方系统,假设传递函数矩阵元素开环稳定,并且在稳态时增益矩阵非奇异.图 1 给出了一个 2×2 方系统的关联结构框图.

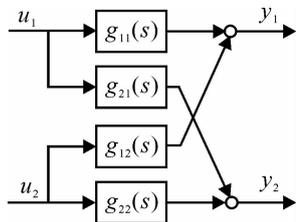


图 1 2×2 系统结构框图

2.1 RGA

变量 y_i-u_j 通道的相对增益定义为其他所有回路闭合前后 y_i 对 u_j 的增益之比,这里假设其他回路闭合后的输出达到了理想控制,即

$$\lambda_{ij} = \frac{(\partial y_i / \partial u_j)_{u_{k \neq j} = \text{constant}}}{(\partial y_i / \partial u_j)_{y_{l \neq i} = \text{constant}}} = \frac{g_{ij}}{g_{ij}} \quad (1)$$

RGA 为所有这些相对增益组成的 $n \times n$ 矩阵

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \cdots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \cdots & \lambda_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \cdots & \lambda_{nm} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{\Lambda}$ 矩阵可由开环增益直接计算得到,即

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{G}(0) \otimes \mathbf{G}^{-T}(0) \quad (2)$$

其中:符号 \otimes 表示 Hadamard 乘积,即点对点相乘; $\mathbf{G}^{-T}(0)$ 为 $\mathbf{G}(0)$ 逆矩阵的转置.

λ_{ij} 的物理意义表示其他回路的动作对 y_i-u_j 通道的影响程度.显然, λ_{ij} 越接近于 1,表示其他回路的打开或闭合对 y_i-u_j 通道的影响越小,即关联程度越小;而 $\lambda_{ij} < 0$ 则意味着,如果选择 y_i-u_j 进行配对,则 y_i 随 u_j 改变的方向相反,在控制器的作用下将会使偏差越来越大,最后使系统不稳定.

2.2 NI 指数^[10]

对于一个 $n \times n$ 的多变量系统,假设已进行了主对角线形式的配对方式,即 $y_1-u_1, y_2-u_2, \dots, y_n-u_n$.如果不是主对角线形式的,则可对输入输出的顺序进行调整,使之具有如上形式.NI(Nieder linski index) 定义如下:

$$NI = \det[\mathbf{G}(0)] / \prod_{i=1}^n g_{ii}(0) \quad (3)$$

即分子为 $\mathbf{G}(0)$ 的行列式,分母为 $\mathbf{G}(0)$ 主对角线上元素的乘积.

关于 NI 有如下结论:NI > 0 是系统稳定的必要条件.即如果 NI < 0,则系统必是不稳定的;NI > 0,则不一定能保证系统稳定.特别地,对于 2×2 系统,NI > 0 是系统能保持稳定性的充要条件.

RGA 结合 NI 条件,是指导配对关系的有效工具,准则如下:

- 1) 配对后的 RGA 元素应尽可能接近 1;
- 2) NI > 0;
- 3) 所有的 RGA 元素都应大于 0;
- 4) 尽量避免很大的 RGA 元素.

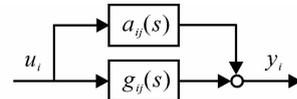
2.3 相对关联阵列(RIA)^[11]

将输入向量 \mathbf{u} 对输出变量 y_i 的影响分解为两部分:来自 y_i-u_j 通道 u_j 的直接作用 $g_{ij}(s)$,和由于关联存在情况下其他输入对 y_i 的影响 $a_{ij}(s)$.表示成如图 2(a) 所示的并联形式, $a_{ij}(s)$ 称为绝对关联度.若以相对关联度表示,则定义

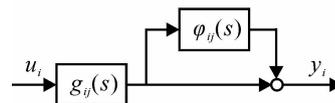
$$\varphi_{ij}(s) = a_{ij}(s) / g_{ij}(s) \quad (4)$$

如图 2(b) 所示.考虑关联的系统过程可描述为

$$\hat{g}_{ij}(s) = g_{ij}(s)(1 + \varphi_{ij}(s)) \quad (5)$$



(a) 绝对关联



(b) 相对关联

图 2 动态关联性分解

假设每个回路的控制器均带有积分环节,稳态下输出都可以达到设定值,由 φ_{ij} 组成的 $n \times n$ 矩阵称为相对关联阵列(RIA). RIA 和 RGA 存在如下关系:

$$\varphi_{ij} = 1/\lambda_{ij} - 1 \quad (6)$$

RIA 与 RGA 相比,虽然物理意义不同,但在数值上却有着一对一的映射关系.因此原有的 RGA 配

对准则可表述为：1) φ_{ij} 尽量都接近于 0；2) $NI > 0$ ；3) 所有的 $RIA > -1$ ；4) 尽量避免靠近 -1 的 RIA 元素。与 RGA 相比，RIA 的优点主要体现在有若干个候选配对方案时，使用 RIA 可确定出最佳选择，即

$$\min \sum | \varphi_{ij}^k |, \quad (7)$$

其中 φ_{ij}^k 表示第 k 个配对方案里对应的 RIA 元素。

3 平均相对关联阵列

在假设其他回路均达到理想控制的前提下，RGA 只利用了稳态增益的信息，即 $s = 0$ 情况下的传递函数值。这将失去系统的一些动态特性，使得在某些情况下 RGA 将给出错误的配对信息。为更直观地了解 RGA 的这一缺点，看如下例子：

例 1

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{5e^{-40s}}{100s+1} & \frac{e^{-4s}}{10s+1} \\ -\frac{5e^{-4s}}{10s+1} & \frac{5e^{-40s}}{100s+1} \end{bmatrix},$$

$$G(0) = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} 0.8333 & 0.1667 \\ 0.1667 & 0.8333 \end{bmatrix}.$$

RGA 结果表明，应进行 1-1/2-2 配对。注意到 $G(s)$ 中主对角线上的传递函数时间常数和纯滞后时间都远大于副对角线上的元素。可以预见到，1-2/2-1 的配对方式对输入的反应更加迅速。McAvoy^[4] 使用最优 PI 控制器设计的方法对类似的例子进行的仿真表明，1-2/2-1 的配对更加合理。

3.1 平均增益

在一个多变量系统中，某个输出 y_i 受输入 u_j 的影响程度，不能仅看稳态增益的大小。如果将 u_j 到 y_i 的增益看成一种能量的输送，则考察功率即单位时间内输送的能量将更合理。本节将采用 Gagnepain^[9] 基于阶跃响应的方法，并重新推导和加以推广。对下式描述的过程：

$$y(s) = G(s)u(s), \quad (8)$$

假设传递函数矩阵的元素可表述为带纯滞后的一阶对象，即

$$g_{ij}(s) = \frac{g_{ij} e^{-d_{ij}s}}{c_{ij}s + 1}. \quad (9)$$

对 g_{ij} 的阶跃响应如图 3 所示。

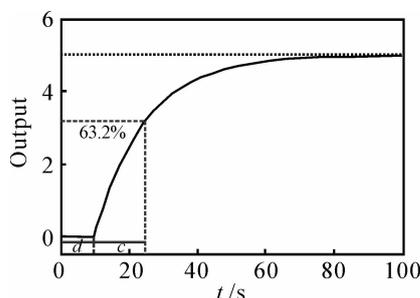


图 3 带纯滞后的一阶对象阶跃响应

定义平均增益为

$$p_{ij} = \frac{1}{T} \int_0^T y_{ij}(t) dt. \quad (10)$$

其中：积分项表示曲线与横轴包围的面积， T 为选取的积分时间。平均增益 p_{ij} 组成的 $n \times n$ 方阵记为

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nm} \end{bmatrix}.$$

矩阵 P 表示了所有回路在开环状况下， y_i-u_j 通道在增益和反应速度之间的一个权衡，可以通过对 T 大小的调整来改变两者之间的权重关系。

3.2 平均相对增益

由于整个系统内部存在关联作用，其他回路的状态，即开环或闭环，将会影响 y_i-u_j 通道的增益大小。将式(8)改写成如下形式：

$$y_i = g_{ij} u_j + \mathbf{g}^i_j \mathbf{u}^j, \quad (11)$$

$$\mathbf{y}^i = \mathbf{g}^i_j u_j + \mathbf{G}^i_j \mathbf{u}^j. \quad (12)$$

其中： \mathbf{g}^i_j 表示 G 矩阵第 i 行向量除去第 j 列的 $1 \times (n-1)$ 行向量， \mathbf{g}^i_j 表示 G 矩阵第 j 列向量除去第 i 行的 $(n-1) \times 1$ 列向量， \mathbf{G}^i_j 表示 G 矩阵除去第 i 行和第 j 列的 $(n-1) \times (n-1)$ 矩阵。

假设在稳态时，其他回路闭合并达到理想控制，式(12)变为

$$0 = \mathbf{g}^i_j(0) u_j + \mathbf{G}^i_j(0) \mathbf{u}^j, \quad (13)$$

可得到如下表达式：

$$\mathbf{u}^j = [\mathbf{G}^i_j(0)]^{-1} \mathbf{g}^i_j(0) u_j. \quad (14)$$

根据平均增益的定义和式(11)，(14)，可解得 u_j 对 y_i 的平均增益

$$\bar{p}_{ij} = p_{ij} - \mathbf{p}^i_j [\mathbf{G}^i_j(0)]^{-1} \mathbf{g}^i_j(0). \quad (15)$$

于是得到

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{p}_{11} & \bar{p}_{12} & \cdots & \bar{p}_{1n} \\ \bar{p}_{21} & \bar{p}_{22} & \cdots & \bar{p}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{p}_{n1} & \bar{p}_{n2} & \cdots & \bar{p}_{nm} \end{bmatrix}.$$

为了与其他的概念相比较，这里引入平均相对增益阵列(ARGA)

$$\Gamma = P \odot \bar{P}, \quad (16)$$

其中符号 \odot 表示点对点相除，即

$$\gamma_{ij} = \frac{\bar{p}_{ij}}{p_{ij}} = \frac{\bar{p}_{ij}}{p_{ij} - \mathbf{p}^i_j [\mathbf{G}^i_j(0)]^{-1} \mathbf{g}^i_j(0)}. \quad (17)$$

注意到上式中 $\mathbf{G}^i_j(0)$ 和 $\mathbf{g}^i_j(0)$ 分别用 \mathbf{P}^i_j 和 \mathbf{p}^i_j 替换，得到的 ARGA 将与式(2)算法具有相同的形式。

ARGA 和 RGA 有一些相似的性质：1) 若 $p_{ij} = 0$ ，则 $\gamma_{ij} = 0$ ；2) $\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 1$ ，即 Γ 矩阵每行元素之和

为 1(证明过程略);3) \mathbf{F} 对 \mathbf{u} 是无因次的,即与输入采用的量纲无关.

3.3 平均相对关联

结合 RIA 和 ARG 的概念,很容易推广到平均相对关联阵列(ARIA).由式(6)可得,ARIA 为如下定义的 $n \times n$ 方阵:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \cdots & \omega_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{n1} & \omega_{n2} & \cdots & \omega_{nn} \end{bmatrix}$$

其中 $\omega_{ij} = 1/\gamma_{ij} - 1$, 或

$$\omega_{ij} = -\frac{p_{ij}^j [\mathbf{G}^{ij}(0)]^{-1} \mathbf{g}_{ij}^j(0)}{p_{ij}} \quad (18)$$

由于 ω_{ij} 和 γ_{ij} 的数值关系,ARG 的性质可相应地推广到 ARIA.特别地,如果是 2×2 系统,则 $\omega_{11}\omega_{22} = 1$.基于 ARIA,本文提出如下配对准则:

- 1) RGA 元素和 NI 大于 0;
- 2) ω_{ij} 接近于 0;
- 3) 避免 $\omega_{ij} < -1$ 或接近于 -1 ;
- 4) 当存在多个候选的配对方案时,选取

$$\min \sum |\omega_{ij}^k|.$$

上面准则 1) 是基于稳定性的考虑.前文中曾提到 RGA 结合 NI 指数,是一个能保持稳定性的必要条件,这里仍借用这个工具来筛选出可行的方案.

4 实例研究和讨论

本节通过几个实例对 ARIA 的有效性进行验证,并进一步将 ARIA 与其他方法相对比,讨论 ARIA 的其他性质.

4.1 ARIA 的例子

例 1(续) 取 $T = 50$,可求得 ARIA

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 14.9255 & 0.0670 \\ 0.0670 & 14.9255 \end{bmatrix}$$

应用所提出的配对准则,应选择 1-2/2-1 配对形式(NI = 6.0),这与前面提到的合理选择相一致.

例 2

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{5}{4s+1} & \frac{2.5e^{-5s}}{(2s+1)(15s+1)} \\ \frac{-4e^{-6s}}{20s+1} & \frac{1}{3s+1} \end{bmatrix}$$

RGA 和 ARIA($T = 26$) 分别为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.3333 & 0.6667 \\ 0.6667 & 0.3333 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0.0650 & 15.3787 \\ 1.5630 & 0.6398 \end{bmatrix}.$$

RGA 显示应实行 1-2/2-1 的配对方式,而 ARIA 给出的方案是 1-1/2-2 配对(NI = 3.0).原因

是副对角线上的元素具有较大的时间常数和滞后环节.文献[7]和[10]也都对此例进行了研究.

例 3

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-2e^{-s}}{10s+1} & \frac{1.5e^{-s}}{s+1} & \frac{e^{-s}}{s+1} \\ \frac{1.5e^{-s}}{s+1} & \frac{e^{-s}}{s+1} & \frac{-2e^{-s}}{10s+1} \\ \frac{e^{-s}}{s+1} & \frac{-2e^{-s}}{10s+1} & \frac{1.5e^{-s}}{s+1} \end{bmatrix}$$

RGA 和 ARIA($T = 11$) 分别为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.9302 & 1.1860 & 0.7442 \\ 1.1860 & 0.7442 & -0.9302 \\ 0.7442 & -0.9302 & 1.1860 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} -5.0764 & 0.3069 & 1.0828 \\ 0.3069 & 1.0828 & -5.0764 \\ 1.0828 & -5.0764 & 0.3069 \end{bmatrix}.$$

RGA 的结果显示 1-2/2-1/3-3(NI = 1.59) 和 1-3/2-2/3-1(NI = 5.38) 均是可以接受的方案,并没有给出具体哪一个更好.根据本文提出的准则 4), $\sum |\omega_{ij}^1| = 0.9204 < 3.2484 = \sum |\omega_{ij}^2|$, 故应选择 1-2/2-1/3-3 的方式进行配对,这与文献[7]中的结果相一致.

例 4 考虑如下 3×3 的精馏塔过程^[12]:

$$\begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta P \\ \Delta L \end{bmatrix} = \mathbf{G}(s) \begin{bmatrix} \Delta Q_B \\ \Delta D \\ \Delta R \end{bmatrix},$$

其中

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{-1.986e^{-0.71s}}{66.67s+1} & \frac{5.24e^{-60s}}{400s+1} & \frac{5.984e^{-2.24s}}{14.29s+1} \\ \frac{0.0204e^{-4.199s}}{5s+1} & \frac{-0.33e^{-1.883s}}{3.904s+1} & \frac{2.38e^{-1.143s}}{10s+1} \\ \frac{0.374e^{-7.75s}}{22.22s+1} & \frac{-11.3e^{-14.78s}}{35.66s+1} & \frac{-9.881e^{-1.59s}}{11.35s+1} \end{bmatrix}$$

RGA 和 ARIA($T = 63.9$) 经计算得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1.0927 & -0.1044 & 0.0117 \\ 0.0059 & 0.1047 & 0.8894 \\ -0.0986 & 0.9997 & 0.0989 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} -0.0474 & -14.3554 & 38.7858 \\ 148.968 & 7.6184 & 0.1399 \\ -10.5424 & 0.0085 & 7.8357 \end{bmatrix}.$$

RGA 的结果显示 1-1/2-3/3-2(NI = 1.03) 和 1-3/2-1/3-2(NI = 39.7) 可以接受,并根据主观判断前一个配对方案更好(各元素更接近于 1);ARIA 准则给出了更加清晰的结果: $\sum |\omega_{ij}^1| = 0.1958 \ll$

$187.8 = \sum |\omega_{ij}^2|$ ，故应选择 1-1/2-3/3-2 的方式进行配对，即使用再沸器热载 Q_B 控制塔板温度 T ，使用回流比 R 控制塔压 P ，使用塔顶馏出量 D 控制回流釜液位 L 。文献[12]和[13]均对此例进行了研究，结果与本文提出的方法相一致。

4.2 相关讨论

4.2.1 ARIA 与 RIA 的关系

式(9)在时域内的阶跃响应表达式为

$$y_{ij} = \begin{cases} 0, & t < d_{ij}; \\ g_{ij}(1 - \exp(-\frac{t-d_{ij}}{c_{ij}})), & t \geq d_{ij}. \end{cases} \quad (19)$$

当 T 趋向无穷大时

$$p_{ij} = \lim_{t \rightarrow +\infty} g_{ij}(1 - \exp(-\frac{t-d_{ij}}{c_{ij}})) = g_{ij}. \quad (20)$$

上式表明，此时 P 矩阵退化成 G ，即 ARGA 与 RGA 一致，ARIA 与 RIA 一致。对例 1 的 T 取不同值的曲线如图 4 所示。可见 T 的取值实际上代表了稳态增益和反应速度在衡量关联性时所占的权重大小。 T 越大，则越倾向于偏重考虑稳态增益。

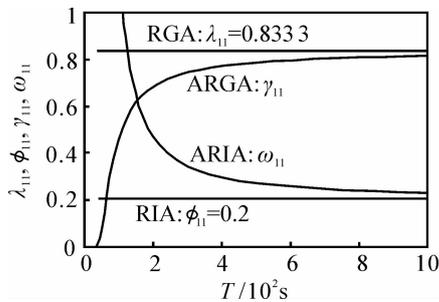


图 4 ARIA 关于 T 变化的曲线

4.2.2 有关 ERGA

近期提出的 ERGA^[7] 同样考虑了响应速度对关联性的影响。这里指出 ERGA 的一些缺点并与 ARIA 进行比较。

1) 在频域内的物理意义不明确，将稳态增益和带宽相乘不能准确表达关联性与两者的关系；ARIA 将输出受输入影响的程度看成一种能量传输，以单位时间内传送的能量衡量关联度，可以通过调整 T 值的大小取得权衡。

2) 带宽定义：记直流输入 ($s = 0$) 时输出为 $|g|$ ，则当输出为 $0.707|g|$ 时所处的频率值称为带宽。可以看到带宽对纯滞后环节不敏感，比如 $e^{-ds}/(s+1)$ ，无论 d 为多少，带宽均为 1 rad/s ，不能完全表征响应速度。

3) 对传递函数内含有纯积分环节的项，带宽为无穷大；ARIA 可以计算对应输出的变化率^[14]。

4.2.3 ARIA 的优点

由于基于开环阶跃响应的方法，得到的结果与

所选取的 T 有关，这就有可能因 T 选取不当而导致在某个间断点两侧出现 γ_{ij} 为正负无穷大的现象。以 2×2 系统为例，式(17)可写成如下形式：

$$\gamma_{11} = \frac{1}{1 - \frac{g_{21}(0)p_{12}(T)}{g_{22}(0)p_{11}(T)}}. \quad (21)$$

当 $g_{21}(0)p_{12}(T_0) = g_{22}(0)p_{11}(T_0)$ 时， T 在 T_0 两侧分别趋向正无穷大和负无穷大，这是在选取 T 时所不愿意看到的现象。结合 RIA 概念可以避免此类间断点的出现^[11]，即

$$\omega_{ij} = -\frac{p_{ij}^y \cdot [G^{ij}(0)]^{-1} g_{ij}^y(0)}{p_{ij}}$$

T 只要选取大于最大滞后时间即可， $p_{ij} \neq 0$ 。此外，ARIA 同样继承了 RIA 最大的优点，即对关联性给出了一个全局的衡量标准，在筛选出若干个可行方案时，计算 $\sum |\omega_{ij}^k|$ 的最小值便可直接给出最佳方案(见例 3 和例 4)。

4.2.4 其他问题

T 的大小可以视为权重因子，一般推荐在区间 $[\max(d_{ij}) + \min(c_{ij}), \max(d_{ij}) + \max(c_{ij})]$ 内。如果滞后时间相差较大，则可在该区间内取较小的值。对于 T 的选择，前面的 4 个例子中，例 1 和例 4 的滞后时间跨度较大，选取为 $\max(d_{ij}) + \min(c_{ij})$ ，即最大滞后时间加最小时间常数；例 2 和例 3 都选择为 $\max(d_{ij}) + \max(c_{ij})$ 。

本文提出的方法虽然只考虑了一阶惯性系统的形式，但同样适用于高阶系统。对于高阶传递函数，可直接进行解析计算(如例 2 中的 g_{12})或近似成带纯滞后的一阶对象处理。

在维数较高的情况下，则可以转化为混合整数优化问题^[15]。

5 结 论

本文针对多变量系统的关联度量，提出了一种新的衡量方法：平均相对关联阵列，对系统的分散控制结构进行了变量配对。ARIA 继承了 RIA 的一些特点，并考虑了系统的一些动态特性，对原有的关联度量方法进行了改进，并对其他方法进行了对比和讨论。实例研究表明，ARIA 方法能较为有效地综合考虑系统信息，并给出合理的配对方案。

本文对 ARIA 的推导是基于其他回路在稳态下达到理想控制的假设下进行的，可以说是考虑了多变量系统的局部动态特性。对于加入控制器如何改变系统的模型及闭环性能的研究，不在本文讨论的范围之内。实际上，RGA 的出发点就是最大限度地利用开环信息来对闭环性能进行预测。

参考文献 (References)

- [1] Bristol E H. On a new measure of interactions for multivariable process control [J]. IEEE Trans on Automatica Control, 1966, 11(1): 133-134.
- [2] McAvoy T. Interaction analysis[M]. Research Triangle Park; Instrument Society of America, 1983.
- [3] Shinskey F G. Process control systems[M]. 3rd ed. New York; McGraw-Hill, 1988.
- [4] Witcher M, McAvoy T J. Interacting control Systems; Steady state and dynamic measurement of interaction[J]. ISA Trans, 1977, 16(3): 83-90.
- [5] McAvoy T, Arkun Y, Chen R, et al. A new approach to defining a dynamic relative gain [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(8): 907-914.
- [6] Hovd M, Skogestad S. Simple frequency dependent tools for control system analysis, structure selection and design[J]. Automatica, 1992, 28(5): 989-996.
- [7] Xiong Q, Cai W J, He M J. A practical loop pairing criterion for multivariable processes[J]. J of Process Control, 2005, 15: 741-747.
- [8] Tung L, Edgar T. Analysis of control-output interactions in dynamic systems[J]. AIChE Journal, 1981, 27(4): 690-693.
- [9] Gagnepain J P, Seborg D E. Analysis of process interactions with application to multiloop control system design [J]. Industrial and Engineering Chemistry, Process Design and Development, 1982, 21(1): 5-11.
- [10] Niederlinski A. A heuristic approach to the design of linear multivariable interacting subsystems [J]. Automatica, 1971, 7(6): 691-701.
- [11] Zhu Z X. Variable pairing selection based on individual and overall interaction measures [J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 1996, 35(11): 4091-4099.
- [12] Huang S P, Ohshima M, Hashimoto I. Dynamic interaction and multiloop control system design[J]. J of Process Control, 1994, 4(1): 15-27.
- [13] Jie Bao, Kwong H Chan, Wen Z Zhang, et al. An experimental pairing method for multi-loop control based on passivity[J]. J of Process Control, 2007, 17(10): 787-798.
- [14] Arkun Y, Downs Y J. A general method to calculate input-output gains and the RGA for integrating processes[J]. Computers and Chemical Engineering, 1990, 14(10): 1101-1110.
- [15] Kookos I K, Lygeros A I. An algorithmic method for control structure selection based on the RGA and RIA interaction measures [J]. Chemical Engineering Research and Design, 1998, 76(4): 458-464.

~~~~~

(上接第 1794 页)

- [2] 黄小原. 供应链模型及其优化研究的现状与进展[J]. 信息与控制, 2003, 32(2): 142-145.  
(Huang X Y. Model and its optimization research progress in supply chain[J]. Information and Control, 2003, 32(2): 142-145.)
- [3] Fransoo J C, Wouters M J F. Multi-echelon multi-company inventory planning with limited information exchange[J]. J of the Operational Research Society, 2001, 52(6): 830-838.
- [4] Ozdamar L, Yazgac T. A hierarchical planning approach for a production-distribution system [J]. Int J of Production Research, 1999, 37(16): 3759-3772.
- [5] Simpson, Simpson N C, Erenguc S Selcuk, et al. Modeling the order picking function in supply chain system: Formulation experiment and insights[J]. IIE Trans, 2001, 33(2): 119-130.
- [6] 王玮, 柴跃廷. 有限资源能力下的供需问题研究[J]. 系统工程理论与实践, 2001, 21(2): 86-90.  
(Wang W, Chai Y T. The study of supply problem with finite resource capacity[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2001, 21(2): 86-90.)
- [7] Kilger C, Reuter B. Collaborative planning, supply chain management and advanced planning[J]. 2002, 33(2): 223-237.
- [8] Gregor Dudek, Hartmut Stadler. Negotiation-based collaborative planning between supply chains partners [J]. European J of Operational Research, 2005, 163(3): 668-687.
- [9] 朱宝琳, 于海斌. 供应链计划建模中的博弈方法[J]. 东北大学学报, 2004, 25(7): 703-706.  
(Zhu B L, Yu H B. Collaboration planning modeling based on game theory for supply chain [J]. J of Northeastern University, 2004, 25(7): 703-706.)
- [10] 朱宝琳, 于海斌. 基于协商对策的上下游供需合作计划模型研究[J]. 计算机集成制造系统, 2002, 8(6): 438-441.  
(Zhu B L, Yu H B. The research of up-down stream collaboration planning model based on bargaining[J]. CIMS, 2002, 8(6): 438-441.)